



Naprężenia & odkształcenia

Poradnik SectionPro — Przekroje sześciokątny, kwadratowy drażony & belka U pod obciążeniami SGU i SGN według trzech norm (EC2, NBR-6118, BAEL 91)

BridgeKernel · 2026

Wstęp

Dla zadanych sił (N, M_y, M_z) SectionPro iteracyjnie wyznacza stan odkształcenia ($\varepsilon_0, \kappa_y, \kappa_z$) spełniający równowagę wewnętrzną. Z tego stanu wynikają naprężenia, odkształcenia, siły wewnętrzne i współczynnik bezpieczeństwa (FS).

Analizowane są trzy przekroje i trzy normy: **sześciokątny** (EC2), **kwadratowy drażony** (NBR-6118) i **belka U** (BAEL 91), każdy w SGU (liniowy) i SGN (nieliniowy). Przypadki dobrano tak, aby część dała wynik OK, a część KO.

Obliczane wyniki

SectionPro raportuje trzy kategorie wyników dla każdego przypadku obciążenia:

Naprężenia & odkształc.

σ_c — Naprężenie skr. betonu
 $\sigma_{s, \min}, \sigma_{s, \max}$ — Naprężenia stali
 ε_c — Odkształcenie skr. betonu
 $\varepsilon_{s, \min}, \varepsilon_{s, \max}$ — Odkształcenia stali
FS — Wsp. bezpieczeństwa
Sprawdzenie — OK / KO

Siły wewnętrzne

N_c — Wypadkowa ściskania
 N_t — Wypadkowa rozciągania
 (x_C, y_C) — Centroid ściskania
 (x_T, y_T) — Centroid rozciągania
 z — Ramię dźwigni wewn.

Zbieżność

N_{iter} — Iteracje
Tol — Tolerancja zbieżności
 $N_{\text{int}}, M_{z, \text{int}}, M_{y, \text{int}}$ — Siły wewnętrzne
 $\varepsilon_0, \kappa_x, \kappa_y$ — Stan odkształcenia

Scenariusze testowe

Każdy przekrój analizowany jest w SGU (liniowo-sprężysty) i SGN (nieliniowy: parabola-prostokąt dla betonu, biliniowy dla stali), zawsze z przekrojem zarysowanym. Przypadki obejmują zginanie jednoosiowe ($N + M_z$) i dwuosiowe ($N + M_y + M_z$), z wynikami OK i KO.

Przekrój	SGU (liniowy)	SGN (nieliniowy)	Dwuosiowy?	Norma
Sześciokątny	OK	KO	Tak (SGN)	EC2
Kwadratowy drażony	OK	OK	Tak	NBR-6118
Belka U	KO	OK	Tak (SGN)	BAEL 91

Pełny przekrój sześciokątny

Dane wejściowe

Beton

- Przekrój sześciokątny
- Szerokość $B = 2,00$ m
- Minimalna grubość $h_1 = 0,60$ m
- Maksymalna grubość $h_2 = 1,00$ m

Zbrojenie

- Równomierny rozstaw 150 mm
- 30 prętów zbrojeniowych
- Średnica 25 mm
- Otulina 50 mm
- 1 warstwa

Prawa materiałowe (EC2)

- Beton C30/37: $f_{ck} = 30$ MPa
- Stal B500B: $f_{yk} = 500$ MPa

Rysunek 1: Przekrój sześciokątny — geometria i zbrojenie.

SGU — Zginanie złożone ($N + M_z$)

Zadane obciążenia: $N = 500$ kN, $M_z = 1000$ kN · m, $M_y = 0$

Visualization of stresses and strains

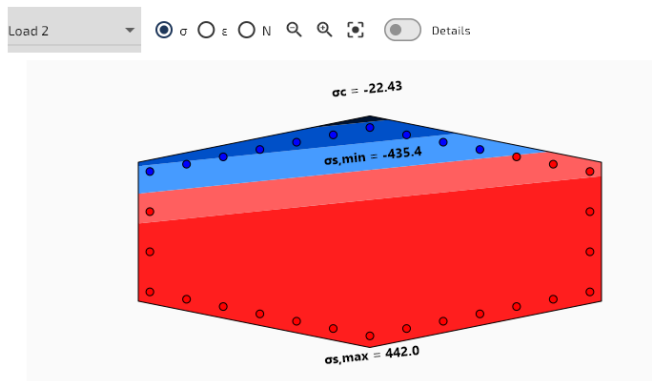
Load 1 σ ε N M Q R S T V W X Y Z θ ϕ ψ χ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ ν ξ \omicron π ρ σ τ υ ϕ χ ψ ω δ ϵ ζ η θ ι κ λ μ

$\sigma_{s, \min}$	-98,33 MPa	N_t	-1231,2 kN	Tol	$3,91 \times 10^{-9}$
$\sigma_{s, \max}$	210,77 MPa	x_C	0,000 m	N_{int}	500,0 kN
ε_c	-0,578‰	y_C	0,345 m	$M_{z, \text{int}}$	1000,0 kN · m
$\varepsilon_{s, \min}$	-0,492‰	x_T	0,000 m	$M_{y, \text{int}}$	0,0 kN · m
$\varepsilon_{s, \max}$	1,054‰	y_T	-0,327 m	ε_0	$0,281 \times 10^{-3}$
FS	0,527	z	0,672 m	κ_x	$-1,717 \times 10^{-3}$
Sprawdzenie	OK			κ_y	$0,000 \times 10^{-3}$

SGN — Zginanie dwuosiowe ($N + M_y + M_z$)

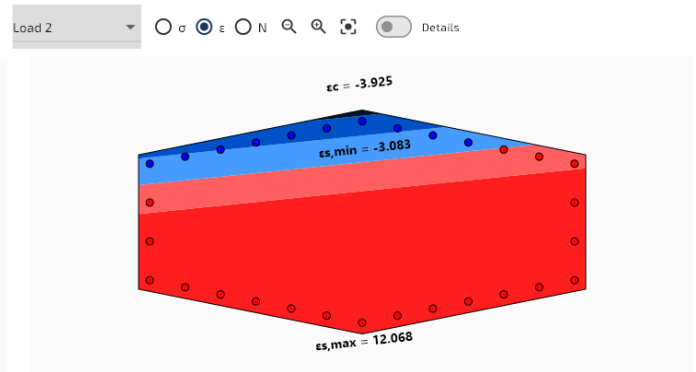
Zadane obciążenia: $N = 2000$ kN, $M_z = 3000$ kN · m, $M_y = 1800$ kN · m

Visualization of stresses and strains



Rysunek 4: Rozkład naprężeń.

Visualization of stresses and strains



Rysunek 5: Rozkład odkształceń.

Naprężenia & odkształcenia

σ_c	-22,43 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-435,44 MPa
$\sigma_{s, \max}$	441,98 MPa
ε_c	-3,925‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-3,083‰
$\varepsilon_{s, \max}$	12,068‰
FS	1,121
Sprawdzenie	KO

Siły wewnętrzne

N_c	5871,9 kN
N_t	-3871,9 kN
x_C	-0,252 m
y_C	0,356 m
x_T	0,083 m
y_T	-0,235 m
z	0,679 m

Zbieżność

N_{iter}	8
Tol	$6,84 \times 10^{-9}$
N_{int}	2000,0 kN
$M_{z, \text{int}}$	3000,0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	1800,0 kN · m
ε_0	$4,492 \times 10^{-3}$
κ_x	$-16,834 \times 10^{-3}$
κ_y	$-1,721 \times 10^{-3}$

Gdy $FS > 1$, zadane obciążenia przekraczają nośność przekroju. Tutaj beton jest zgnieciony ($\varepsilon_c = 3,925\text{‰} > \varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$). Po przekroczeniu nośności, moduł siecny rozszerza prawo materiałowe, aby osiągnąć fikcyjną równowagę po zniszczeniu, kwantyfikując przekroczenie ($FS = 1,121$).

Przekrój kwadratowy drażony

Dane wejściowe

Beton

- Przekrój kwadratowy drażony
- Bok zewnętrzny $a = 2,0$ m
- Grubość ścianki $t = 0,30$ m

Zbrojenie

- Równomierny rozstaw 150 mm
- 64 pręty zbrojeniowe
- Średnica 20 mm
- Otulina 40 mm
- 1 warstwa na ściankę (wewnętrzna + zewnętrzna)

Prawa materiałowe (NBR-6118)

- Beton C30: $f_{ck} = 30$ MPa
- Stal: $f_{yk} = 500$ MPa

Data

Hollow Square Section

Concrete

Side length (m) Thickness (m)

Reinforcement

Mode: uniform spacing

Bar spacing (mm) Bar diameter (mm) Concrete cover (mm) Layers (1 or 2)

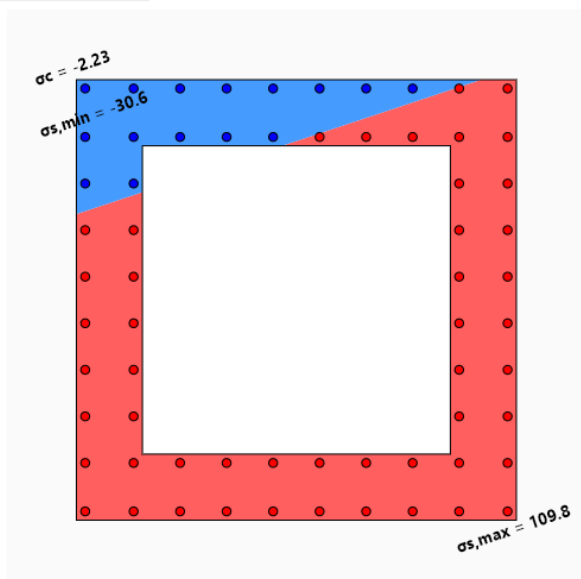
Submit Infos

Rysunek 6: Przekrój kwadratowy drażony — geometria i zbrojenie.

SGU — Zginanie dwuosiowe ($N + M_y + M_z$)

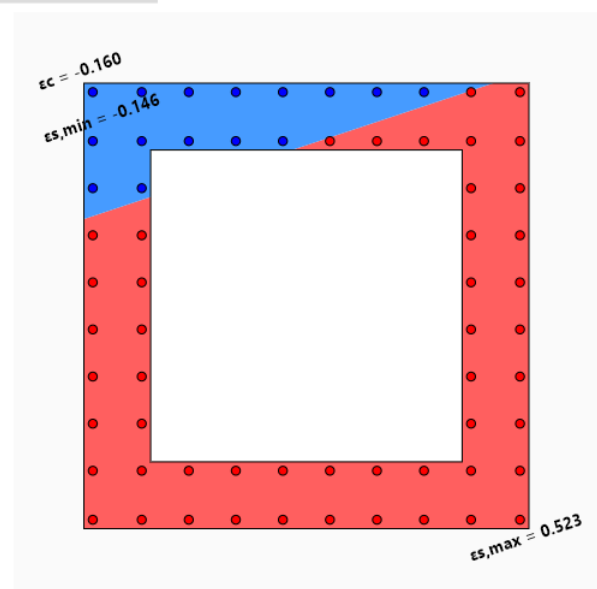
Zadane obciążenia: $N = -400$ kN, $M_z = 900$ kN · m, $M_y = 400$ kN · m

Visualization of stresses and strains



Rysunek 7: Rozkład naprężeń.

Visualization of stresses and strains



Rysunek 8: Rozkład odkształceń.

Napężenia & odkształcenia

σ_c	-2,23 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-30,57 MPa
$\sigma_{s, \max}$	109,79 MPa
ε_c	-0,160‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-0,146‰
$\varepsilon_{s, \max}$	0,523‰
FS	0,274
Sprawdzenie	OK

Siły wewnętrzne

N_c	458,9 kN
N_t	-858,9 kN
x_C	-0,541 m
y_C	0,859 m
x_T	0,177 m
y_T	-0,589 m
z	1,616 m

Zbieżność

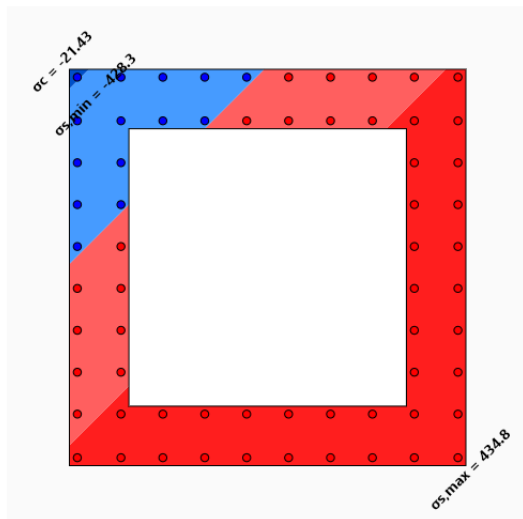
N_{iter}	4
Tol	$7,72 \times 10^{-10}$
N_{int}	-400,0 kN
$M_{z, \text{int}}$	900,0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	400,0 kN · m
ε_0	$0,189 \times 10^{-3}$
κ_x	$-0,261 \times 10^{-3}$
κ_y	$-0,087 \times 10^{-3}$

SGN — Zginanie dwuosiowe ($N + M_y + M_z$)

Zadane obciążenia: $N = 0$ kN, $M_z = 6000$ kN · m, $M_y = 6000$ kN · m

Visualization of stresses and strains

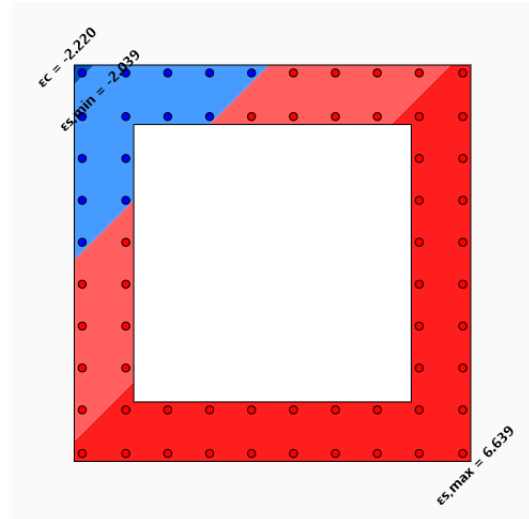
Load 2 σ ε N Details



Rysunek 9: Rozkład naprężeń.

Visualization of stresses and strains

Load 2 σ ε N Details



Rysunek 10: Rozkład odkształceń.

Napężenia & odkształcenia

σ_c	-21,43 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-428,28 MPa
$\sigma_{s, \max}$	434,78 MPa
ε_c	-2,220‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-2,039‰
$\varepsilon_{s, \max}$	6,639‰
FS	0,634
Sprawdzenie	OK

Siły wewnętrzne

N_c	5800,7 kN
N_t	-1293,2 kN
x_C	-0,751 m
y_C	0,751 m
x_T	-0,085 m
y_T	0,265 m
z	0,824 m

Zbieżność

N_{iter}	9
Tol	$2,35 \times 10^{-7}$
N_{int}	0,0 kN
$M_{z, \text{int}}$	6000,0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	6000,0 kN · m
ε_0	$2,300 \times 10^{-3}$
κ_x	$-2,260 \times 10^{-3}$
κ_y	$-2,260 \times 10^{-3}$

Przekrój niestandardowy — Belka U

Dane wejściowe

Przekrój zdefiniowany funkcją **niestandardowej geometrii**: kontur jako lista punktów XY, zbrojenie jako tabela (x, y, φ) .

Beton

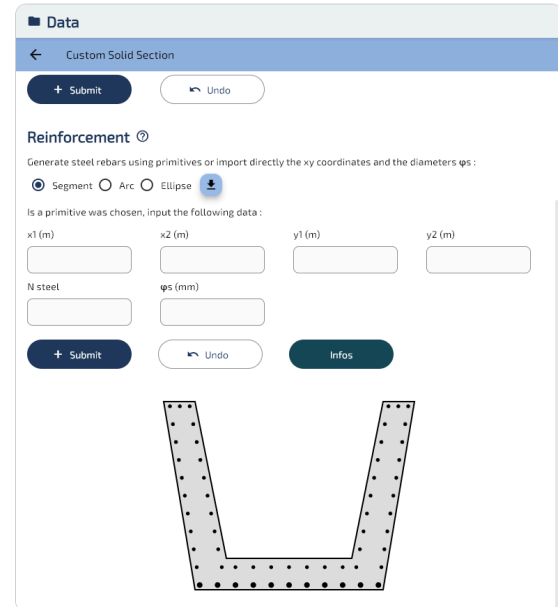
- Belka U ze skośnymi środnikami
- Wysokość całkowita $h = 1,20$ m

Zbrojenie

- Równomierny rozstaw 150 mm
- Płyta dolna: 11 prętów zbrojeniowych, średnica 20 mm
- Środniki: 49 prętów zbrojeniowych, średnica 12 mm
- 2 warstwy na środnik

Prawa materiałowe (BAEL 91)

- Beton: $f_{c28} = 30$ MPa, $\theta = 0,85$
- Stal fe500: $f_e = 500$ MPa



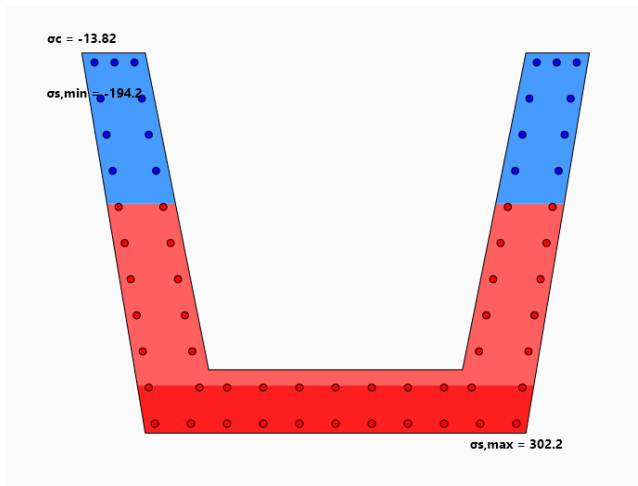
Rysunek 11: Belka U — geometria i zbrojenie.

SGU — Czyste zginanie (M_z)

Zadane obciążenia: $N = 0$ kN, $M_z = 1500$ kN · m, $M_y = 0$

Visualization of stresses and strains

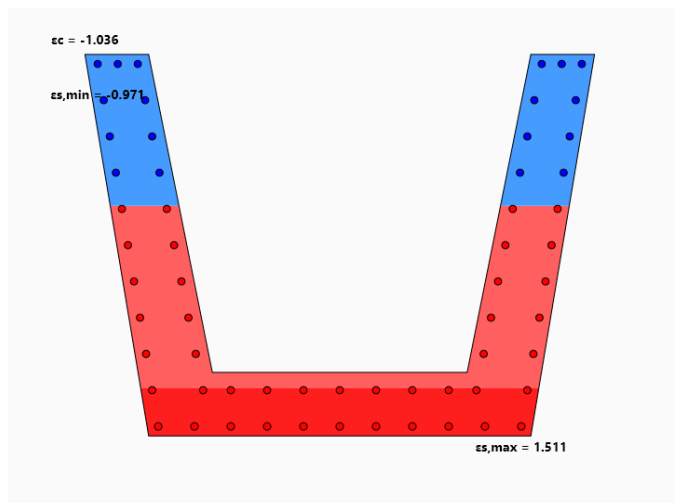
Load 1 σ ε N Q M Details



Rysunek 12: Rozkład naprężeń.

Visualization of stresses and strains

Load 1 σ ε N Q M Details



Rysunek 13: Rozkład odkształceń.

Napężenia & odkształcenia

σ_c	-13,82 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-194,19 MPa
$\sigma_{s, \max}$	302,23 MPa
ε_c	-1,036‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-0,971‰
$\varepsilon_{s, \max}$	1,511‰
FS	1,209
Sprawdzenie	KO

Siły wewnętrzne

N_c	1593,2 kN
N_t	-1593,2 kN
x_C	0,000 m
y_C	0,571 m
x_T	0,000 m
y_T	-0,371 m
z	0,942 m

Zbieżność

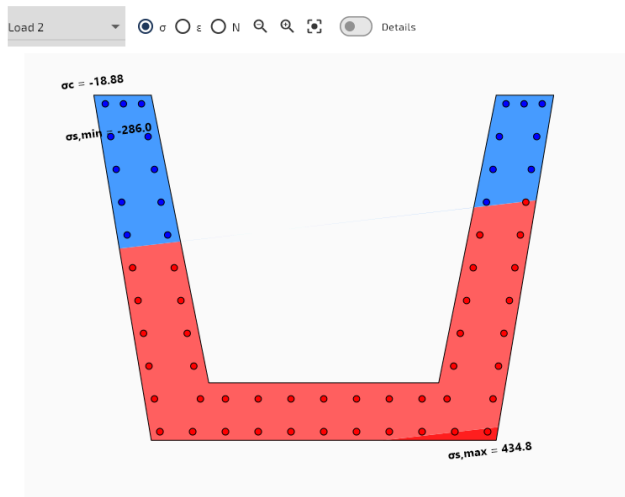
N_{iter}	4
Tol	$2,26 \times 10^{-13}$
N_{int}	0,0 kN
$M_{z, \text{int}}$	1500,0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	0,0 kN · m
ε_0	$0,543 \times 10^{-3}$
κ_x	$-2,177 \times 10^{-3}$
κ_y	$0,000 \times 10^{-3}$

W SGU sprawdzenie jest negatywne (KO): $\sigma_{s, \max} = 302,2$ MPa przekracza dopuszczalne napężenie BAEI $\bar{\sigma}_s = 250,0$ MPa (zarysowanie szkodliwe, $\eta = 1,60$), dając FS = 1,209.

SGN — Zginanie dwuosiowe ($M_y + M_z$)

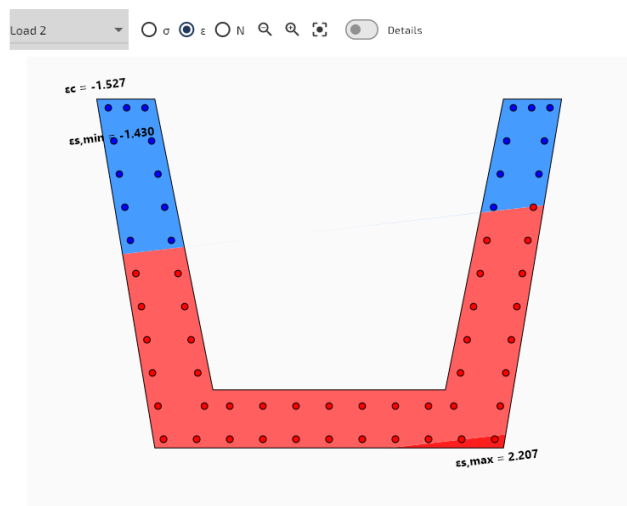
Zadane obciążenia: $N = 0$ kN, $M_z = 2000$ kN · m, $M_y = 500$ kN · m

Visualization of stresses and strains



Rysunek 14: Rozkład naprężeń.

Visualization of stresses and strains



Rysunek 15: Rozkład odkształceń.

Napężenia & odkształcenia

σ_c	-18,88 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-286,01 MPa
$\sigma_{s, \max}$	434,78 MPa
ε_c	-1,527‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-1,430‰
$\varepsilon_{s, \max}$	2,207‰
FS	0,436
Sprawdzenie	OK

Siły wewnętrzne

N_c	2158,2 kN
N_t	-2158,2 kN
x_C	-0,192 m
y_C	0,562 m
x_T	0,039 m
y_T	-0,365 m
z	0,955 m

Zbieżność

N_{iter}	4
Tol	$5,50 \times 10^{-9}$
N_{int}	0,0 kN
$M_{z, \text{int}}$	2000,0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	500,0 kN · m
ε_0	$0,772 \times 10^{-3}$
κ_x	$-2,811 \times 10^{-3}$
κ_y	$-0,325 \times 10^{-3}$

Walidacja wyników

Sprawdzenie równowagi wewnętrznej

Zadane obciążenia (N, M_y, M_z) są danymi wejściowymi. SectionPro iteracyjnie wyznacza ($\varepsilon_0, \kappa_y, \kappa_z$) i całkuje naprężenia do sił wewnętrznych ($N_{\text{int}}, M_{y,\text{int}}, M_{z,\text{int}}$). Przy zbieżności:

$$N_{\text{int}} \approx N \quad M_{y,\text{int}} \approx M_y \quad M_{z,\text{int}} \approx M_z$$

Przekrój	Obciążenie	N (kN)	N_{int} (kN)	M_z (kN·m)	$M_{z,\text{int}}$ (kN·m)	Δ
Sześciokątny	SGU	500,0	500,0	1000,0	1000,0	0,00 %
	SGN	2000,0	2000,0	3000,0	3000,0	0,00 %
Kwadr. drąż.	SGU	-400,0	-400,0	900,0	900,0	0,00 %
	SGN	0,0	0,0	6000,0	6000,0	0,00 %
Belka U	SGU	0,0	0,0	1500,0	1500,0	0,00 %
	SGN	0,0	0,0	2000,0	2000,0	0,00 %

Równowaga wewnętrzna jest spełniona z precyzją maszynową dla wszystkich sześciu przypadków.

Benchmark wydajności — 100 000 przypadków obciążeń

Wykonujemy 100 000 przypadków na **każdym z trzech przekrojów** (SGU/SGN, jedno-/dwuosiowe, OK/KO). Benchmark mierzy czysty czas obliczeń; zbieżność uzyskano dla wszystkich 300 000 przypadków.

Metryka	Sześciokątny	Kwadr. drążony	Belka U
Przypadki obciążeń	100 000	100 000	100 000
Czas obliczeń	0,173 s	0,304 s	0,260 s
Szybkość	578 000 przyp./s	329 000 przyp./s	385 000 przyp./s

Wszystkie przekroje przetwarzane w mniej niż 0,3 s (329k–578k przyp./s), co umożliwia systematyczną weryfikację obwiedni z oprogramowania MES.

Eksport

SectionPro eksportuje wyniki jako **PDF**, **tekst** i **Excel** (.xlsx), zawierając naprężenia, siły, dane zbieżności i rysunki.

STRESS AND STRAIN VERIFICATION RESULTS $\sigma - \epsilon$

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-04 13:27

Load case #1 is the most unfavorable

Stresses and strains $\sigma - \epsilon$

σ and ϵ are the stresses and strains of concrete and steel (indices c and s). The safety factor reflects the ratio between maximum strain and limit strain. SF=1 therefore indicates non-verification of the material.

Param	Unit	#1	#2
σ_c	MPa	-13.82	-18.88
$\sigma_{s,min}$	MPa	-194.19	-286.01
$\sigma_{s,max}$	MPa	302.23	434.78
ϵ_c	‰	-1.036	-1.527
$\epsilon_{s,min}$	‰	-0.971	-1.430
$\epsilon_{s,max}$	‰	1.511	2.207
SF	-	1.209	0.436
Check	-	Ko	Ok

Internal forces

N_c and N_t are the compression and tension forces resulting from the integration of stresses over the section. The application coordinates of these forces are given by xy . The lever arm z is the distance between these forces.

Param	Unit	#1	#2
N_c	kN	1593.2	2158.2
N_t	kN	-1593.2	-2158.2
x_C	m	0.000	-0.192
y_C	m	0.571	0.561
x_T	m	0.000	0.039
y_T	m	-0.371	-0.365
z	m	0.942	0.955

Convergence

Given below are the number of iterations necessary for convergence of the solution algorithm, the tolerance achieved, the internal forces (N, M_z, M_y) and the deformation state of the section ($\epsilon_x, \kappa_x, \kappa_y$).

Param	Unit	#1	#2
N_{iter}	-	4	4
Tol	-	9.99e-9	9.99e-9
N_{int}	kN	0.0	0.0
M_z_{int}	kN-m	1500.0	2000.0
M_y_{int}	kN-m	-0.0	500.00
ϵ_0	‰	0.543	0.772
κ_x	‰	-2.177	-2.811
κ_y	‰	-0.000	-0.325

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

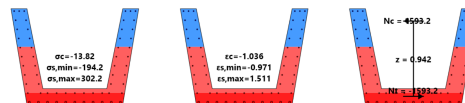
Rysunek 16: Eksport PDF — strona 1: tabele wyników.

STRESS AND STRAIN VERIFICATION RESULTS $\sigma - \epsilon$

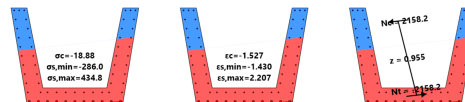
GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-04 13:27

Given below are figures representing graphically the previous tabular results.

Load case n°1 - Safety Factor = 1.209 (σ, ϵ and N_c, N_t)



Load case n°2 - Safety Factor = 0.436 (σ, ϵ and N_c, N_t)



GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

Rysunek 17: Eksport PDF — strona 2: rysunki.

Podsumowanie

Analiza prawidłowo identyfikuje przypadki przekraczające nośność, z równowagą spełnioną z precyzją maszynową we wszystkich przypadkach.

Przekrój	Przypadek obciążenia	Norma	Sprawdzenie	Równowaga Δ
Sześciokątny	SGU (liniowy)	EC2	OK	0,00 %
	SGN (nieliniowy)	EC2	KO	0,00 %
Kwadr. drąż.	SGU (liniowy)	NBR-6118	OK	0,00 %
	SGN (nieliniowy)	NBR-6118	OK	0,00 %
Belka U	SGU (liniowy)	BAEL 91	KO	0,00 %
	SGN (nieliniowy)	BAEL 91	OK	0,00 %

Benchmark (100k przypadków) wykazuje 0,17–0,30 s na przekrój (329k–578k przyp./s), ze zbieżnością dla wszystkich 300 000 przypadków.