

Spannungen und Dehnungen

SectionPro-Tutorial — Sechseck-, hohler Quadrat- & U-Träger-Querschnitt unter GZG- und GZT-Lasten nach drei Normen (EC2, NBR-6118, BAEL 91)

BridgeKernel · 2026

Einleitung

Für aufgebrauchte Schnittgrößen (N, M_y, M_z) ermittelt SectionPro iterativ den Dehnungszustand ($\varepsilon_0, \kappa_y, \kappa_z$) im inneren Gleichgewicht. Daraus ergeben sich Spannungen und Dehnungen an den Randfasern, Druck- und Zugresultierende sowie ein Sicherheitsbeiwert (FS).

Drei Geometrien und Normen werden untersucht — **Sechseck-Vollquerschnitt** (EC2), **hohler Quadratquerschnitt** (NBR-6118) und **U-Träger** (BAEL 91) — jeweils im GZG (linear) und GZT (nichtlinear). Die Lastfälle erzeugen teils OK-, teils KO-Ergebnisse.

Berechnete Ergebnisse

SectionPro liefert für jeden Lastfall drei Ergebniskategorien:

Spannungen & Dehn.

σ_c — Betonrandspannung
 $\sigma_{s, \min}, \sigma_{s, \max}$ — Stahlspannungen
 ε_c — Betonranddehnung
 $\varepsilon_{s, \min}, \varepsilon_{s, \max}$ — Stahldehnungen
FS — Sicherheitsbeiwert
Nachweis — OK / KO

Schnittgrößen

N_c — Druckresultierende
 N_t — Zugresultierende
 (x_C, y_C) — Druckschwerpunkt
 (x_T, y_T) — Zugschwerpunkt
 z — Innerer Hebelarm

Konvergenz

N_{iter} — Iterationen
Tol — Konvergenztoleranz
 $N_{\text{int}}, M_{z, \text{int}}, M_{y, \text{int}}$ — Schnittgrößen
 $\varepsilon_0, \kappa_x, \kappa_y$ — Dehnungszustand

Testszenarien

Jeder Querschnitt wird im GZG (linear-elastisch) und GZT (nichtlinear: Parabel-Rechteck für Beton, bilinear für Stahl) untersucht, jeweils ohne Betonzugfestigkeit. Die Lastfälle umfassen einachsige ($N + M_z$) und schiefe Biegung ($N + M_y + M_z$), mit OK- und KO-Ergebnissen.

Querschnitt	GZG (linear)	GZT (nichtlinear)	Schief?	Norm
Sechseck	OK	KO	Ja (GZT)	EC2
Hohles Quadrat	OK	OK	Ja	NBR-6118
U-Träger	KO	OK	Ja (GZT)	BAEL 91

Sechseck-Vollquerschnitt

Eingabedaten

Beton

- Sechseckiger Querschnitt
- Breite $B = 2,00$ m
- Minimale Dicke $h_1 = 0,60$ m
- Maximale Dicke $h_2 = 1,00$ m

Bewehrung

- Gleichmäßiger Abstand 150 mm
- 30 Bewehrungsstäbe
- Durchmesser 25 mm
- Betondeckung 50 mm
- 1 Lage

Stoffgesetze (EC2)

- Beton C30/37: $f_{ck} = 30$ MPa
- Stahl B500B: $f_{yk} = 500$ MPa

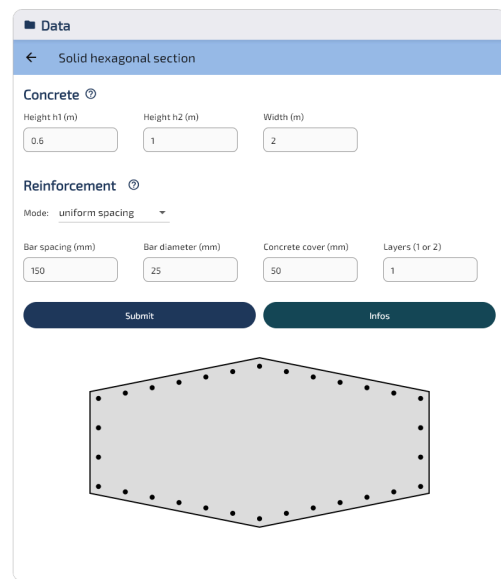


Abbildung 1: Sechseckquerschnitt — Geometrie und Bewehrung.

GZG — Biegung mit Normalkraft ($N + M_z$)

Aufgebrachte Lasten: $N = 500$ kN, $M_z = 1000$ kN · m, $M_y = 0$

Visualization of stresses and strains

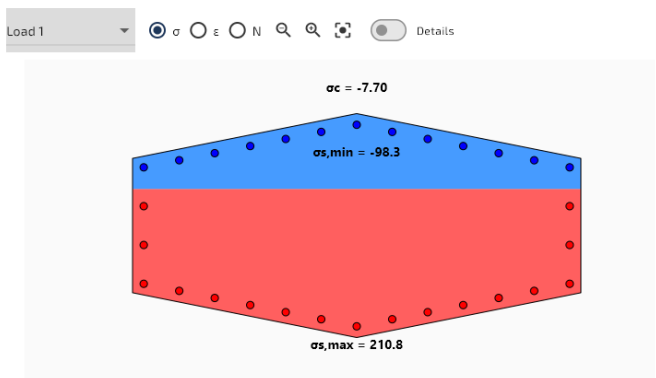


Abbildung 2: Spannungsverteilung.

Visualization of stresses and strains

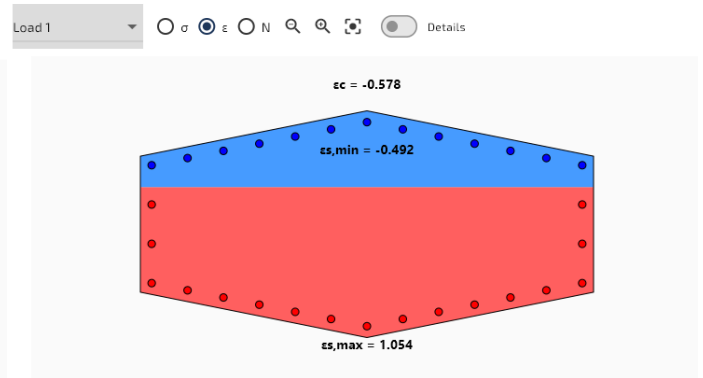


Abbildung 3: Dehnungsverteilung.

Spannungen & Dehnungen

Schnittgrößen

Konvergenz

σ_c	-7,70 MPa	N_c	1731,2 kN	N_{iter}	4
------------	-----------	-------	-----------	------------	---

$\sigma_{s, \min}$	-98,33 MPa	N_t	-1231,2 kN	Tol	$3,91 \times 10^{-9}$
$\sigma_{s, \max}$	210,77 MPa	x_C	0,000 m	N_{int}	500,0 kN
ε_c	-0,578‰	y_C	0,345 m	$M_{z, \text{int}}$	1000,0 kN · m
$\varepsilon_{s, \min}$	-0,492‰	x_T	0,000 m	$M_{y, \text{int}}$	0,0 kN · m
$\varepsilon_{s, \max}$	1,054‰	y_T	-0,327 m	ε_0	$0,281 \times 10^{-3}$
FS	0,527	z	0,672 m	κ_x	$-1,717 \times 10^{-3}$
Nachweis	OK			κ_y	$0,000 \times 10^{-3}$

GZT — Schiefe Biegung ($N + M_y + M_z$)

Aufgebrachte Lasten: $N = 2000$ kN, $M_z = 3000$ kN · m, $M_y = 1800$ kN · m

Visualization of stresses and strains

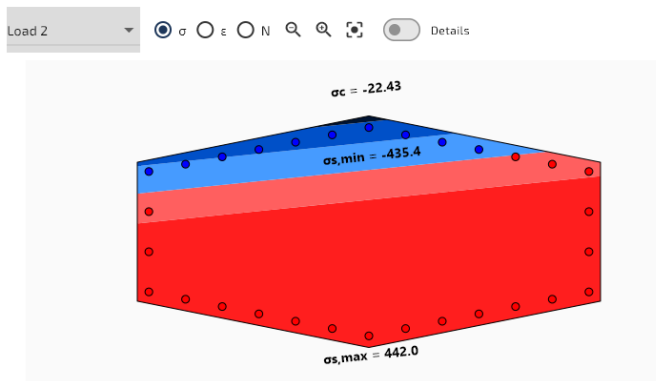


Abbildung 4: Spannungsverteilung.

Visualization of stresses and strains

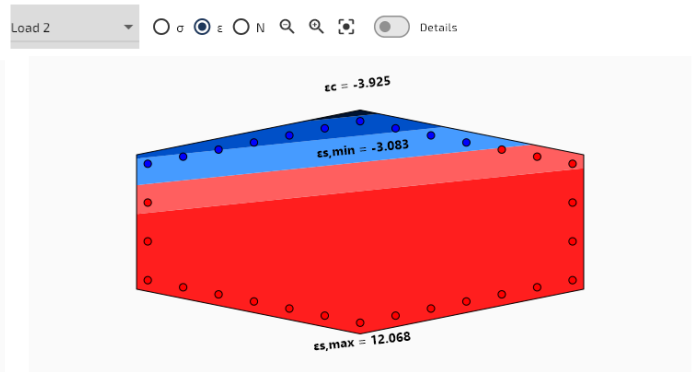


Abbildung 5: Dehnungsverteilung.

Spannungen & Dehnungen

σ_c	-22,43 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-435,44 MPa
$\sigma_{s, \max}$	441,98 MPa
ε_c	-3,925‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-3,083‰
$\varepsilon_{s, \max}$	12,068‰
FS	1,121

Nachweis

KO

Schnittgrößen

N_c	5871,9 kN
N_t	-3871,9 kN
x_C	-0,252 m
y_C	0,356 m
x_T	0,083 m
y_T	-0,235 m
z	0,679 m

Konvergenz

N_{iter}	8
Tol	$6,84 \times 10^{-9}$
N_{int}	2000,0 kN
$M_{z, \text{int}}$	3000,0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	1800,0 kN · m
ε_0	$4,492 \times 10^{-3}$
κ_x	$-16,834 \times 10^{-3}$
κ_y	$-1,721 \times 10^{-3}$

Wenn $FS > 1$, überschreiten die aufgebrachten Lasten die Querschnittstragfähigkeit. Hier ist der Beton zerdrückt ($\varepsilon_c = 3,925\text{‰} > \varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$). Jenseits des Versagens verlängert ein Sekantenmodul das Stoffgesetz, um ein fiktives Nachbruch-Gleichgewicht zu erreichen und die Überschreitung zu quantifizieren ($FS = 1,121$).

Hohler Quadratquerschnitt

Eingabedaten

Beton

- Hohler Quadratquerschnitt
- Außenseitenlänge $a = 2,0$ m
- Wanddicke $t = 0,30$ m

Bewehrung

- Gleichmäßiger Abstand 150 mm
- 64 Bewehrungsstäbe
- Durchmesser 20 mm
- Betondeckung 40 mm
- 1 Lage pro Seite (innen + außen)

Stoffgesetze (NBR-6118)

- Beton C30: $f_{ck} = 30$ MPa
- Stahl: $f_{yk} = 500$ MPa

Data

Hollow Square Section

Concrete

Side length (m): 2 Thickness (m): 0.3

Reinforcement

Mode: uniform spacing

Bar spacing (mm): 200 Bar diameter (mm): 20 Concrete cover (mm): 40 Layers (1 or 2): 1

Submit Infos

Abbildung 6: Hohler Quadratquerschnitt — Geometrie und Bewehrung.

GZG — Schiefe Biegung ($N + M_y + M_z$)

Aufgebrachte Lasten: $N = -400$ kN, $M_z = 900$ kN · m, $M_y = 400$ kN · m

Visualization of stresses and strains

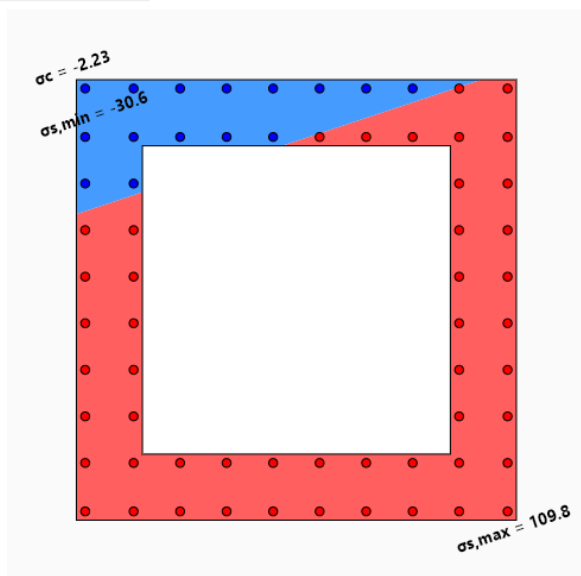


Abbildung 7: Spannungsverteilung.

Visualization of stresses and strains

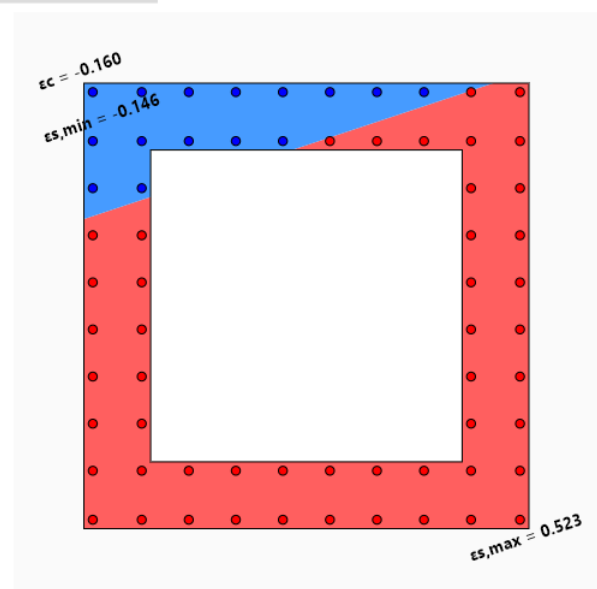


Abbildung 8: Dehnungsverteilung.

Spannungen & Dehnungen

σ_c	-2,23 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-30,57 MPa
$\sigma_{s, \max}$	109,79 MPa
ε_c	-0,160‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-0,146‰
$\varepsilon_{s, \max}$	0,523‰
FS	0,274
Nachweis	OK

Schnittgrößen

N_c	458,9 kN
N_t	-858,9 kN
x_C	-0,541 m
y_C	0,859 m
x_T	0,177 m
y_T	-0,589 m
z	1,616 m

Konvergenz

N_{iter}	4
Tol	$7,72 \times 10^{-10}$
N_{int}	-400,0 kN
$M_{z, \text{int}}$	900,0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	400,0 kN · m
ε_0	$0,189 \times 10^{-3}$
κ_x	$-0,261 \times 10^{-3}$
κ_y	$-0,087 \times 10^{-3}$

GZT — Schiefe Biegung ($N + M_y + M_z$)

Aufgebrachte Lasten: $N = 0$ kN, $M_z = 6000$ kN · m, $M_y = 6000$ kN · m

Visualization of stresses and strains

Load 2 σ ε N Q M Details

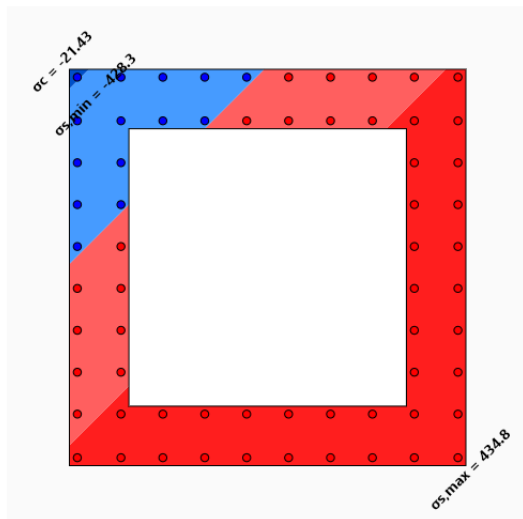


Abbildung 9: Spannungsverteilung.

Visualization of stresses and strains

Load 2 σ ε N Q M Details

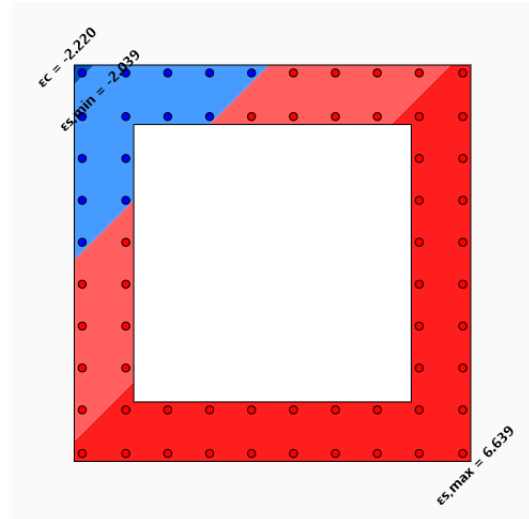


Abbildung 10: Dehnungsverteilung.

Spannungen & Dehnungen

σ_c	-21,43 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-428,28 MPa
$\sigma_{s, \max}$	434,78 MPa
ε_c	-2,220‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-2,039‰
$\varepsilon_{s, \max}$	6,639‰
FS	0,634
Nachweis	OK

Schnittgrößen

N_c	5800,7 kN
N_t	-1293,2 kN
x_C	-0,751 m
y_C	0,751 m
x_T	-0,085 m
y_T	0,265 m
z	0,824 m

Konvergenz

N_{iter}	9
Tol	$2,35 \times 10^{-7}$
N_{int}	0,0 kN
$M_{z, \text{int}}$	6000,0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	6000,0 kN · m
ε_0	$2,300 \times 10^{-3}$
κ_x	$-2,260 \times 10^{-3}$
κ_y	$-2,260 \times 10^{-3}$

Spannungen & Dehnungen

Schnittgrößen

Konvergenz

σ_c	-13,82 MPa	N_c	1593,2 kN	N_{iter}	4
$\sigma_{s, min}$	-194,19 MPa	N_t	-1593,2 kN	Tol	$2,26 \times 10^{-13}$
$\sigma_{s, max}$	302,23 MPa	x_C	0,000 m	N_{int}	0,0 kN
ε_c	-1,036‰	y_C	0,571 m	$M_{z, int}$	1500,0 kN · m
$\varepsilon_{s, min}$	-0,971‰	x_T	0,000 m	$M_{y, int}$	0,0 kN · m
$\varepsilon_{s, max}$	1,511‰	y_T	-0,371 m	ε_0	$0,543 \times 10^{-3}$
FS	1,209	z	0,942 m	κ_x	$-2,177 \times 10^{-3}$
Nachweis	KO			κ_y	$0,000 \times 10^{-3}$

Im GZG ist der Nachweis KO: $\sigma_{s, max} = 302,2$ MPa überschreitet die zulässige Spannung nach BAEL $\bar{\sigma}_s = 250,0$ MPa (schädliche Rissbildung, $\eta = 1,60$), was FS = 1,209 ergibt.

GZT — Schiefe Biegung ($M_y + M_z$)

Aufgebrachte Lasten: $N = 0$ kN, $M_z = 2000$ kN · m, $M_y = 500$ kN · m

Visualization of stresses and strains

Load 2 σ ε N κ ε_0 Details

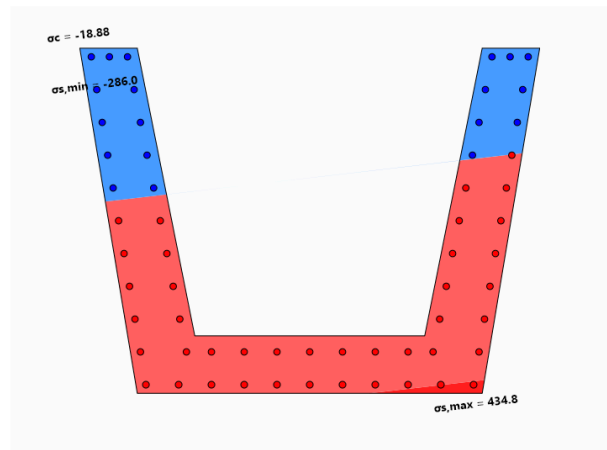


Abbildung 14: Spannungsverteilung.

Visualization of stresses and strains

Load 2 σ ε N κ ε_0 Details

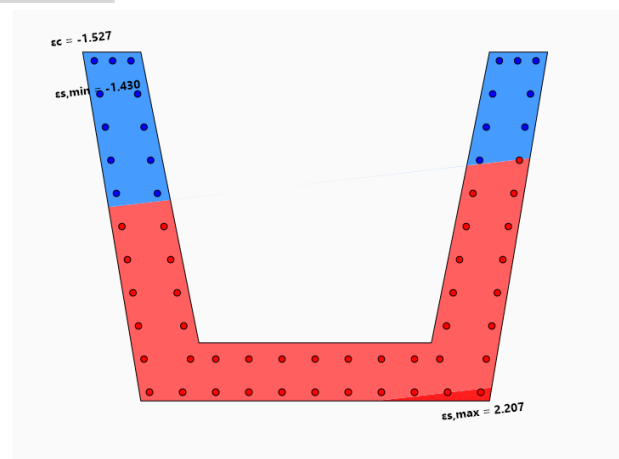


Abbildung 15: Dehnungsverteilung.

Spannungen & Dehnungen

Schnittgrößen

Konvergenz

σ_c	-18,88 MPa	N_c	2158,2 kN	N_{iter}	4
$\sigma_{s, min}$	-286,01 MPa	N_t	-2158,2 kN	Tol	$5,50 \times 10^{-9}$
$\sigma_{s, max}$	434,78 MPa	x_C	-0,192 m	N_{int}	0,0 kN
ε_c	-1,527‰	y_C	0,562 m	$M_{z, int}$	2000,0 kN · m
$\varepsilon_{s, min}$	-1,430‰	x_T	0,039 m	$M_{y, int}$	500,0 kN · m
$\varepsilon_{s, max}$	2,207‰	y_T	-0,365 m	ε_0	$0,772 \times 10^{-3}$
FS	0,436	z	0,955 m	κ_x	$-2,811 \times 10^{-3}$
Nachweis	OK			κ_y	$-0,325 \times 10^{-3}$

Ergebnisvalidierung

Nachweis des inneren Gleichgewichts

Die aufgebrachten Lasten (N, M_y, M_z) sind die Eingabe. SectionPro ermittelt iterativ den Dehnungszustand und integriert die Spannungen zu den inneren Schnittgrößen ($N_{\text{int}}, M_{y,\text{int}}, M_{z,\text{int}}$). Bei Konvergenz gilt:

$$N_{\text{int}} \approx N \quad M_{y,\text{int}} \approx M_y \quad M_{z,\text{int}} \approx M_z$$

Querschnitt	Last	N (kN)	N_{int} (kN)	M_z (kN·m)	$M_{z,\text{int}}$ (kN·m)	Δ
Sechseck	GZG	500,0	500,0	1000,0	1000,0	0,00 %
	GZT	2000,0	2000,0	3000,0	3000,0	0,00 %
Hohles Quadrat	GZG	-400,0	-400,0	900,0	900,0	0,00 %
	GZT	0,0	0,0	6000,0	6000,0	0,00 %
U-Träger	GZG	0,0	0,0	1500,0	1500,0	0,00 %
	GZT	0,0	0,0	2000,0	2000,0	0,00 %

Das innere Gleichgewicht ist für alle sechs Lastfälle bis auf Maschinengenauigkeit erfüllt.

Leistungsbenchmark — 100.000 Lastfälle

100.000 Lastfälle (GZG/GZT, einachsig/schief, OK/KO gemischt) werden für **jeden der drei Querschnitte** berechnet. Der Benchmark misst die reine Rechenzeit. Konvergenz wurde für alle 300.000 Lastfälle erreicht.

Kennwert	Sechseck	Hohles Quadrat	U-Träger
Lastfälle	100.000	100.000	100.000
Rechenzeit	0,173 s	0,304 s	0,260 s
Rate	578.000 Lastf./s	329.000 Lastf./s	385.000 Lastf./s

Alle drei Querschnitte werden in unter 0,3 s berechnet (329.000–578.000 Lastfälle/s), geeignet für systematische Hüllkurven-Nachweise aus FE-Software.

Export

SectionPro exportiert Ergebnisse als **PDF**, **Text** und **Excel** (.xlsx) — mit allen Spannungen, Schnittgrößen, Konvergenzinformationen und Verteilungsdiagrammen.

STRESS AND STRAIN VERIFICATION RESULTS $\sigma - \epsilon$

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-04 13:27

Load case #1 is the most unfavorable

Stresses and strains $\sigma - \epsilon$

σ and ϵ are the stresses and strains of concrete and steel (indices c and s). The safety factor reflects the ratio between maximum strain and limit strain. SF=1 therefore indicates non-verification of the material.

Param	Unit	#1	#2
σ_c	MPa	-13.82	-18.88
$\sigma_{s,min}$	MPa	-194.19	-286.01
$\sigma_{s,max}$	MPa	302.23	434.78
ϵ_c	‰	-1.036	-1.527
$\epsilon_{s,min}$	‰	-0.971	-1.430
$\epsilon_{s,max}$	‰	1.511	2.207
SF	-	1.209	0.436
Check	-	Ko	Ok

Internal forces

N_c and N_t are the compression and tension forces resulting from the integration of stresses over the section. The application coordinates of these forces are given by xy . The lever arm z is the distance between these forces.

Param	Unit	#1	#2
N_c	kN	1593.2	2158.2
N_t	kN	-1593.2	-2158.2
x_C	m	0.000	-0.192
y_C	m	0.571	0.561
x_T	m	0.000	0.039
y_T	m	-0.371	-0.365
z	m	0.942	0.955

Convergence

Given below are the number of iterations necessary for convergence of the solution algorithm, the tolerance achieved, the internal forces (N, M_z, M_y) and the deformation state of the section ($\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}$).

Param	Unit	#1	#2
N_{iter}	-	4	4
Tol	-	9.99e-9	9.99e-9
N_{int}	kN	0.0	0.0
M_z,int	kN-m	1500.0	2000.0
M_y,int	kN-m	-0.0	500.00
ϵ_o	‰	0.543	0.772
ϵ_{xx}	‰	-2.177	-2.811
ϵ_{yy}	‰	-0.000	-0.325

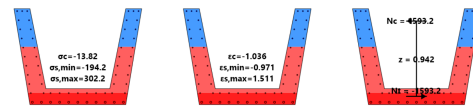
GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

STRESS AND STRAIN VERIFICATION RESULTS $\sigma - \epsilon$

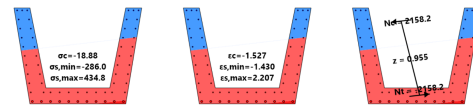
GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-04 13:27

Given below are figures representing graphically the previous tabular results.

Load case n°1 - Safety Factor = 1.209 (σ, ϵ and N_c, N_t)



Load case n°2 - Safety Factor = 0.436 (σ, ϵ and N_c, N_t)



GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

Abbildung 16: PDF-Export — Seite 1: Ergebnistabellen.

Abbildung 17: PDF-Export — Seite 2: Abbildungen.

Schlussfolgerung

SectionPro identifiziert korrekt die Lastfälle jenseits der Tragfähigkeit, bei exaktem inneren Gleichgewicht. Drei Normen (EC2, NBR-6118, BAEL 91), Geometrien und Stoffgesetze werden abgedeckt.

Querschnitt	Lastfall	Norm	Nachweis	Gleichgewicht Δ
Sechseck	GZG (linear)	EC2	OK	0,00 %
	GZT (nichtlinear)	EC2	KO	0,00 %
Hohles Quadrat	GZG (linear)	NBR-6118	OK	0,00 %
	GZT (nichtlinear)	NBR-6118	OK	0,00 %
U-Träger	GZG (linear)	BAEL 91	KO	0,00 %
	GZT (nichtlinear)	BAEL 91	OK	0,00 %

Der Benchmark zeigt 0,17–0,30 s pro Querschnitt (329.000–578.000 Lastfälle/s, 300.000 konvergiert), geeignet für Hüllkurven-Nachweise aus FE-Software.