



Dimensionarea armăturilor prin suprafețe de interacțiune

Tutorial SectionPro: determinarea armăturii minime pentru un set de combinații de încărcări folosind domeniul de rezistență 3D

BridgeKernel · 2026

Introducere

SectionPro oferă două fluxuri de verificare: soluționatorul de echilibru al secțiunii (Articolul #3), care procesează orice număr de combinații de încărcări și returnează starea detaliată de tensiune/deformație pentru fiecare în parte; și verificarea prin suprafață de interacțiune (Articolul #5), care construiește domeniul de rezistență 3D (N, M_z, M_y) și evaluează toate încărcările simultan, măsurând distanța normalizată η față de suprafață. Ambele răspund la întrebarea de verificare: este secțiunea adecvată pentru un φ_s dat?

Acest articol abordează problema inversă, dimensionarea: având o dispunere a armăturii și un set de combinații de încărcări, se determină diametrul minim al barelor φ_s astfel încât toate încărcările să se afle în interiorul suprafeței de interacțiune. Algoritmul caută diametrul care produce o suprafață unde încărcarea cea mai critică ajunge exact la limită ($\eta = 1$), în limita unui criteriu de toleranță numerică. Fiecare stare limită este rezolvată independent, iar SectionPro raportează φ_s per stare, precum și valoarea determinantă pentru toate stările.

Pentru ACI 318, CSA A23.3 și AASHTO, suprafața este construită nativ din blocul de tensiuni Whitney cu factori de reducere a rezistenței. Deoarece încărcările sunt evaluate geometric și nu prin convergență iterativă, această metodă devine semnificativ mai rapidă pentru anvelopele mari de încărcări (vezi Secțiunea 5).

Rezultate calculate

SectionPro raportează trei categorii de rezultate:

Dimensionarea armăturii

φ_s : diametrul necesar al barei
 A_s : aria de oțel necesară per bară
Un rezultat per stare limită
 φ_s determinant pentru toate stările limită

Distanțe și vizualizare 3D

η : distanța normalizată per încărcare
Stare: **Intern** / Limită
Reprezentare 3D pe suprafața finală
O suprafață per stare limită

Exporturi

PDF: vizualizări 3D + tabel de dimensionare
XLS: φ_s , încărcări, distanțe, stare
TXT: rezultate tabulare (coloane)

Secțiune octogonală (Eurocode 2)

Date de intrare

Geometria secțiunii, dispunerea armăturii și legile materialelor sunt identice cu cele utilizate în Articolele #4 și #5. Sunt definite 30 de combinații de încărcări: 15 la ULS-F (Fundamental) și 15 la SLS-C (Caracteristic).

Beton

- Secțiune transversală octogonală
- $b_1 = 2,00$ m, $b_2 = 0,50$ m
- $h_1 = 1,00$ m, $h_2 = 0,60$ m

Dispunerea armăturii

- 48 de poziții de bare, spațiere uniformă 150 mm
- Acoperire 50 mm, 1 strat
- Diametru φ_s : de determinat

Legi de material (EC2)

- Beton C30/37: $f_{ck} = 30$ MPa
- Oțel B500B: $f_{yk} = 500$ MPa

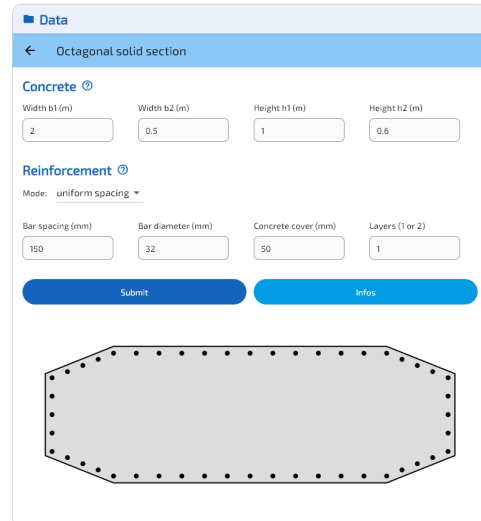


Figura 1: Secțiune octogonală: geometrie și dispunerea armăturii.

Rezultatele dimensionării

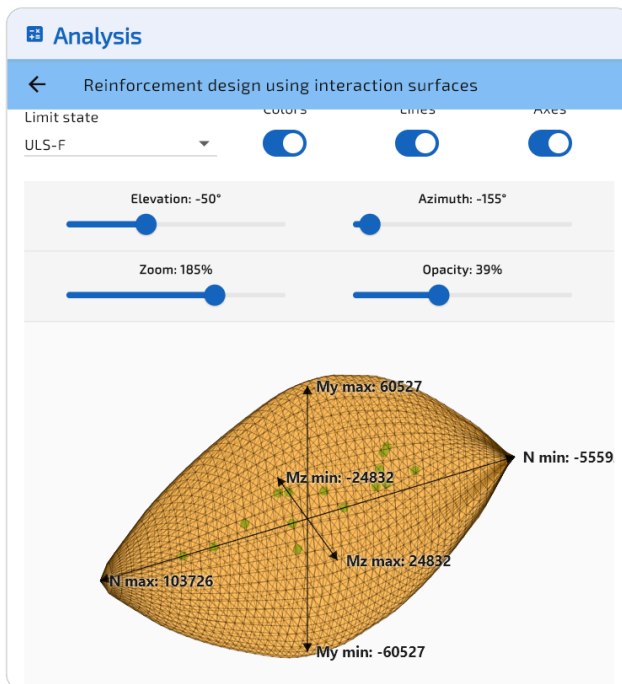


Figura 2: ULS-F: suprafața de interacțiune la φ_s convergent.

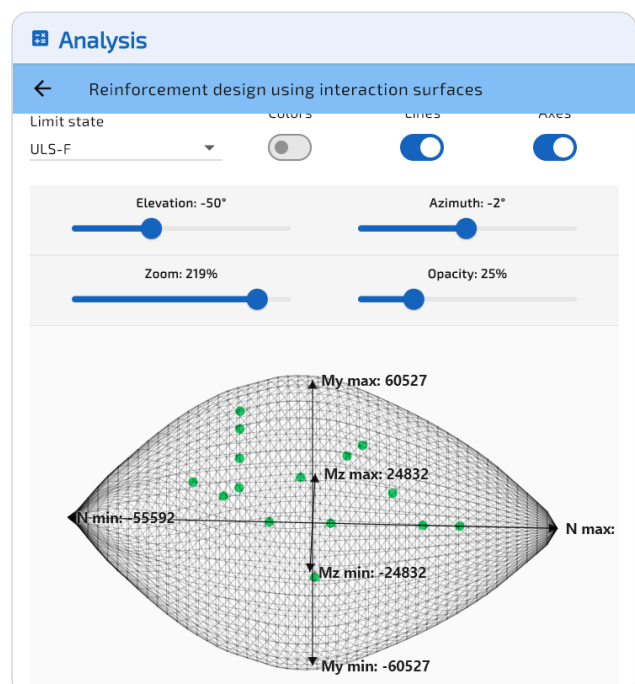


Figura 3: ULS-F, rotit.

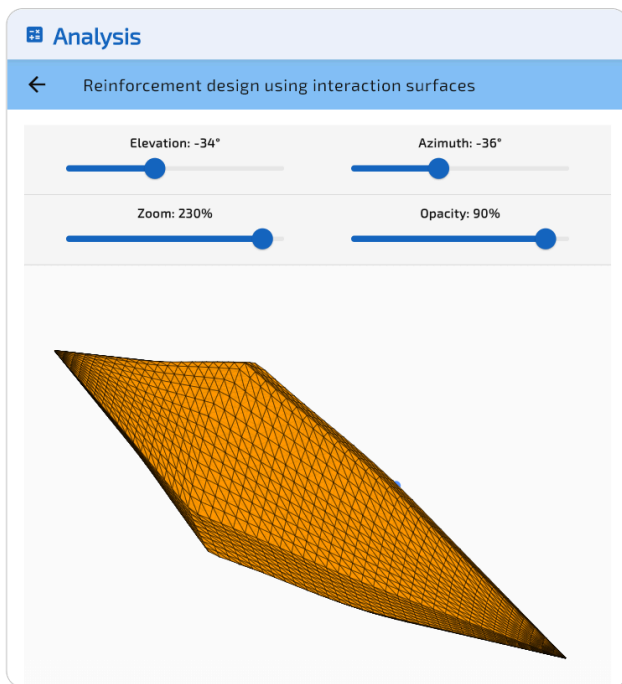


Figura 4: SLS-C: suprafața de interacțiune la φ_s convergent.

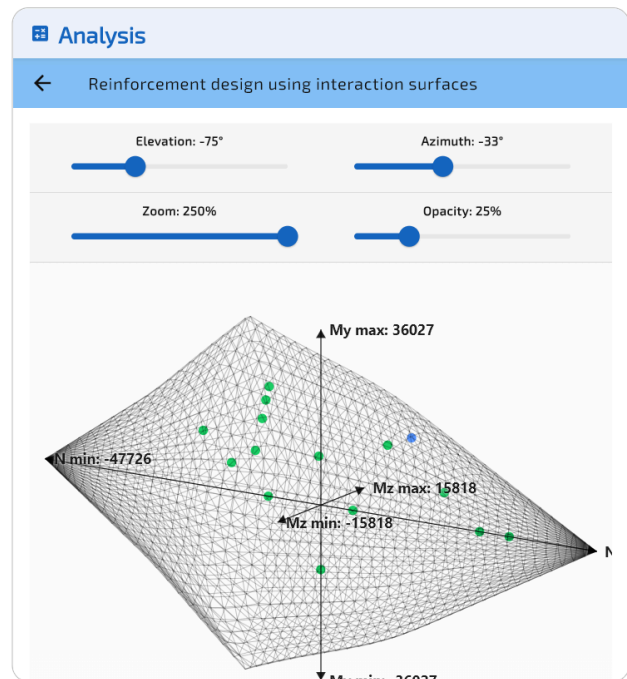


Figura 5: SLS-C, rotit.

SLS-C guvernează cu $\varphi_s = 56,26$ mm (față de 55,09 mm la ULS-F). La diametrul determinant, încărcarea limită SLS-C (#26) este vizibilă în albastru pe suprafață, în timp ce toate încărcările ULS-F sunt interne (verde).

Stare	φ_s (mm)	η_{worst}	Încărcarea critică	Stare
ULS-F	55,09	0,970	#8	Intern
SLS-C	56,26	1,000	#26	Limită

Distanțe la armătura determinantă

Odată ce $\varphi_s = 56,26$ mm determinant este stabilit (SLS-C guvernează), SectionPro reconstruiește suprafața de interacțiune pentru fiecare stare limită la acest diametru și calculează distanțele pentru toate cele 30 de încărcări. Fiecare încărcare trebuie să fie Internă ($\eta < 1$) sau la limită ($\eta \approx 1$).

Înc.	Stare	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η	Stare
26	SLS-C	35000	6000	15000	1,000	Limită
8	ULS-F	0	14000	35000	0,970	Intern
23	SLS-C	0	8000	20000	0,883	Intern
7	ULS-F	0	11000	30000	0,820	Intern
25	SLS-C	30000	5000	13000	0,815	Intern
22	SLS-C	0	6800	17500	0,797	Intern
28	SLS-C	-13000	4000	10000	0,796	Intern
11	ULS-F	40000	10000	25000	0,727	Intern
29	SLS-C	45000	2500	6000	0,716	Intern
4	ULS-F	72000	0	0	0,603	Intern

Celelalte 20 de încărcări au toate $\eta < 0,60$. Tabelul complet poate fi exportat de software în formatele PDF, TXT și XLS.

Secțiune eliptică (ACI 318)

Date de intrare

Geometria secțiunii, armătura și legile materialelor sunt identice cu cele utilizate în articolul de verificare prin suprafață de interacțiune. Sunt definite 30 de combinații de încărcări: 15 la ULS și 15 la SLS. Blocul de tensiuni Whitney conform ACI 318 este utilizat nativ pentru a construi suprafața de interacțiune ULS, incluzând factorii de reducere a rezistenței ($\varphi = 0,90$ controlat de tracțiune, $\varphi = 0,65$ controlat de compresiune, $\varphi_N = 0,80$ plafon). Suprafața SLS utilizează comportamentul elastic liniar cu tensiuni admisibile ($\sigma_c = 11,5$ MPa, $\sigma_s = 250$ MPa).

Beton

- Secțiune transversală eliptică
- Lățime = 3,00 m, Înălțime = 2,00 m

Dispunerea armăturii

- 40 de bare pe perimetru
- Acoperire 50 mm
- Diametru φ_s : de determinat

Legi de material (ACI 318)

- Beton: $f'_c = 30$ MPa
- Oțel: $f_y = 500$ MPa
- Bloc Whitney: $\beta_1 = 0,832$

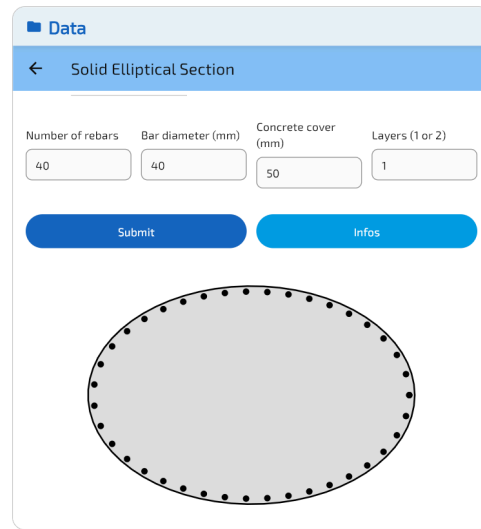


Figura 6: Secțiune eliptică: geometrie și dispunerea armăturii.

Rezultatele dimensionării

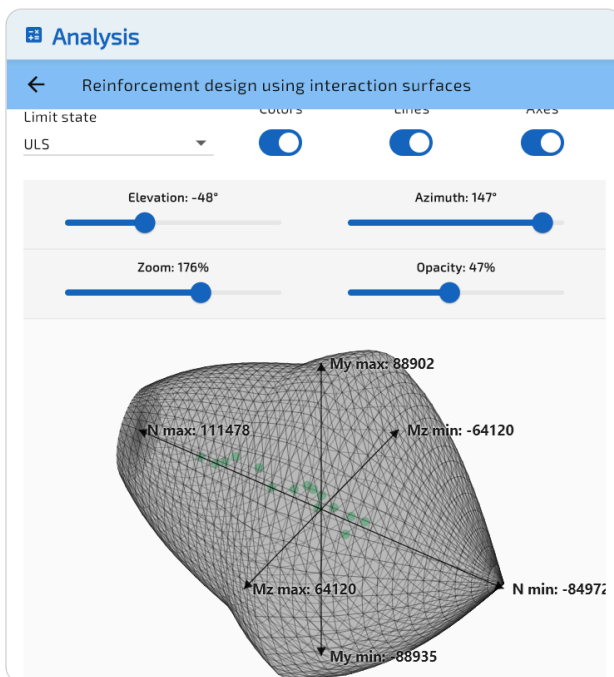


Figura 7: ULS: suprafața de interacțiune la φ_s convergent.

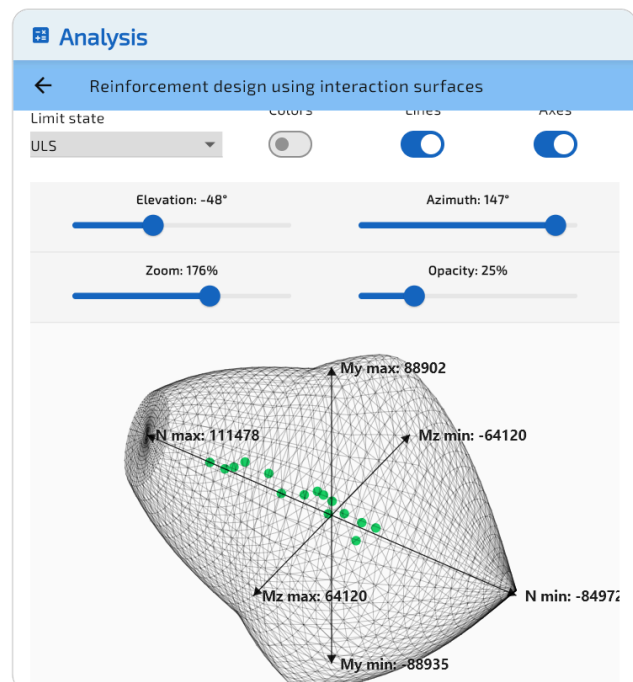


Figura 8: ULS, rotit.

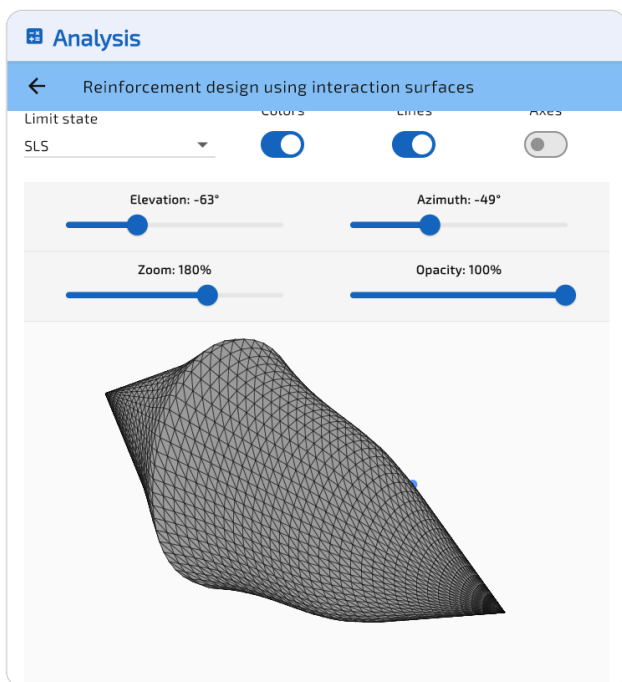


Figura 9: SLS: suprafața de interacțiune la φ_s convergent.

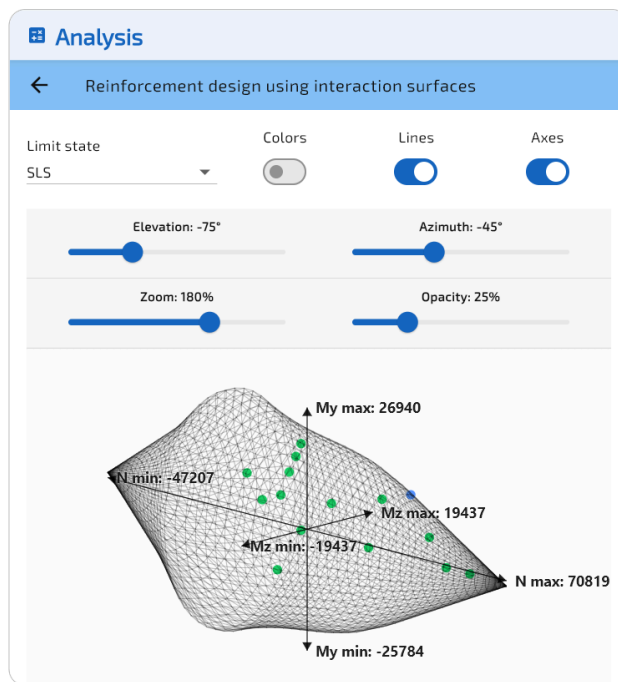


Figura 10: SLS, rotit.

SLS guvernează cu $\varphi_s = 77,53$ mm (față de 64,71 mm la ULS). Încărcarea limită SLS (#26) este vizibilă în albastru pe suprafață, în timp ce toate încărcările ULS sunt interne (verde).

Stare	φ_s (mm)	η_{worst}	Încărcarea critică	Stare
ULS	64,71	0,781	#8	Intern
SLS	77,53	1,000	#26	Limită

Distanțe la armătura determinantă

La $\varphi_s = 77,53$ mm determinant (SLS guvernează), toate cele 30 de încărcări sunt Interne. Primele 10 încărcări cele mai critice sunt:

Înc.	Stare	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η	Stare
26	SLS	35000	7500	11000	1,000	Limită
23	SLS	0	10000	15000	0,866	Intern
19	SLS	60000	0	0	0,835	Intern
29	SLS	45000	3000	4500	0,812	Intern
8	ULS	0	32000	45000	0,781	Intern
25	SLS	28000	6000	9000	0,766	Intern
18	SLS	53000	0	0	0,712	Intern
11	ULS	45000	22000	33000	0,710	Intern
7	ULS	0	27000	39000	0,699	Intern
22	SLS	0	8500	12500	0,695	Intern

Validare încrucișată cu verificarea prin suprafață de interacțiune (Articolul #5)

Verificarea prin suprafață de interacțiune (Articolul #5) a analizat aceleași două secțiuni cu diametre fixe de bare ($\varphi = 32$ mm pentru octogon, $\varphi = 40$ mm pentru elipsă). La acele diametre, mai multe încărcări au fost clasificate ca Externe ($\eta > 1$), ceea ce înseamnă că capacitatea secțiunii a fost depășită. Modulul de dimensionare (acest articol) trebuie deci să returneze valori φ_s mai mari decât acele diametre fixe.

Secțiune octogonală (EC2, $\varphi = 32$ mm fix în Art. #5)

Cu $\varphi = 32$ mm, 7 din cele 15 încărcări ULS-F au fost Externe și 8 din cele 15 încărcări SLS-C au fost Externe. Modulul de dimensionare returnează $\varphi_s = 55,09$ mm (ULS-F) și $\varphi_s = 56,26$ mm (SLS-C), ambele cu mult peste 32 mm, confirmând că diametrul fix era insuficient. Diametrul determinant SLS-C este cu 76% mai mare decât diametrul de verificare.

Stare limită	φ Art.#5 (mm)	φ_s dim. (mm)	Externe în Art.#5
ULS-F	32	55,09	7 / 15
SLS-C	32	56,26	8 / 15

Secțiune eliptică (ACI 318, $\varphi = 40$ mm fix în Art. #5)

Similar, cu $\varphi = 40$ mm, 7 din cele 15 încărcări ULS și 8 din cele 15 încărcări SLS au fost Externe. Modulul de dimensionare returnează $\varphi_s = 64,71$ mm (ULS) și $\varphi_s = 77,53$ mm (SLS). Diametrul determinant SLS este cu 94% mai mare decât diametrul de verificare.

Stare limită	φ Art.#5 (mm)	φ_s dim. (mm)	Externe în Art.#5
ULS	40	64,71	7 / 15
SLS	40	77,53	8 / 15

În ambele cazuri, modulul de dimensionare returnează corect diametre care depășesc diametrul de verificare ori de câte ori au fost prezente încărcări externe, confirmând consistența totală între fluxurile de verificare și dimensionare.

Validare încrucișată cu soluționatorul de echilibru al secțiunii (Articolul #3)

Soluționatorul de echilibru al secțiunii (Articolul #3) a calculat φ_s necesar pentru cazuri individuale de încărcare pe o secțiune hexagonală plină (EC2, C30/37, 30 bare, spațiere 150 mm). Două cazuri de încărcare la ULS-F au fost analizate: o încărcare biaxială combinată și un caz de încovoiere uniaxială. Rulând modulul de dimensionare pe aceeași secțiune cu aceste două încărcări ca anvelopă, φ_s determinant trebuie să coincidă cu cel mai mare diametru găsit de soluționatorul direct.

Secțiune hexagonală, anvelopă cu două încărcări

Înc.	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	φ_s^{NR} (mm)	φ_s^{SI} (mm)
ULS	2000	3000	1800	10,73	—
SLS	500	1000	0	6,40	—
Det.				10,73	10,82

Ambele soluționatoare converg către același diametru determinant: $\varphi_s = 10,73$ mm (echilibru) față de $\varphi_s = 10,82$ mm (suprafață de interacțiune).

Benchmark de performanță

Tabelul următor compară timpul de calcul pe secțiunea octogonală EC2 (5 stări limită, 48 bare), scalând numărul de combinații de încărcări de la 2 la 1 000 000. Încărcările sunt distribuite aleatoriu pe toate stările limită. Soluționatorul de echilibru efectuează o convergență iterativă per încărcare. Metoda suprafeței de interacțiune construiește suprafața și evaluează toate încărcările geometric.

Încărcări	Solut. direct (ms)	Dim. SI (ms)	Accelerare
2	2,1	154	0,01 ×
100	5,6	382	0,01 ×
1000	23	441	0,05 ×
10000	167	526	0,32 ×
100000	1688	1306	1,29 ×

Ambele metode oferă performanțe similare la toate scările, cu soluționatorul de echilibru mai rapid pentru anvelopele mici și metoda suprafeței de interacțiune recuperând în jurul a 100000 de încărcări. Valorile φ_s concordă în limita a 0,1% la toate scările. Avantajul practic al abordării prin suprafața de interacțiune nu este viteza brută, ci rezultatul vizual: graficul de dispersie 3D pe suprafața determinantă oferă confirmarea imediată că toate încărcările sunt incluse, ceea ce soluționatorul de echilibru nu furnizează.

Concluzie

Dimensionarea prin suprafață de interacțiune oferă o metodă eficientă pentru determinarea diametrului minim de armătură pentru o anvelopă completă de încărcări:

- O singură rulare, toate încărcările: algoritmul procesează orice număr de combinații de încărcări într-o singură trecere.
- Whitney nativ pentru codurile americane: pentru ACI 318, CSA A23.3 și AASHTO, suprafața este construită direct din blocul de tensiuni Whitney cu factori de reducere a rezistenței.
- Validare încrucișată: rezultatele dimensionării coincid cu verificarea prin suprafață de interacțiune (Articolul #5: încărcările care erau Externe la diametrul fix necesită acum un φ_s mai mare) și cu soluționatorul de echilibru al secțiunii (Articolul #3: ambele metode converg către același diametru determinant în limita toleranței numerice).
- Confirmare vizuală: graficul de dispersie 3D la φ_s determinant arată imediat că toate încărcările sunt incluse, cu încărcarea critică la limită.

- Complementar soluționatorului de echilibru: soluționatorului de echilibru returnează starea completă de tensiune/deformație, în timp ce metoda suprafeței de interacțiune oferă o verificare vizuală a anvelopei la un cost de calcul similar.

Export

SectionPro exportă rezultatele dimensionării în formatele PDF, TXT și XLS. Raportul PDF include vizualizări 3D ale suprafeței finale de interacțiune cu punctele de încărcare dispersate și un tabel de rezultate.

Reinforcement design based on IS

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-28 07:17

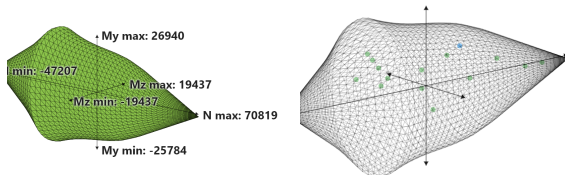
Minimum reinforcement diameters ϕ_s for each limit state:

State	SLS	ULS
ϕ_s (mm)	77.53	64.71
Load	#26	#8

The calculation performed allows dimensioning the reinforcement diameters such that the reinforced concrete section strictly satisfies the resistance requirements with respect to the given loads.

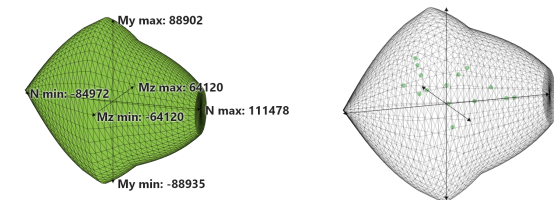
SLS : Serviceability limit state ($\phi_s = 77.53$ mm)

14 loads are internal to the N-Mz-My surface. Scattered in green
0 loads are external to the N-Mz-My surface. Scattered in red
1 load is on the boundary of the N-Mz-My surface. Scattered in blue



ULS : Ultimate limit state ($\phi_s = 64.71$ mm)

15 loads are internal to the N-Mz-My surface. Scattered in green
0 loads are external to the N-Mz-My surface. Scattered in red
0 loads are on the boundary of the N-Mz-My surface. Scattered in blue



GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

Figura 11: Export PDF pagina 1: vizualizări 3D.

Distances of loads to surface

Load case #26 is the most unfavorable

Distances are calculated considering the largest calculated ϕ_s .

Load	Limit state	N (kN)	Mz (kN-m)	My (kN-m)	SF	Status
26	SLS	35000.0	7500.0	11000.0	1.000	Boundary
23	SLS	0.0	10000.0	15000.0	0.866	Internal
19	SLS	60000.0	0.0	0.0	0.835	Internal
29	SLS	45000.0	3000.0	4500.0	0.812	Internal
8	ULS	0.0	32000.0	45000.0	0.781	Internal
25	SLS	28000.0	6000.0	9000.0	0.766	Internal
18	SLS	53000.0	0.0	0.0	0.712	Internal
11	ULS	45000.0	22000.0	33000.0	0.710	Internal
7	ULS	0.0	27000.0	39000.0	0.699	Internal
22	SLS	0.0	8500.0	12500.0	0.695	Internal
13	ULS	-20000.0	15000.0	20000.0	0.647	Internal
28	SLS	-11000.0	5000.0	7500.0	0.620	Internal
6	ULS	0.0	20000.0	30000.0	0.587	Internal
4	ULS	78000.0	0.0	0.0	0.539	Internal
10	ULS	35000.0	18000.0	28000.0	0.521	Internal
21	SLS	0.0	6500.0	9500.0	0.492	Internal
30	SLS	8000.0	-5000.0	-8000.0	0.490	Internal
15	ULS	10000.0	-15000.0	-25000.0	0.472	Internal
12	ULS	-8000.0	8000.0	12000.0	0.470	Internal
5	ULS	0.0	10000.0	15000.0	0.434	Internal
3	ULS	70000.0	0.0	0.0	0.429	Internal
24	SLS	15000.0	4000.0	6000.0	0.407	Internal
14	ULS	60000.0	8000.0	12000.0	0.398	Internal
27	SLS	-4000.0	2500.0	3500.0	0.375	Internal
20	SLS	0.0	4000.0	5000.0	0.367	Internal

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

Figura 12: Export PDF pagina 2: tabel de rezultate.