

Tensioni e deformazioni

Tutorial SectionPro — Sezioni esagonale, quadrata cava & trave a U sotto carichi SLE e SLU secondo tre codici normativi (EC2, NBR-6118, BAEL 91)

BridgeKernel · 2026

Introduzione

Per sollecitazioni imposte (N, M_y, M_z) , SectionPro calcola iterativamente lo stato di deformazione $(\varepsilon_0, \kappa_y, \kappa_z)$ in equilibrio interno. Dallo stato convergente si estraggono tensioni e deformazioni alle fibre estreme, forze interne e un coefficiente di sicurezza (FS).

Si analizzano tre geometrie e normative — **sezione esagonale** (EC2), **quadrata cava** (NBR-6118) e **trave a U** (BAEL 91) — allo SLE (lineare) e SLU (non lineare). I casi di carico producono risultati OK e KO.

Risultati calcolati

SectionPro fornisce tre categorie di risultati per ogni caso di carico:

Tensioni & deform.

σ_c — Tensione estr. cls
 $\sigma_{s, \min}, \sigma_{s, \max}$ — Tensioni acciaio
 ε_c — Deform. estr. cls
 $\varepsilon_{s, \min}, \varepsilon_{s, \max}$ — Deform. acciaio
FS — Coefficiente di sicurezza
Verifica — OK / KO

Sollecitazioni interne

N_c — Risultante compressione
 N_t — Risultante trazione
 (x_C, y_C) — Baricentro compressione
 (x_T, y_T) — Baricentro trazione
 z — Braccio di leva interno

Convergenza

N_{iter} — Iterazioni
Tol — Tolleranza di convergenza
 $N_{\text{int}}, M_{z, \text{int}}, M_{y, \text{int}}$ — Sollecitazioni interne
 $\varepsilon_0, \kappa_x, \kappa_y$ — Stato di deformazione

Scenari di prova

Ogni sezione è analizzata allo SLE (lineare-elastico) e SLU (non lineare: parabola-rettangolo per il calcestruzzo, bilineare per l'acciaio), senza resistenza a trazione. I casi includono pressoflessione monoassiale $(N + M_z)$ e deviata $(N + M_y + M_z)$, con risultati OK e KO.

Sezione	SLE (lineare)	SLU (non lineare)	Deviata?	Normativa
Esagonale	OK	KO	Sì (SLU)	EC2
Quadrata cava	OK	OK	Sì	NBR-6118
Trave a U	KO	OK	Sì (SLU)	BAEL 91

Sezione esagonale piena

Dati di input

Calcestruzzo

- Sezione esagonale
- Larghezza $B = 2,00$ m
- Spessore minimo $h_1 = 0,60$ m
- Spessore massimo $h_2 = 1,00$ m

Armatura

- Passo uniforme 150 mm
- 30 barre
- Diametro 25 mm
- Copriferro 50 mm
- 1 strato

Leggi costitutive (EC2)

- Calcestruzzo C30/37: $f_{ck} = 30$ MPa
- Acciaio B500B: $f_{yk} = 500$ MPa

Figura 1: Sezione esagonale — geometria e armatura.

SLE — Pressoflessione ($N + M_z$)

Carichi imposti: $N = 500$ kN, $M_z = 1000$ kN · m, $M_y = 0$

Visualization of stresses and strains

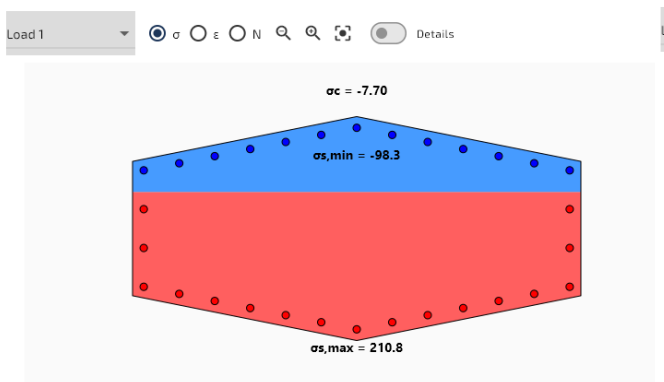


Figura 2: Distribuzione delle tensioni.

Visualization of stresses and strains

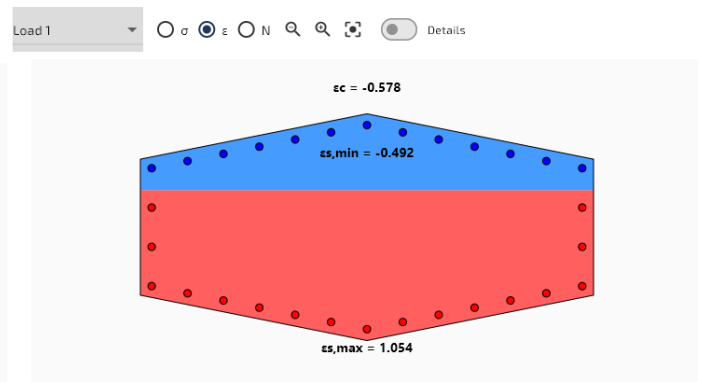


Figura 3: Distribuzione delle deformazioni.

Tensioni e deformazioni

σ_c -7,70 MPa

Sollecitazioni interne

N_c 1731,2 kN

Convergenza

N_{iter} 4

$\sigma_{s, \min}$	-98,33 MPa	N_t	-1231,2 kN	Tol	$3,91 \times 10^{-9}$
$\sigma_{s, \max}$	210,77 MPa	x_C	0,000 m	N_{int}	500,0 kN
ε_c	-0,578‰	y_C	0,345 m	$M_{z, \text{int}}$	1000,0 kN · m
$\varepsilon_{s, \min}$	-0,492‰	x_T	0,000 m	$M_{y, \text{int}}$	0,0 kN · m
$\varepsilon_{s, \max}$	1,054‰	y_T	-0,327 m	ε_0	$0,281 \times 10^{-3}$
FS	0,527	z	0,672 m	κ_x	$-1,717 \times 10^{-3}$
Verifica	OK			κ_y	$0,000 \times 10^{-3}$

SLU — Pressoflessione deviata ($N + M_y + M_z$)

Carichi imposti: $N = 2000$ kN, $M_z = 3000$ kN · m, $M_y = 1800$ kN · m

Visualization of stresses and strains

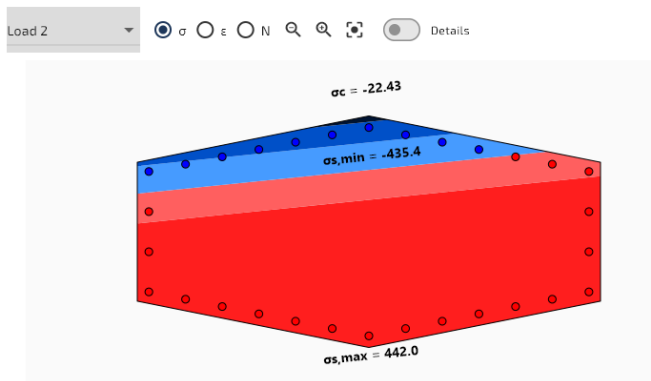


Figura 4: Distribuzione delle tensioni.

Visualization of stresses and strains

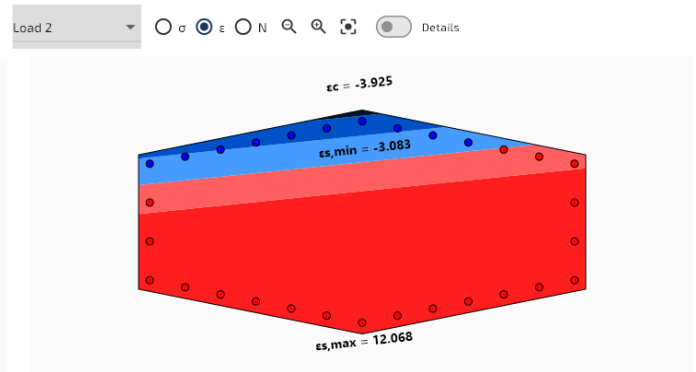


Figura 5: Distribuzione delle deformazioni.

Tensioni e deformazioni

σ_c	-22,43 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-435,44 MPa
$\sigma_{s, \max}$	441,98 MPa
ε_c	-3,925‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-3,083‰
$\varepsilon_{s, \max}$	12,068‰
FS	1,121
Verifica	KO

Sollecitazioni interne

N_c	5871,9 kN
N_t	-3871,9 kN
x_C	-0,252 m
y_C	0,356 m
x_T	0,083 m
y_T	-0,235 m
z	0,679 m

Convergenza

N_{iter}	8
Tol	$6,84 \times 10^{-9}$
N_{int}	2000,0 kN
$M_{z, \text{int}}$	3000,0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	1800,0 kN · m
ε_0	$4,492 \times 10^{-3}$
κ_x	$-16,834 \times 10^{-3}$
κ_y	$-1,721 \times 10^{-3}$

Quando $FS > 1$, i carichi imposti superano la capacità della sezione. Qui il calcestruzzo è schiacciato ($\varepsilon_c = 3,925\text{‰} > \varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$). Oltre la rottura, un modulo secante estende la legge costitutiva per raggiungere un equilibrio fittizio post-rottura, quantificando il superamento ($FS = 1,121$).

Sezione quadrata cava

Dati di input

Calcestruzzo

- Sezione quadrata cava
- Lato esterno $a = 2,0$ m
- Spessore delle pareti $t = 0,30$ m

Armatura

- Passo uniforme 150 mm
- 64 barre
- Diametro 20 mm
- Copriferro 40 mm
- 1 strato per faccia (interno + esterno)

Leggi costitutive (NBR-6118)

- Calcestruzzo C30: $f_{ck} = 30$ MPa
- Acciaio: $f_{yk} = 500$ MPa

Data

Hollow Square Section

Concrete

Side length (m): 2 Thickness (m): 0.3

Reinforcement

Mode: uniform spacing

Bar spacing (mm): 200 Bar diameter (mm): 20 Concrete cover (mm): 40 Layers (1 or 2): 1

Submit Infos

Figura 6: Sezione quadrata cava — geometria e armatura.

SLE — Pressoflessione deviata ($N + M_y + M_z$)

Carichi imposti: $N = -400$ kN, $M_z = 900$ kN · m, $M_y = 400$ kN · m

Visualization of stresses and strains

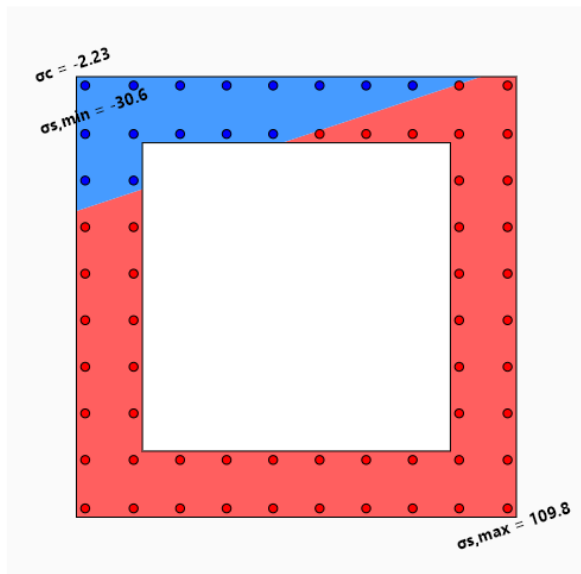


Figura 7: Distribuzione delle tensioni.

Visualization of stresses and strains

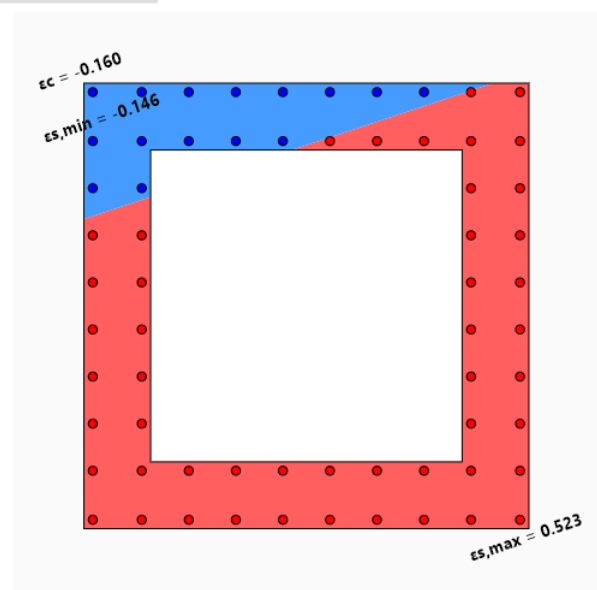


Figura 8: Distribuzione delle deformazioni.

Tensioni e deformazioni

σ_c	-2,23 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-30,57 MPa
$\sigma_{s, \max}$	109,79 MPa
ε_c	-0,160‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-0,146‰
$\varepsilon_{s, \max}$	0,523‰
FS	0,274
Verifica	OK

Sollecitazioni interne

N_c	458,9 kN
N_t	-858,9 kN
x_C	-0,541 m
y_C	0,859 m
x_T	0,177 m
y_T	-0,589 m
z	1,616 m

Convergenza

N_{iter}	4
Tol	$7,72 \times 10^{-10}$
N_{int}	-400,0 kN
$M_{z, \text{int}}$	900,0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	400,0 kN · m
ε_0	$0,189 \times 10^{-3}$
κ_x	$-0,261 \times 10^{-3}$
κ_y	$-0,087 \times 10^{-3}$

SLU — Pressoflessione deviata ($N + M_y + M_z$)

Carichi imposti: $N = 0$ kN, $M_z = 6000$ kN · m, $M_y = 6000$ kN · m

Visualization of stresses and strains

Load 2 σ ε N Q M Details

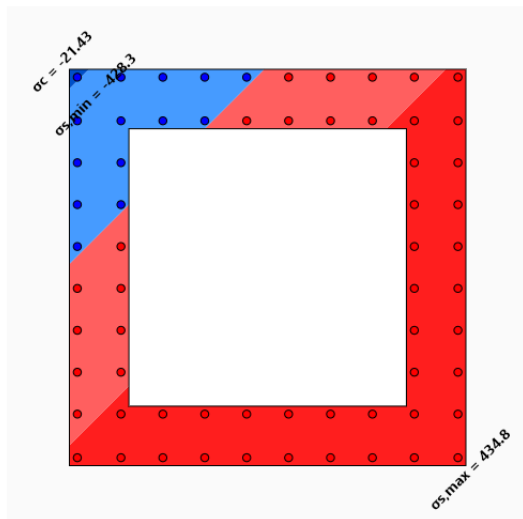


Figura 9: Distribuzione delle tensioni.

Visualization of stresses and strains

Load 2 σ ε N Q M Details

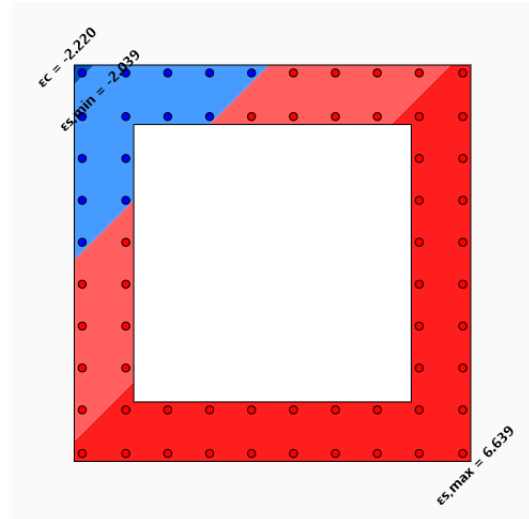


Figura 10: Distribuzione delle deformazioni.

Tensioni e deformazioni

σ_c	-21,43 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-428,28 MPa
$\sigma_{s, \max}$	434,78 MPa
ε_c	-2,220‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-2,039‰
$\varepsilon_{s, \max}$	6,639‰
FS	0,634
Verifica	OK

Sollecitazioni interne

N_c	5800,7 kN
N_t	-1293,2 kN
x_C	-0,751 m
y_C	0,751 m
x_T	-0,085 m
y_T	0,265 m
z	0,824 m

Convergenza

N_{iter}	9
Tol	$2,35 \times 10^{-7}$
N_{int}	0,0 kN
$M_{z, \text{int}}$	6000,0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	6000,0 kN · m
ε_0	$2,300 \times 10^{-3}$
κ_x	$-2,260 \times 10^{-3}$
κ_y	$-2,260 \times 10^{-3}$

Sezione personalizzata — Trave a U

Dati di input

Geometria definita tramite **contorno personalizzato** (punti XY) e tabella armature (x, y, φ) — per forme non standard.

Calcestruzzo

- Trave a U con anime inclinate
- Altezza totale $h = 1,20$ m

Armatura

- Passo uniforme 150 mm
- Soletta inferiore: 11 barre, diametro 20 mm
- Anime: 49 barre, diametro 12 mm
- 2 strati per anima

Leggi costitutive (BAEL 91)

- Calcestruzzo: $f_{c28} = 30$ MPa, $\theta = 0,85$
- Acciaio fe500: $f_e = 500$ MPa

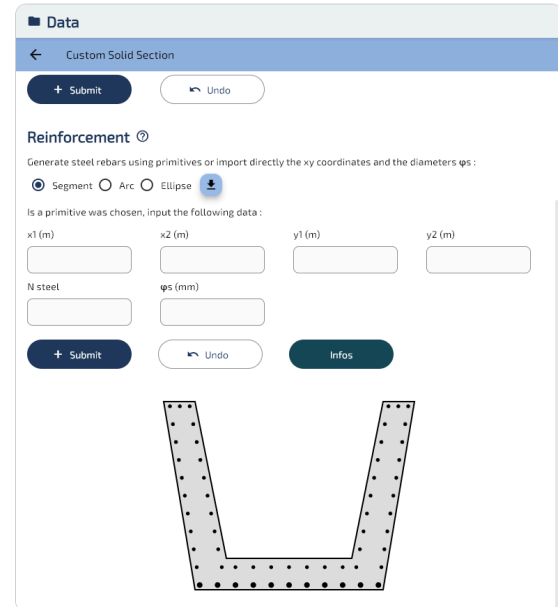


Figura 11: Trave a U — geometria e armatura.

SLE — Flessione semplice (M_z)

Carichi imposti: $N = 0$ kN, $M_z = 1500$ kN · m, $M_y = 0$

Visualization of stresses and strains

Load 1 σ ε N Q M Details

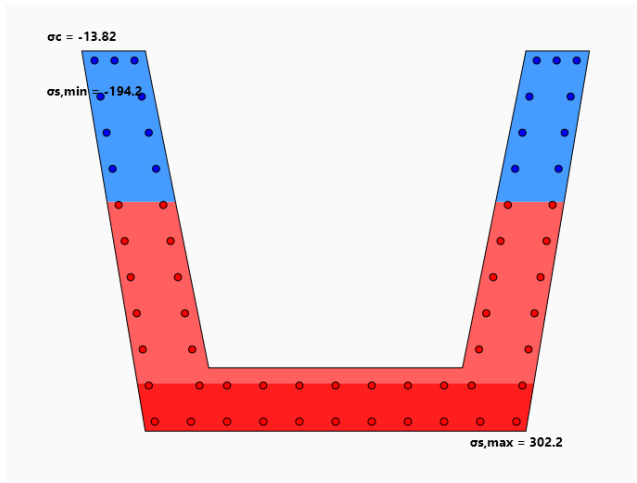


Figura 12: Distribuzione delle tensioni.

Visualization of stresses and strains

Load 1 σ ε N Q M Details

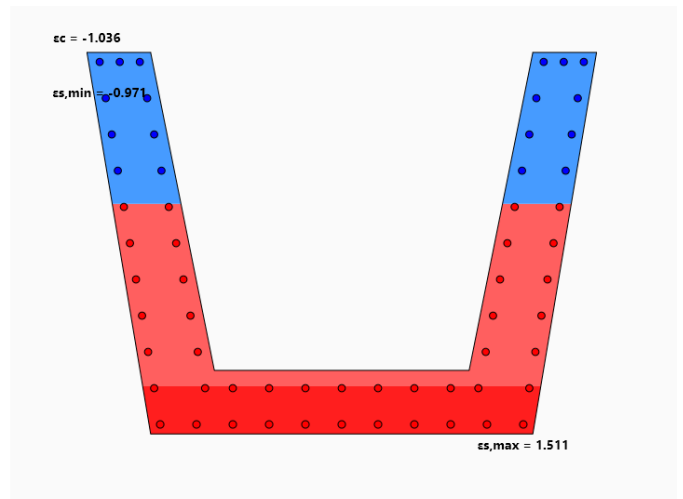


Figura 13: Distribuzione delle deformazioni.

Tensioni e deformazioni

σ_c	-13,82 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-194,19 MPa
$\sigma_{s, \max}$	302,23 MPa
ε_c	-1,036‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-0,971‰
$\varepsilon_{s, \max}$	1,511‰
FS	1,209
Verifica	KO

Sollecitazioni interne

N_c	1593,2 kN
N_t	-1593,2 kN
x_C	0,000 m
y_C	0,571 m
x_T	0,000 m
y_T	-0,371 m
z	0,942 m

Convergenza

N_{iter}	4
Tol	$2,26 \times 10^{-13}$
N_{int}	0,0 kN
$M_{z, \text{int}}$	1500,0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	0,0 kN · m
ε_0	$0,543 \times 10^{-3}$
κ_x	$-2,177 \times 10^{-3}$
κ_y	$0,000 \times 10^{-3}$

Allo SLE, la verifica è KO: $\sigma_{s, \max} = 302,2$ MPa supera la tensione ammissibile BAEI $\bar{\sigma}_s = 250,0$ MPa (fessurazione pregiudizievole, $\eta = 1,60$), con FS = 1,209.

SLU — Pressoflessione deviata ($M_y + M_z$)

Carichi imposti: $N = 0$ kN, $M_z = 2000$ kN · m, $M_y = 500$ kN · m

Visualization of stresses and strains

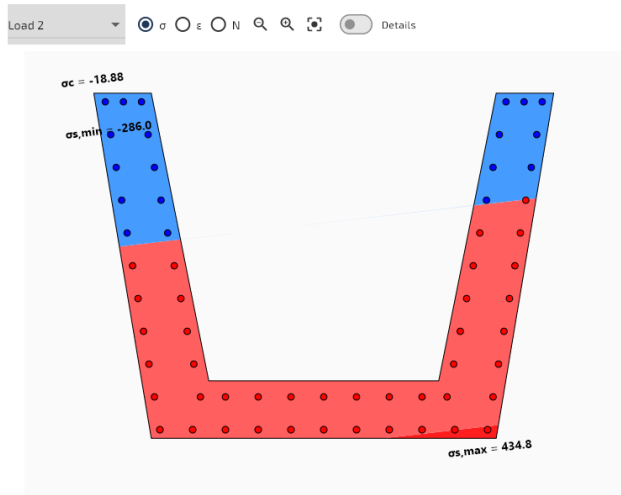


Figura 14: Distribuzione delle tensioni.

Visualization of stresses and strains

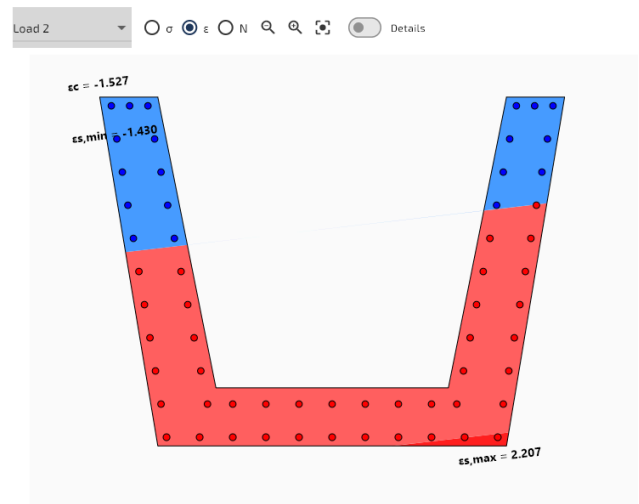


Figura 15: Distribuzione delle deformazioni.

Tensioni e deformazioni

σ_c	-18,88 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-286,01 MPa
$\sigma_{s, \max}$	434,78 MPa
ε_c	-1,527‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-1,430‰
$\varepsilon_{s, \max}$	2,207‰
FS	0,436
Verifica	OK

Sollecitazioni interne

N_c	2158,2 kN
N_t	-2158,2 kN
x_C	-0,192 m
y_C	0,562 m
x_T	0,039 m
y_T	-0,365 m
z	0,955 m

Convergenza

N_{iter}	4
Tol	$5,50 \times 10^{-9}$
N_{int}	0,0 kN
$M_{z, \text{int}}$	2000,0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	500,0 kN · m
ε_0	$0,772 \times 10^{-3}$
κ_x	$-2,811 \times 10^{-3}$
κ_y	$-0,325 \times 10^{-3}$

Validazione dei risultati

Verifica dell'equilibrio interno

I carichi imposti (N, M_y, M_z) sono l'ingresso. SectionPro trova iterativamente lo stato di deformazione e integra le tensioni per ottenere le sollecitazioni interne ($N_{\text{int}}, M_{y,\text{int}}, M_{z,\text{int}}$). A convergenza:

$$N_{\text{int}} \approx N \quad M_{y,\text{int}} \approx M_y \quad M_{z,\text{int}} \approx M_z$$

Sezione	Carico	N (kN)	N_{int} (kN)	M_z (kN·m)	$M_{z,\text{int}}$ (kN·m)	Δ
Esagonale	SLE	500,0	500,0	1000,0	1000,0	0,00 %
	SLU	2000,0	2000,0	3000,0	3000,0	0,00 %
Quadrata cava	SLE	-400,0	-400,0	900,0	900,0	0,00 %
	SLU	0,0	0,0	6000,0	6000,0	0,00 %
Trave a U	SLE	0,0	0,0	1500,0	1500,0	0,00 %
	SLU	0,0	0,0	2000,0	2000,0	0,00 %

L'equilibrio interno è soddisfatto con precisione macchina per tutti e sei i casi di carico.

Benchmark di prestazione — 100.000 casi di carico

100.000 casi di carico (SLE/SLU, monoassiale/deviata, OK/KO) sono eseguiti su **ciascuna delle tre sezioni**. Il benchmark misura il tempo di calcolo puro. Convergenza ottenuta per tutti i 300.000 casi.

Parametro	Esagonale	Quadrata cava	Trave a U
Casi di carico	100.000	100.000	100.000
Tempo di calcolo	0,173 s	0,304 s	0,260 s
Velocità	578.000 carichi/s	329.000 carichi/s	385.000 carichi/s

Tutte e tre le sezioni in meno di 0,3 s (329.000–578.000 casi/s), adatto per verifiche sistematiche di involuppi da software agli elementi finiti.

Esportazione

SectionPro esporta risultati in **PDF**, **testo** ed **Excel** (.xlsx) — con tensioni, sollecitazioni interne, convergenza e figure di distribuzione.

STRESS AND STRAIN VERIFICATION RESULTS $\sigma - \epsilon$

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-04 13:27

Load case #1 is the most unfavorable

Stresses and strains $\sigma - \epsilon$

σ and ϵ are the stresses and strains of concrete and steel (indices c and s). The safety factor reflects the ratio between maximum strain and limit strain. SF=1 therefore indicates non-verification of the material.

Param	Unit	#1	#2
σ_c	MPa	-13.82	-18.88
$\sigma_{s,min}$	MPa	-194.19	-286.01
$\sigma_{s,max}$	MPa	302.23	434.78
ϵ_c	‰	-1.036	-1.527
$\epsilon_{s,min}$	‰	-0.971	-1.430
$\epsilon_{s,max}$	‰	1.511	2.207
SF	-	1.209	0.436
Check	-	Ko	Ok

Internal forces

N_c and N_t are the compression and tension forces resulting from the integration of stresses over the section. The application coordinates of these forces are given by xy . The lever arm z is the distance between these forces.

Param	Unit	#1	#2
N_c	kN	1593.2	2158.2
N_t	kN	-1593.2	-2158.2
x_C	m	0.000	-0.192
y_C	m	0.571	0.561
x_T	m	0.000	0.039
y_T	m	-0.371	-0.365
z	m	0.942	0.955

Convergence

Given below are the number of iterations necessary for convergence of the solution algorithm, the tolerance achieved, the internal forces (N, M_z, M_y) and the deformation state of the section ($\epsilon_0, \kappa_x, \kappa_y$).

Param	Unit	#1	#2
N_{iter}	-	4	4
Tol	-	9.99e-9	9.99e-9
N_{int}	kN	0.0	0.0
M_z_{int}	kN-m	1500.0	2000.0
M_y_{int}	kN-m	-0.0	500.00
ϵ_0	‰	0.543	0.772
κ_x	‰	-2.177	-2.811
κ_y	‰	-0.000	-0.325

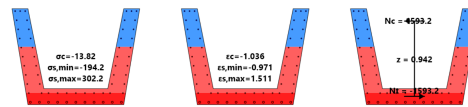
GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

STRESS AND STRAIN VERIFICATION RESULTS $\sigma - \epsilon$

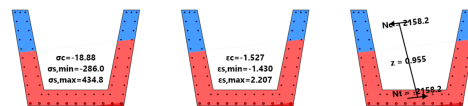
GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-04 13:27

Given below are figures representing graphically the previous tabular results.

Load case n°1 - Safety Factor = 1.209 (σ, ϵ and N_c, N_t)



Load case n°2 - Safety Factor = 0.436 (σ, ϵ and N_c, N_t)



GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

Figura 16: Esportazione PDF — pagina 1: tabelle dei risultati.

Figura 17: Esportazione PDF — pagina 2: figure.

Conclusion

SectionPro identifica correttamente i casi oltre la capacità, con equilibrio interno esatto. Tre normative (EC2, NBR-6118, BAEL 91), geometrie e leggi costitutive sono coperte.

Sezione	Caso di carico	Normativa	Verifica	Equilibrio Δ
Esagonale	SLE (lineare)	EC2	OK	0,00 %
	SLU (non lineare)	EC2	KO	0,00 %
Quadrata cava	SLE (lineare)	NBR-6118	OK	0,00 %
	SLU (non lineare)	NBR-6118	OK	0,00 %
Trave a U	SLE (lineare)	BAEL 91	KO	0,00 %
	SLU (non lineare)	BAEL 91	OK	0,00 %

Il benchmark mostra 0,17–0,30 s per sezione (329.000–578.000 casi/s, 300.000 convergenti), adatto per verifiche di involucri da software agli elementi finiti.