



# Tensiuni & deformații

Tutorial SectionPro — Secțiuni hexagonală, pătrată tubulară & grindă U sub sarcini SLE și SLU conform a trei coduri normative (EC2, NBR-6118, BAEL 91)

BridgeKernel · 2026

## Introducere

Dat fiind un set de eforturi impuse  $(N, M_y, M_z)$ , SectionPro rezolvă iterativ starea de deformație  $(\varepsilon_0, \kappa_y, \kappa_z)$  și extrage tensiuni, deformații, forțe interne și un coeficient de siguranță (FS).

Trei secțiuni sunt analizate — **hexagonală plină** (EC2), **pătrată tubulară** (NBR-6118) și **grindă U** (BAEL 91) — la SLE (liniar) și SLU (nelinar), cu cazuri OK și KO.

## Rezultate calculate

SectionPro raportează trei categorii de rezultate pentru fiecare caz de încărcare:

### Tensiuni & deform.

$\sigma_c$  — Tensiune extr. beton  
 $\sigma_{s, \min}, \sigma_{s, \max}$  — Tensiuni oțel  
 $\varepsilon_c$  — Deform. extr. beton  
 $\varepsilon_{s, \min}, \varepsilon_{s, \max}$  — Deform. oțel  
FS — Coeficient de siguranță  
Verificare — OK / KO

### Forțe interne

$N_c$  — Rezultantă compresiune  
 $N_t$  — Rezultantă tracțiune  
 $(x_C, y_C)$  — Centroid compresiune  
 $(x_T, y_T)$  — Centroid tracțiune  
 $z$  — Braț de pârghie intern

### Convergență

$N_{\text{iter}}$  — Iterații  
Tol — Toleranță de convergență  
 $N_{\text{int}}, M_{z, \text{int}}, M_{y, \text{int}}$  — Forțe interne  
 $\varepsilon_0, \kappa_x, \kappa_y$  — Stare de deformație

## Scenarii de testare

Fiecare secțiune este analizată la SLE (liniar-elastic) și SLU (parabolă-dreptunghi pentru beton, bilinar pentru oțel), cu rezistență la tracțiune nulă. Se includ cazuri de încovoiere uniaxială și biaxială, cu verificări OK și KO.

Secțiune	SLE (liniar)	SLU (nelinar)	Biaxial?	Cod
Hexagonală	OK	KO	Da (SLU)	EC2

Secțiune	SLE (liniar)	SLU (neliniar)	Biaxial?	Cod
Pătrată tubulară	OK	OK	Da	NBR-6118
Grindă U	KO	OK	Da (SLU)	BAEL 91

## Secțiune hexagonală plină

### Date de intrare

#### Beton

- Secțiune hexagonală
- Lățime  $B = 2,00$  m
- Grosime minimă  $h_1 = 0,60$  m
- Grosime maximă  $h_2 = 1,00$  m

#### Armătură

- Spațiere uniformă 150 mm
- 30 bare de armătură
- Diametru 25 mm
- Acoperire cu beton 50 mm
- 1 strat

#### Legi de material (EC2)

- Beton C30/37:  $f_{ck} = 30$  MPa
- Oțel B500B:  $f_{yk} = 500$  MPa

Figura 1: Secțiune hexagonală — geometrie și armătură.

## SLE — Încovoiere compusă ( $N + M_z$ )

Sarcini impuse:  $N = 500$  kN,  $M_z = 1000$  kN · m,  $M_y = 0$

Visualization of stresses and strains

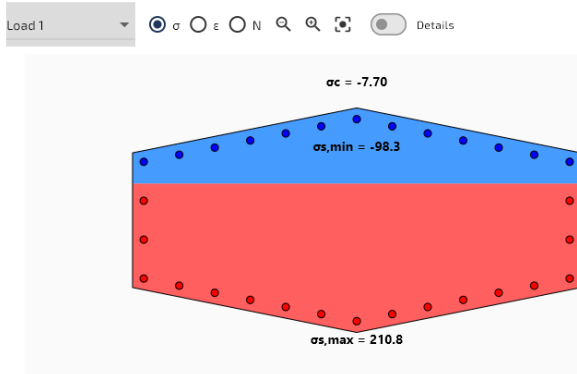


Figura 2: Distribuția tensiunilor.

Visualization of stresses and strains

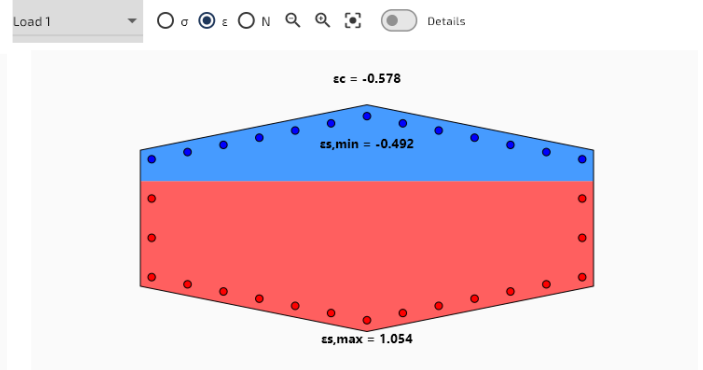


Figura 3: Distribuția deformațiilor.

#### Tensiuni & deformații

$\sigma_c$	-7,70 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-98,33 MPa

#### Forțe interne

$N_c$	1731,2 kN
$N_t$	-1231,2 kN

#### Convergență

$N_{\text{iter}}$	4
Tol	$3,91 \times 10^{-9}$

$\sigma_{s, \max}$	210,77 MPa	$x_C$	0,000 m	$N_{\text{int}}$	500,0 kN
$\varepsilon_c$	-0,578‰	$y_C$	0,345 m	$M_{z, \text{int}}$	1000,0 kN · m
$\varepsilon_{s, \min}$	-0,492‰	$x_T$	0,000 m	$M_{y, \text{int}}$	0,0 kN · m
$\varepsilon_{s, \max}$	1,054‰	$y_T$	-0,327 m	$\varepsilon_0$	$0,281 \times 10^{-3}$
FS	0,527	$z$	0,672 m	$\kappa_x$	$-1,717 \times 10^{-3}$
Verificare	<b>OK</b>			$\kappa_y$	$0,000 \times 10^{-3}$

## SLU — Încovoire biaxială ( $N + M_y + M_z$ )

Sarcini impuse:  $N = 2000$  kN,  $M_z = 3000$  kN · m,  $M_y = 1800$  kN · m

Visualization of stresses and strains

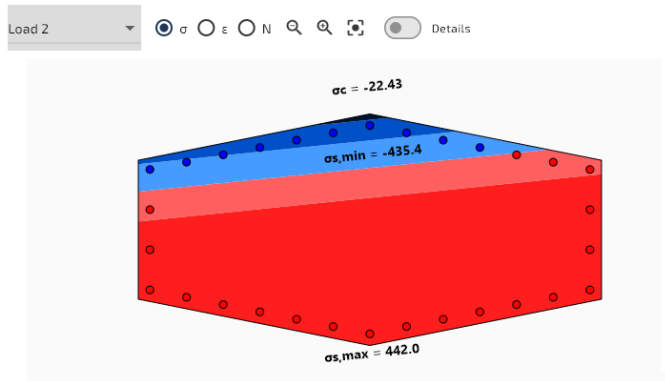


Figura 4: Distribuția tensiunilor.

Visualization of stresses and strains

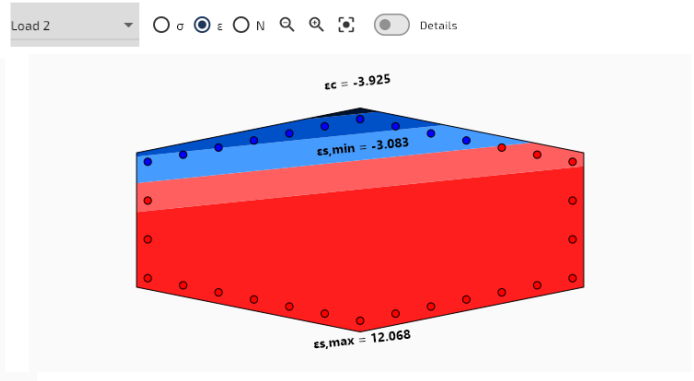


Figura 5: Distribuția deformațiilor.

### Tensiuni & deformații

$\sigma_c$	-22,43 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-435,44 MPa
$\sigma_{s, \max}$	441,98 MPa
$\varepsilon_c$	-3,925‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-3,083‰
$\varepsilon_{s, \max}$	12,068‰
FS	1,121

Verificare

**KO**

### Forțe interne

$N_c$	5871,9 kN
$N_t$	-3871,9 kN
$x_C$	-0,252 m
$y_C$	0,356 m
$x_T$	0,083 m
$y_T$	-0,235 m
$z$	0,679 m

### Convergență

$N_{\text{iter}}$	8
Tol	$6,84 \times 10^{-9}$
$N_{\text{int}}$	2000,0 kN
$M_{z, \text{int}}$	3000,0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	1800,0 kN · m
$\varepsilon_0$	$4,492 \times 10^{-3}$
$\kappa_x$	$-16,834 \times 10^{-3}$
$\kappa_y$	$-1,721 \times 10^{-3}$

Când  $FS > 1$ , sarcinile impuse depășesc capacitatea secțiunii. Aici, betonul este zdrobit ( $\varepsilon_c = 3,925$  ‰  $> \varepsilon_{cu} = 3,5$  ‰). Dincolo de rupere, un modul secant extinde legea de material pentru a atinge un echilibru fictiv post-rupere, cuantificând depășirea ( $FS = 1,121$ ).

## Secțiune pătrată tubulară

### Date de intrare

## Beton

- Secțiune pătrată tubulară
- Latura exterioară  $a = 2,0$  m
- Grosimea peretelui  $t = 0,30$  m

## Armătură

- Spațiere uniformă 150 mm
- 64 bare de armătură
- Diametru 20 mm
- Acoperire cu beton 40 mm
- 1 strat pe față (interioară + exterioară)

## Legi de material (NBR-6118)

- Beton C30:  $f_{ck} = 30$  MPa
- Oțel:  $f_{yk} = 500$  MPa

**Data**

Hollow Square Section

**Concrete**

Side length (m): 2 Thickness (m): 0.3

**Reinforcement**

Mode: uniform spacing

Bar spacing (mm): 200 Bar diameter (mm): 20 Concrete cover (mm): 40 Layers (1 or 2): 1

Submit Infos

Figura 6: Secțiune pătrată tubulară — geometrie și armătură.

## SLE — Încovoiere biaxială ( $N + M_y + M_z$ )

Sarcini impuse:  $N = -400$  kN,  $M_z = 900$  kN · m,  $M_y = 400$  kN · m

Visualization of stresses and strains

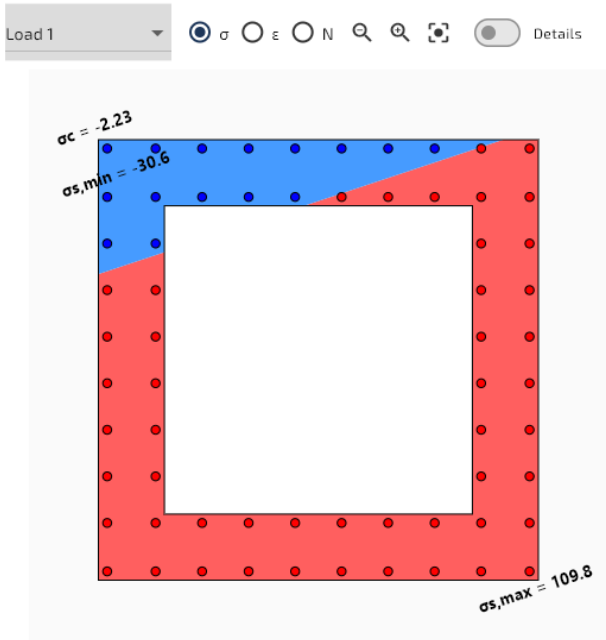


Figura 7: Distribuția tensiunilor.

Visualization of stresses and strains

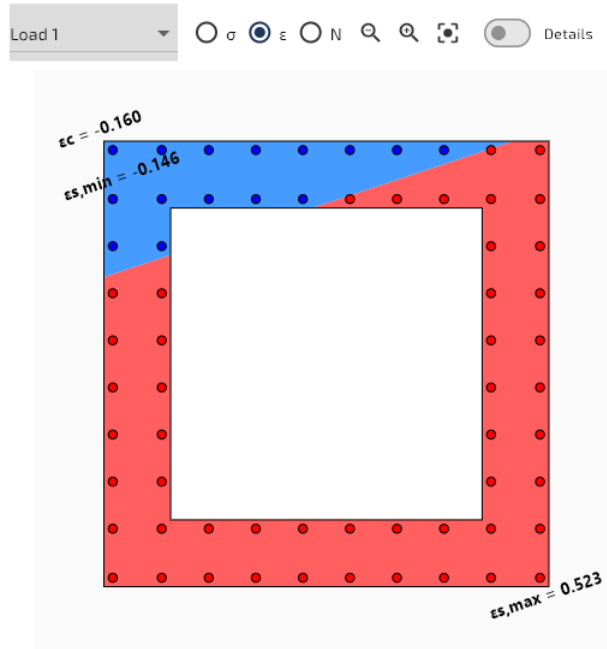


Figura 8: Distribuția deformațiilor.

### Tensiuni & deformații

$\sigma_c$	-2,23 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-30,57 MPa
$\sigma_{s, \max}$	109,79 MPa
$\varepsilon_c$	-0,160‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-0,146‰
$\varepsilon_{s, \max}$	0,523‰
FS	0,274

Verificare

**OK**

### Forțe interne

$N_c$	458,9 kN
$N_t$	-858,9 kN
$x_C$	-0,541 m
$y_C$	0,859 m
$x_T$	0,177 m
$y_T$	-0,589 m
$z$	1,616 m

### Convergență

$N_{\text{iter}}$	4
Tol	$7,72 \times 10^{-10}$
$N_{\text{int}}$	-400,0 kN
$M_{z, \text{int}}$	900,0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	400,0 kN · m
$\varepsilon_0$	$0,189 \times 10^{-3}$
$\kappa_x$	$-0,261 \times 10^{-3}$
$\kappa_y$	$-0,087 \times 10^{-3}$

## SLU — Încovoiere biaxială ( $N + M_y + M_z$ )

Sarcini impuse:  $N = 0$  kN,  $M_z = 6000$  kN · m,  $M_y = 6000$  kN · m

Visualization of stresses and strains

Load 2   $\sigma$    $\varepsilon$   N  Q  Q   Details

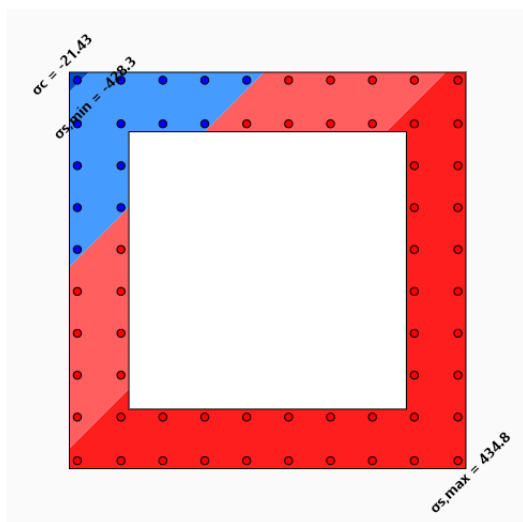


Figura 9: Distribuția tensiunilor.

Visualization of stresses and strains

Load 2   $\sigma$    $\varepsilon$   N  Q  Q  Details

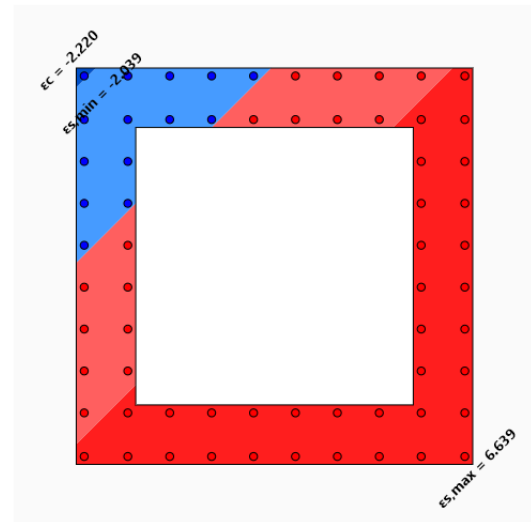


Figura 10: Distribuția deformațiilor.

### Tensiuni & deformații

$\sigma_c$	-21,43 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-428,28 MPa
$\sigma_{s, \max}$	434,78 MPa
$\varepsilon_c$	-2,220‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-2,039‰
$\varepsilon_{s, \max}$	6,639‰
FS	0,634

Verificare

**OK**

### Forțe interne

$N_c$	5800,7 kN
$N_t$	-1293,2 kN
$x_C$	-0,751 m
$y_C$	0,751 m
$x_T$	-0,085 m
$y_T$	0,265 m
$z$	0,824 m

### Convergență

$N_{\text{iter}}$	9
Tol	$2,35 \times 10^{-7}$
$N_{\text{int}}$	0,0 kN
$M_{z, \text{int}}$	6000,0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	6000,0 kN · m
$\varepsilon_0$	$2,300 \times 10^{-3}$
$\kappa_x$	$-2,260 \times 10^{-3}$
$\kappa_y$	$-2,260 \times 10^{-3}$

# Secțiune personalizată — Grindă U

## Date de intrare

Conturul exterior este definit prin puncte XY, iar armătura printr-un tabel  $(x, y, \varphi)$ .

### Beton

- Grindă U cu inimi înclinate
- Înălțime totală  $h = 1,20$  m

### Armătură

- Spațiere uniformă 150 mm
- Placă inferioară: 11 bare de armătură, diametru 20 mm
- Inimi: 49 bare de armătură, diametru 12 mm
- 2 straturi pe inimă

### Legi de material (BAEL 91)

- Beton:  $f_{c28} = 30$  MPa,  $\theta = 0,85$
- Oțel fe500:  $f_e = 500$  MPa

The screenshot shows a software interface for defining a custom solid section. The 'Reinforcement' section is active, showing options for 'Segment', 'Arc', and 'Ellipse'. Below these are input fields for 'x1 (m)', 'x2 (m)', 'y1 (m)', and 'y2 (m)'. There are also fields for 'N steel' and 'phi s (mm)'. A preview of the U-section with reinforcement is shown at the bottom.

Figura 11: Grindă U — geometrie și armătură.

## SLE — Încovoiere pură ( $M_z$ )

Sarcini impuse:  $N = 0$  kN,  $M_z = 1500$  kN · m,  $M_y = 0$

Visualization of stresses and strains

Load 1   $\sigma$    $\varepsilon$   N  Q  Q  Details

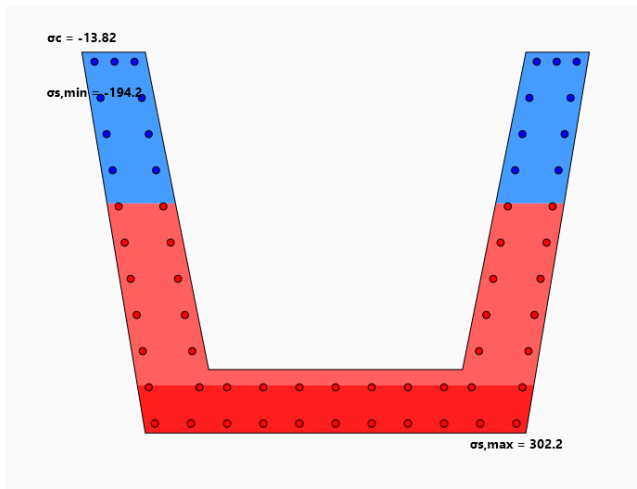


Figura 12: Distribuția tensiunilor.

Visualization of stresses and strains

Load 1   $\sigma$    $\varepsilon$   N  Q  Q  Details

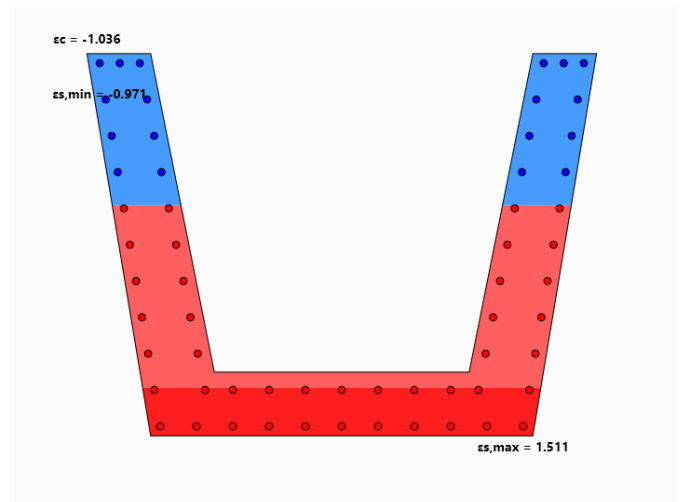


Figura 13: Distribuția deformațiilor.

### Tensiuni & deformații

$\sigma_c$	-13,82 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-194,19 MPa
$\sigma_{s, \max}$	302,23 MPa
$\varepsilon_c$	-1,036‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-0,971‰
$\varepsilon_{s, \max}$	1,511‰
FS	1,209
Verificare	<b>KO</b>

### Forțe interne

$N_c$	1593,2 kN
$N_t$	-1593,2 kN
$x_C$	0,000 m
$y_C$	0,571 m
$x_T$	0,000 m
$y_T$	-0,371 m
$z$	0,942 m

### Convergență

$N_{\text{iter}}$	4
Tol	$2,26 \times 10^{-13}$
$N_{\text{int}}$	0,0 kN
$M_{z, \text{int}}$	1500,0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	0,0 kN · m
$\varepsilon_0$	$0,543 \times 10^{-3}$
$\kappa_x$	$-2,177 \times 10^{-3}$
$\kappa_y$	$0,000 \times 10^{-3}$

La SLE, verificarea este KO:  $\sigma_{s, \max} = 302,2$  MPa depășește tensiunea admisibilă BAEL  $\bar{\sigma}_s = 250,0$  MPa (fisurare prejudiciabilă,  $\eta = 1,60$ ), rezultând FS = 1,209.

## SLU — Încovoiere biaxială ( $M_y + M_z$ )

Sarcini impuse:  $N = 0$  kN,  $M_z = 2000$  kN · m,  $M_y = 500$  kN · m

Visualization of stresses and strains

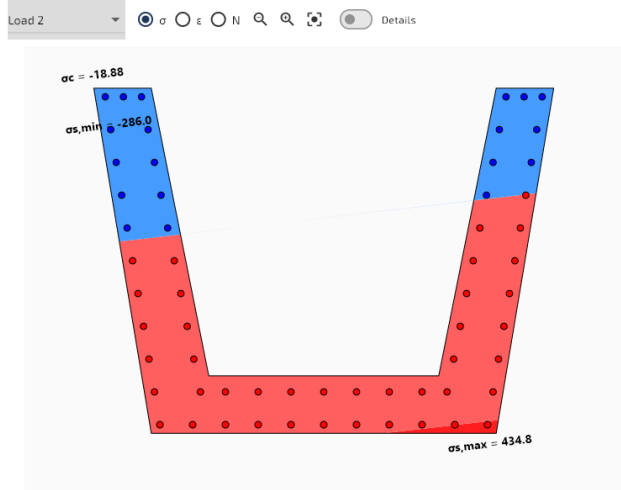


Figura 14: Distribuția tensiunilor.

Visualization of stresses and strains

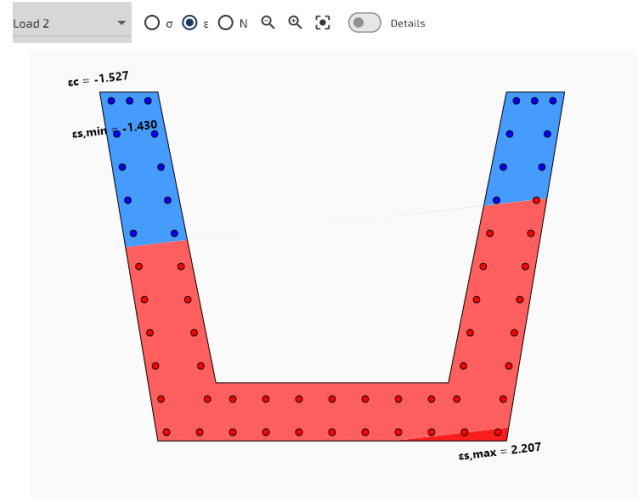


Figura 15: Distribuția deformațiilor.

### Tensiuni & deformații

$\sigma_c$	-18,88 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-286,01 MPa
$\sigma_{s, \max}$	434,78 MPa
$\varepsilon_c$	-1,527‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-1,430‰
$\varepsilon_{s, \max}$	2,207‰
FS	0,436
Verificare	<b>OK</b>

### Forțe interne

$N_c$	2158,2 kN
$N_t$	-2158,2 kN
$x_C$	-0,192 m
$y_C$	0,562 m
$x_T$	0,039 m
$y_T$	-0,365 m
$z$	0,955 m

### Convergență

$N_{\text{iter}}$	4
Tol	$5,50 \times 10^{-9}$
$N_{\text{int}}$	0,0 kN
$M_{z, \text{int}}$	2000,0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	500,0 kN · m
$\varepsilon_0$	$0,772 \times 10^{-3}$
$\kappa_x$	$-2,811 \times 10^{-3}$
$\kappa_y$	$-0,325 \times 10^{-3}$

# Validarea rezultatelor

## Verificarea echilibrului intern

Sarcinile impuse ( $N, M_y, M_z$ ) sunt datele de intrare. SectionPro rezolvă iterativ ( $\varepsilon_0, \kappa_y, \kappa_z$ ) și integrează tensiunile pentru a obține ( $N_{\text{int}}, M_{y,\text{int}}, M_{z,\text{int}}$ ), care trebuie să corespundă sarcinilor impuse:

$$N_{\text{int}} \approx N \quad M_{y,\text{int}} \approx M_y \quad M_{z,\text{int}} \approx M_z$$

Secțiune	Sarcină	$N$ (kN)	$N_{\text{int}}$ (kN)	$M_z$ (kN·m)	$M_{z,\text{int}}$ (kN·m)	$\Delta$
Hexagonală	SLE	500,0	500,0	1000,0	1000,0	0,00 %
	SLU	2000,0	2000,0	3000,0	3000,0	0,00 %
Pătr. tubulară	SLE	-400,0	-400,0	900,0	900,0	0,00 %
	SLU	0,0	0,0	6000,0	6000,0	0,00 %
Grindă U	SLE	0,0	0,0	1500,0	1500,0	0,00 %
	SLU	0,0	0,0	2000,0	2000,0	0,00 %

Echilibrul intern este satisfăcut cu precizie de mașină pentru toate cele șase cazuri de încărcare.

## Benchmark de performanță — 100.000 cazuri de încărcare

100.000 cazuri de încărcare (SLE/SLU, uniaxial/biaxial, OK/KO) sunt rulate pe fiecare secțiune. Timpii măsurați exclud overhead-ul interfeței. Convergență obținută pentru toate cele 300.000 cazuri.

Metrică	Hexagonală	Pătrată tubulară	Grindă U
Cazuri de încărcare	100.000	100.000	100.000
Timp de calcul	0,173 s	0,304 s	0,260 s
Rată	578.000 cazuri/s	329.000 cazuri/s	385.000 cazuri/s

Rate de 329.000–578.000 cazuri/s, făcând SectionPro practic pentru anvelope de sarcini din elemente finite.

## Export

Rezultatele sunt exportabile în **PDF**, **text** și **Excel** (.xlsx), incluzând tensiuni, forțe interne, convergență și figuri.

## STRESS AND STRAIN VERIFICATION RESULTS $\sigma - \epsilon$

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-04 13:27

Load case #1 is the most unfavorable

### Stresses and strains $\sigma - \epsilon$

$\sigma$  and  $\epsilon$  are the stresses and strains of concrete and steel (indices c and s). The safety factor reflects the ratio between maximum strain and limit strain. SF=1 therefore indicates non-verification of the material.

Param	Unit	#1	#2
$\sigma_c$	MPa	-13.82	-18.88
$\sigma_{s,min}$	MPa	-194.19	-286.01
$\sigma_{s,max}$	MPa	302.23	434.78
$\epsilon_c$	‰	-1.036	-1.527
$\epsilon_{s,min}$	‰	-0.971	-1.430
$\epsilon_{s,max}$	‰	1.511	2.207
SF	-	1.209	0.436
Check	-	Ko	Ok

### Internal forces

$N_c$  and  $N_t$  are the compression and tension forces resulting from the integration of stresses over the section. The application coordinates of these forces are given by  $xy$ . The lever arm  $z$  is the distance between these forces.

Param	Unit	#1	#2
$N_c$	kN	1593.2	2158.2
$N_t$	kN	-1593.2	-2158.2
$x_C$	m	0.000	-0.192
$y_C$	m	0.571	0.561
$x_T$	m	0.000	0.039
$y_T$	m	-0.371	-0.365
$z$	m	0.942	0.955

### Convergence

Given below are the number of iterations necessary for convergence of the solution algorithm, the tolerance achieved, the internal forces ( $N, M_z, M_y$ ) and the deformation state of the section ( $\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}$ ).

Param	Unit	#1	#2
$N_{iter}$	-	4	4
Tol	-	9.99e-9	9.99e-9
$N_{int}$	kN	0.0	0.0
$M_z_{int}$	kN-m	1500.0	2000.0
$M_y_{int}$	kN-m	-0.0	500.00
$\epsilon_o$	‰	0.543	0.772
$\epsilon_{xx}$	‰	-2.177	-2.811
$\epsilon_{yy}$	‰	-0.000	-0.325

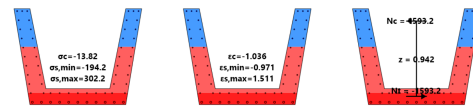
GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

## STRESS AND STRAIN VERIFICATION RESULTS $\sigma - \epsilon$

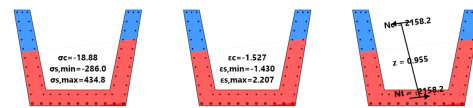
GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-04 13:27

Given below are figures representing graphically the previous tabular results.

### Load case n°1 - Safety Factor = 1.209 ( $\sigma, \epsilon$ and $N_c, N_t$ )



### Load case n°2 - Safety Factor = 0.436 ( $\sigma, \epsilon$ and $N_c, N_t$ )



GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

Figura 16: Export PDF — pagina 1: tabelle de rezultate.

Figura 17: Export PDF — pagina 2: figuri.

## Concluzii

Analiza identifică corect cazurile care depășesc capacitatea, cu echilibru satisfăcut cu precizie de mașină. Trei coduri (EC2, NBR-6118, BAEL 91), trei geometrii, legi liniare și neliniare, încovoiere uniaxială și biaxială.

Secțiune	Caz de încărcare	Cod	Verificare	Echilibru $\Delta$
Hexagonală	SLE (liniar)	EC2	OK	0,00 %
	SLU (neliniar)	EC2	KO	0,00 %
Pătr. tubulară	SLE (liniar)	NBR-6118	OK	0,00 %
	SLU (neliniar)	NBR-6118	OK	0,00 %
Grindă U	SLE (liniar)	BAEL 91	KO	0,00 %
	SLU (neliniar)	BAEL 91	OK	0,00 %

Benchmark-ul arată 329.000–578.000 cazuri/s (0,17–0,30 s per secțiune), cu convergență pentru toate cele 300.000 cazuri, adecvat pentru verificări de anvelope de elemente finite.