



Dimensionamento de armaduras por superfícies de interação

Tutorial SectionPro: determinação do diâmetro mínimo de armadura para um conjunto de combinações de carga usando o domínio de resistência 3D

BridgeKernel · 2026

Introdução

O SectionPro oferece dois fluxos de verificação: o solucionador de equilíbrio da seção (Artigo #3), que processa qualquer número de combinações de carga e retorna o estado detalhado de tensão/deformação para cada uma individualmente; e a verificação por superfície de interação (Artigo #5), que constrói o domínio de resistência 3D (N, M_z, M_y) e avalia todas as cargas de uma só vez medindo sua distância normalizada η até a superfície. Ambos respondem à questão de verificação: a seção é adequada para um dado φ_s ?

Este artigo aborda o problema inverso, o dimensionamento: dada uma disposição da armadura e um conjunto de combinações de carga, encontrar o diâmetro mínimo de barra φ_s tal que toda carga fique dentro da superfície de interação. O algoritmo busca o diâmetro que produz uma superfície onde a carga mais crítica chega exatamente à fronteira ($\eta = 1$), dentro de um critério de tolerância numérica. Cada estado limite é resolvido independentemente e o SectionPro reporta φ_s por estado, bem como o valor governante entre todos os estados.

Para ACI 318, CSA A23.3 e AASHTO, a superfície é construída nativamente a partir do bloco retangular de Whitney com fatores de redução de resistência. Como as cargas são avaliadas geometricamente em vez de por convergência iterativa, este método torna-se significativamente mais rápido para grandes envelopes de carga (ver Seção 5).

Resultados calculados

O SectionPro reporta três categorias de resultados:

Dimensionamento de armadura

φ_s : diâmetro de barra necessário
 A_s : área de aço necessária por barra
Um resultado por estado limite
 φ_s governante entre todos os estados limites

Distâncias e vista 3D

η : distância normalizada por carga
Status: **Interno** / **Fronteira**
Dispersão 3D na superfície final
Uma superfície por estado limite

Exportações

PDF: vistas 3D + tabela de dimensionamento
XLS: φ_s , cargas, distâncias, status
TXT: resultados tabulares (colunas)

Seção octogonal (Eurocode 2)

Dados de entrada

A geometria da seção, a disposição da armadura e as leis de material são idênticas às utilizadas nos Artigos #4 e #5. São definidas 30 combinações de carga: 15 no ULS-F (Fundamental) e 15 no SLS-C (Característica).

Concreto

- Seção transversal octogonal
- $b_1 = 2.00$ m, $b_2 = 0.50$ m
- $h_1 = 1.00$ m, $h_2 = 0.60$ m

Disposição da armadura

- 48 posições de barras, espaçamento uniforme de 150 mm
- Cobrimento 50 mm, 1 camada
- Diâmetro φ_s : a determinar

Leis de material (EC2)

- Concreto C30/37: $f_{ck} = 30$ MPa
- Aço B500B: $f_{yk} = 500$ MPa

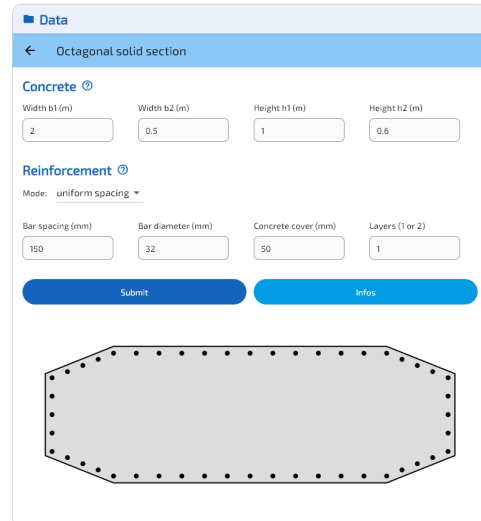


Figura 1: Seção octogonal: geometria e disposição da armadura.

Resultados do dimensionamento

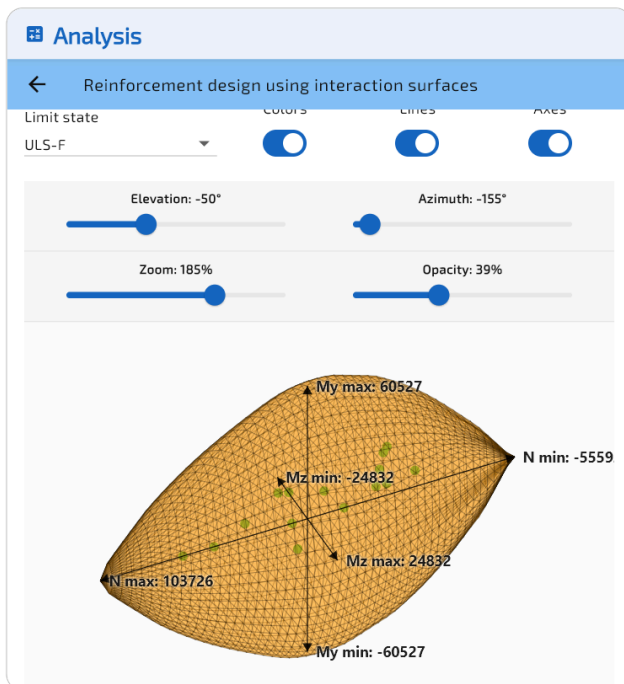


Figura 2: ULS-F: superfície de interação no φ_s convergido.

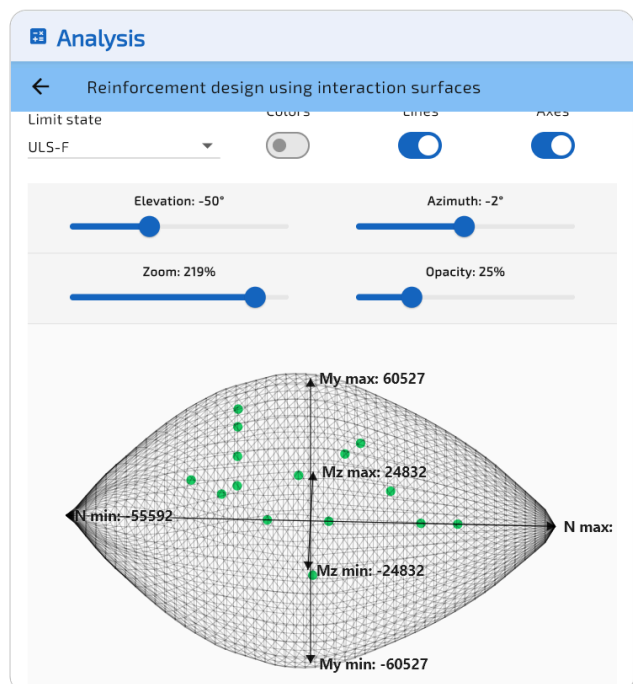


Figura 3: ULS-F, rotacionada.

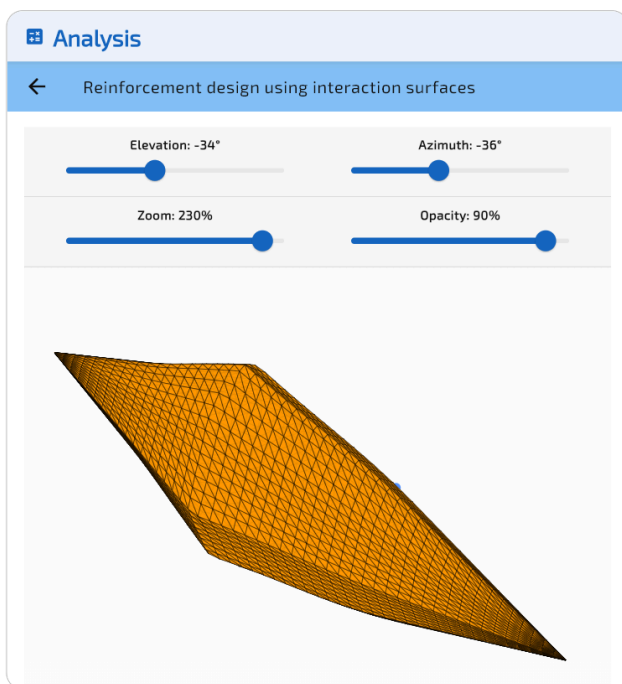


Figura 4: SLS-C: superfície de interação no φ_s convergido.

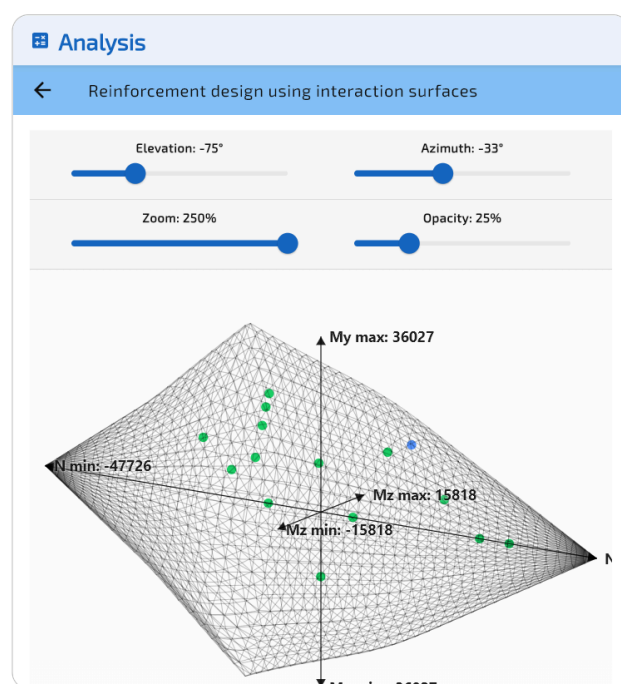


Figura 5: SLS-C, rotacionada.

O SLS-C governa com $\varphi_s = 56.26$ mm (vs 55.09 mm no ULS-F). No diâmetro governante, a carga de fronteira do SLS-C (#26) é visível em azul na superfície, enquanto todas as cargas do ULS-F são internas (verde).

Estado	φ_s (mm)	η_{worst}	Carga crítica	Status
ULS-F	55.09	0.970	#8	Interno
SLS-C	56.26	1.000	#26	Fronteira

Distâncias na armadura governante

Uma vez determinado o $\varphi_s = 56.26$ mm governante (SLS-C controla), o SectionPro reconstrói a superfície de interação para cada estado limite neste diâmetro e calcula as distâncias para todas as 30 cargas. Toda carga deve ser Interno ($\eta < 1$) ou na fronteira ($\eta \approx 1$).

Carga	Estado	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η	Status
26	SLS-C	35000	6000	15000	1.000	Fronteira
8	ULS-F	0	14000	35000	0.970	Interno
23	SLS-C	0	8000	20000	0.883	Interno
7	ULS-F	0	11000	30000	0.820	Interno
25	SLS-C	30000	5000	13000	0.815	Interno
22	SLS-C	0	6800	17500	0.797	Interno
28	SLS-C	-13000	4000	10000	0.796	Interno
11	ULS-F	40000	10000	25000	0.727	Interno
29	SLS-C	45000	2500	6000	0.716	Interno
4	ULS-F	72000	0	0	0.603	Interno

As 20 cargas restantes possuem $\eta < 0.60$. A tabela completa pode ser exportada pelo software nos formatos PDF, TXT e XLS.

Seção elíptica (ACI 318)

Dados de entrada

A geometria da seção, a armadura e as leis de material são idênticas às utilizadas no artigo de verificação por superfície de interação. São definidas 30 combinações de carga: 15 no ULS e 15 no SLS. O bloco retangular de Whitney do ACI 318 é utilizado nativamente para construir a superfície de interação no ULS, incluindo os fatores de redução de resistência ($\varphi = 0.90$ controlado por tração, $\varphi = 0.65$ controlado por compressão, $\varphi_N = 0.80$ limite). A superfície SLS utiliza comportamento elástico linear com tensões admissíveis ($\sigma_c = 11.5$ MPa, $\sigma_s = 250$ MPa).

Concreto

- Seção transversal elíptica
- Largura = 3.00 m, Altura = 2.00 m

Disposição da armadura

- 40 barras ao longo do perímetro
- Cobrimento 50 mm
- Diâmetro φ_s : a determinar

Leis de material (ACI 318)

- Concreto: $f'_c = 30$ MPa
- Aço: $f_y = 500$ MPa
- Bloco Whitney: $\beta_1 = 0.832$

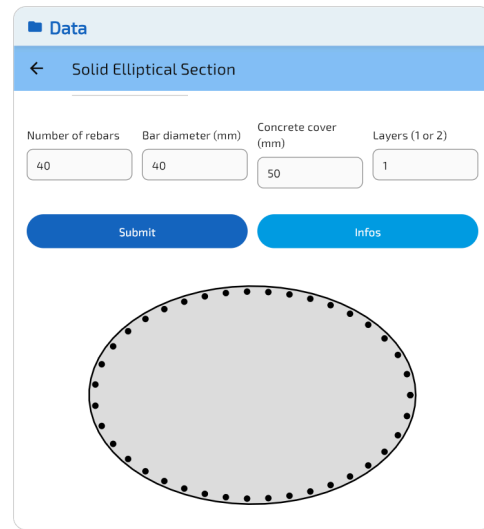


Figura 6: Seção elíptica: geometria e disposição da armadura.

Resultados do dimensionamento

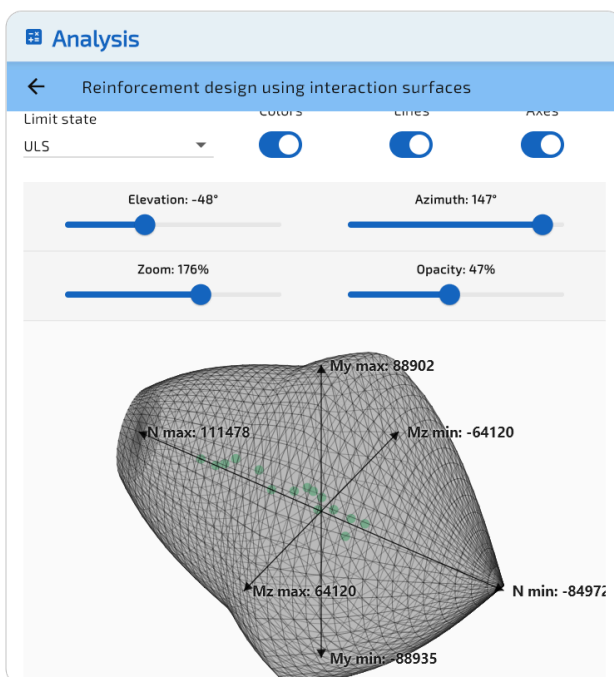


Figura 7: ULS: superfície de interação no φ_s convergido.

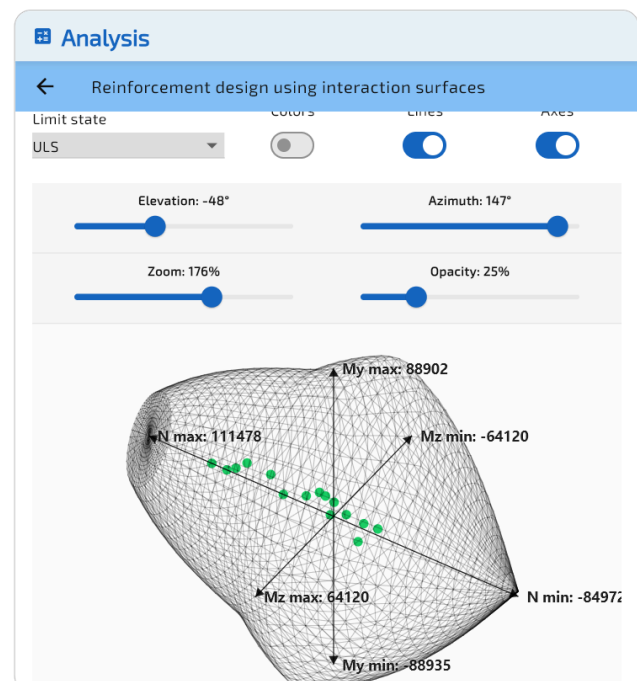


Figura 8: ULS, rotacionada.

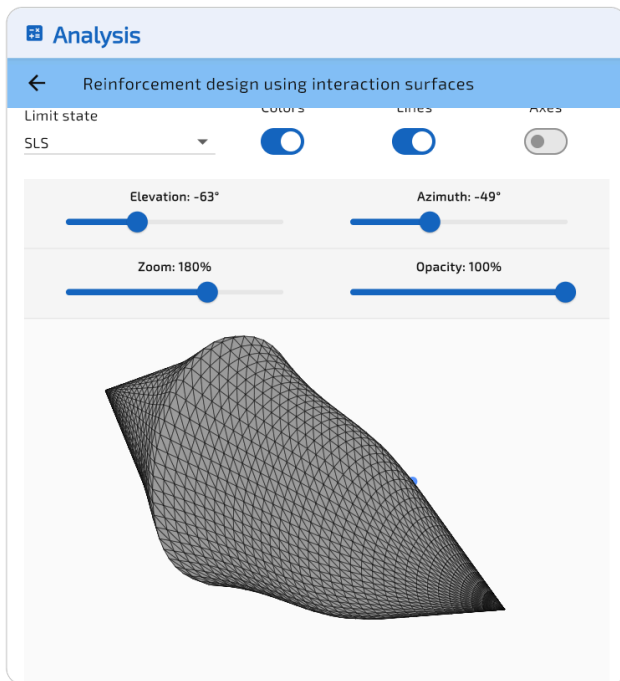


Figura 9: SLS: superfície de interação no φ_s convergido.

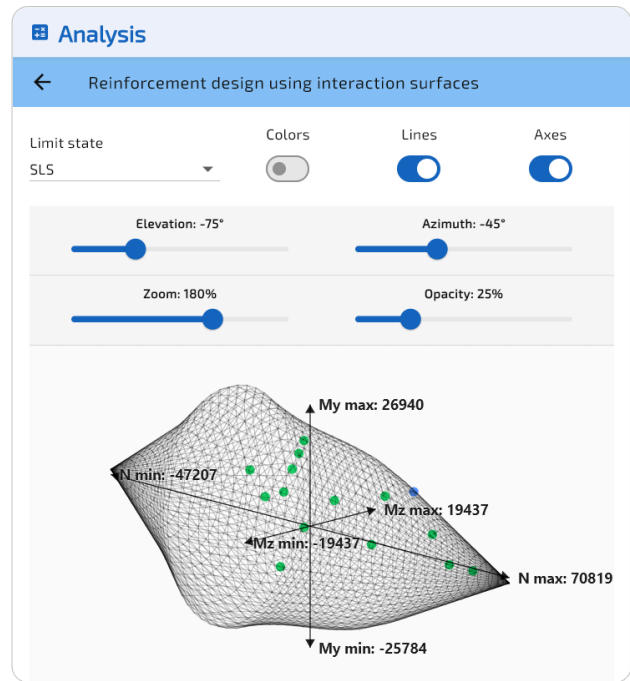


Figura 10: SLS, rotacionada.

O SLS governa com $\varphi_s = 77.53$ mm (vs 64.71 mm no ULS). A carga de fronteira do SLS (#26) é visível em azul na superfície, enquanto todas as cargas do ULS são internas (verde).

Estado	φ_s (mm)	η_{worst}	Carga crítica	Status
ULS	64.71	0.781	#8	Interno
SLS	77.53	1.000	#26	Fronteira

Distâncias na armadura governante

No $\varphi_s = 77.53$ mm governante (SLS controla), todas as 30 cargas são Interno. As 10 cargas mais críticas são:

Carga	Estado	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η	Status
26	SLS	35000	7500	11000	1.000	Fronteira
23	SLS	0	10000	15000	0.866	Interno
19	SLS	60000	0	0	0.835	Interno
29	SLS	45000	3000	4500	0.812	Interno
8	ULS	0	32000	45000	0.781	Interno
25	SLS	28000	6000	9000	0.766	Interno
18	SLS	53000	0	0	0.712	Interno
11	ULS	45000	22000	33000	0.710	Interno
7	ULS	0	27000	39000	0.699	Interno
22	SLS	0	8500	12500	0.695	Interno

Validação cruzada com a verificação por superfície de interação (Artigo #5)

A verificação por superfície de interação (Artigo #5) analisou as mesmas duas seções com diâmetros de barra fixos ($\varphi = 32$ mm para o octógono, $\varphi = 40$ mm para a elipse). Nestes diâmetros, diversas cargas foram classificadas como Externas ($\eta > 1$), significando que a capacidade da seção foi excedida. O módulo de dimensionamento (este artigo) deve, portanto, retornar valores de φ_s maiores que aqueles diâmetros fixos.

Seção octogonal (EC2, $\varphi = 32$ mm fixo no Art. #5)

Com $\varphi = 32$ mm, 7 das 15 cargas ULS-F eram Externas e 8 das 15 cargas SLS-C eram Externas. O módulo de dimensionamento retorna $\varphi_s = 55.09$ mm (ULS-F) e $\varphi_s = 56.26$ mm (SLS-C), ambos bem acima de 32 mm, confirmando que o diâmetro fixo era insuficiente. O diâmetro governante do SLS-C é 76% maior que o diâmetro de verificação.

Estado limite	φ Art.#5 (mm)	φ_s dim. (mm)	Externas no Art.#5
ULS-F	32	55.09	7 / 15
SLS-C	32	56.26	8 / 15

Seção elíptica (ACI 318, $\varphi = 40$ mm fixo no Art. #5)

Da mesma forma, com $\varphi = 40$ mm, 7 das 15 cargas ULS e 8 das 15 cargas SLS eram Externas. O módulo de dimensionamento retorna $\varphi_s = 64.71$ mm (ULS) e $\varphi_s = 77.53$ mm (SLS). O diâmetro governante do SLS é 94% maior que o diâmetro de verificação.

Estado limite	φ Art.#5 (mm)	φ_s dim. (mm)	Externas no Art.#5
ULS	40	64.71	7 / 15
SLS	40	77.53	8 / 15

Em ambos os casos, o módulo de dimensionamento retorna corretamente diâmetros que excedem o diâmetro de verificação sempre que cargas externas estavam presentes, confirmando total consistência entre os fluxos de verificação e dimensionamento.

Validação cruzada com o solucionador de equilíbrio da seção (Artigo #3)

O solucionador de equilíbrio da seção (Artigo #3) calculou o φ_s necessário para casos de carga individuais numa seção hexagonal maciça (EC2, C30/37, 30 barras, espaçamento de 150 mm). Dois casos de carga no ULS-F foram analisados: um carregamento biaxial combinado e um caso de flexão uniaxial. Executando o módulo de dimensionamento na mesma seção com essas duas cargas como envelope, o φ_s governante deve corresponder ao maior diâmetro encontrado pelo solucionador direto.

Seção hexagonal – envelope de duas cargas

Carga	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	φ_s^{NR} (mm)	φ_s^{SI} (mm)
ULS	2000	3000	1800	10.73	—
SLS	500	1000	0	6.40	—
Gov.				10.73	10.82

Ambos os solucionadores convergem para o mesmo diâmetro governante: $\varphi_s = 10.73$ mm (equilíbrio) vs $\varphi_s = 10.82$ mm (superfície de interação).

Benchmark de desempenho

A tabela a seguir compara o tempo de computação na seção octogonal EC2 (5 estados limites, 48 barras), variando o número de combinações de carga de 2 a 1 000 000. As cargas são distribuídas aleatoriamente entre todos os estados limites. O solucionador de equilíbrio realiza uma convergência iterativa por carga. O método da superfície de interação constrói a superfície e avalia todas as cargas geometricamente.

Cargas	Solucionador direto (ms)	Dimensionamento SI (ms)	Aceleração
2	2.1	154	0.01 ×
100	5.6	382	0.01 ×
1000	23	441	0.05 ×
10000	167	526	0.32 ×
100000	1688	1306	1.29 ×

Ambos os métodos oferecem desempenho similar em todas as escalas, com o solucionador de equilíbrio mais rápido para envelopes pequenos e o método da superfície de interação alcançando-o por volta de 100000 cargas. Os valores de φ_s concordam dentro de 0.1% em todas as escalas. A vantagem prática da abordagem por superfície de interação não é a velocidade bruta, mas a saída visual: o gráfico de dispersão 3D na superfície governante fornece confirmação imediata de que todas as cargas estão contidas, o que o solucionador de equilíbrio não oferece.

Conclusão

O dimensionamento por superfície de interação fornece uma maneira eficiente de determinar o diâmetro mínimo de armadura para um envelope completo de cargas:

- Uma execução, todas as cargas: o algoritmo processa qualquer número de combinações de carga em uma única passagem.
- Whitney nativo para normas americanas: para ACI 318, CSA A23.3 e AASHTO, a superfície é construída diretamente a partir do bloco retangular de Whitney com fatores de redução de resistência.
- Validação cruzada: os resultados do dimensionamento correspondem à verificação por superfície de interação (Artigo #5: cargas que eram Externas no diâmetro fixo agora requerem um φ_s maior) e ao solucionador de equilíbrio da seção (Artigo #3: ambos os métodos convergem para o mesmo diâmetro governante dentro da tolerância numérica).

- Confirmação visual: o gráfico de dispersão 3D no φ_s governante mostra imediatamente que todas as cargas estão contidas, com a carga crítica na fronteira.
- Complementar ao solucionador de equilíbrio: o solucionador de equilíbrio retorna o estado completo de tensão/deformação, enquanto o método da superfície de interação fornece uma verificação visual do envelope com custo computacional similar.

Exportação

O SectionPro exporta os resultados do dimensionamento nos formatos PDF, TXT e XLS. O relatório PDF inclui vistas 3D da superfície de interação final com pontos de carga dispersos e uma tabela de resultados.

Reinforcement design based on IS

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-28 07:17

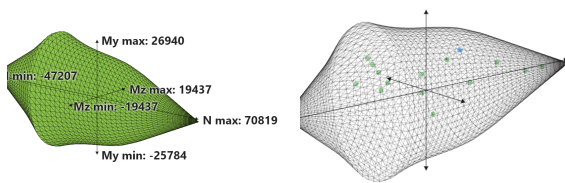
Minimum reinforcement diameters ϕ_s for each limit state:

State	SLS	ULS
ϕ_s (mm)	77.53	64.71
Load	#26	#8

The calculation performed allows dimensioning the reinforcement diameters such that the reinforced concrete section strictly satisfies the resistance requirements with respect to the given loads.

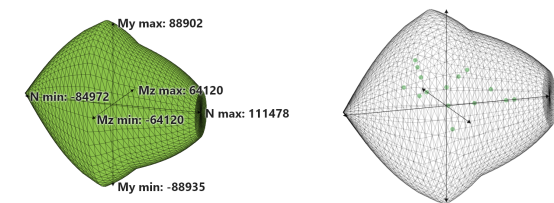
SLS : Serviceability limit state ($\phi_s = 77.53$ mm)

14 loads are internal to the N-Mz-My surface. Scattered in green
 0 loads are external to the N-Mz-My surface. Scattered in red
 1 load is on the boundary of the N-Mz-My surface. Scattered in blue



ULS : Ultimate limit state ($\phi_s = 64.71$ mm)

15 loads are internal to the N-Mz-My surface. Scattered in green
 0 loads are external to the N-Mz-My surface. Scattered in red
 0 loads are on the boundary of the N-Mz-My surface. Scattered in blue



GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

Figura 11: Exportação PDF página 1: vistas 3D.

Distances of loads to surface

Load case #26 is the most unfavorable

Distances are calculated considering the largest calculated ϕ_s .

Load	Limit state	N (kN)	Mz (kN-m)	My (kN-m)	SF	Status
26	SLS	35000.0	7500.0	11000.0	1.000	Boundary
23	SLS	0.0	10000.0	15000.0	0.866	Internal
19	SLS	60000.0	0.0	0.0	0.835	Internal
29	SLS	45000.0	3000.0	4500.0	0.812	Internal
8	ULS	0.0	32000.0	45000.0	0.781	Internal
25	SLS	28000.0	6000.0	9000.0	0.766	Internal
18	SLS	53000.0	0.0	0.0	0.712	Internal
11	ULS	45000.0	22000.0	33000.0	0.710	Internal
7	ULS	0.0	27000.0	39000.0	0.699	Internal
22	SLS	0.0	8500.0	12500.0	0.695	Internal
13	ULS	-20000.0	15000.0	20000.0	0.647	Internal
28	SLS	-11000.0	5000.0	7500.0	0.620	Internal
6	ULS	0.0	20000.0	30000.0	0.587	Internal
4	ULS	78000.0	0.0	0.0	0.539	Internal
10	ULS	35000.0	18000.0	28000.0	0.521	Internal
21	SLS	0.0	6500.0	9500.0	0.492	Internal
30	SLS	8000.0	-5000.0	-8000.0	0.490	Internal
15	ULS	10000.0	-15000.0	-25000.0	0.472	Internal
12	ULS	-8000.0	8000.0	12000.0	0.470	Internal
5	ULS	0.0	10000.0	15000.0	0.434	Internal
3	ULS	70000.0	0.0	0.0	0.429	Internal
24	SLS	15000.0	4000.0	6000.0	0.407	Internal
14	ULS	60000.0	8000.0	12000.0	0.398	Internal
27	SLS	-4000.0	2500.0	3500.0	0.375	Internal
20	SLS	0.0	4000.0	5000.0	0.367	Internal

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

Figura 12: Exportação PDF página 2: tabela de resultados.