

Dimensionamento delle armature tramite superfici di interazione

Tutorial SectionPro: determinazione del diametro minimo di armatura per un insieme di combinazioni di carico mediante il dominio di resistenza 3D

BridgeKernel · 2026

Introduzione

SectionPro offre due flussi di verifica: il solutore di equilibrio della sezione (Articolo #3), che elabora un numero qualsiasi di combinazioni di carico e restituisce lo stato tensionale/deformativo dettagliato per ciascuna singolarmente; e la verifica tramite superficie di interazione (Articolo #5), che costruisce il dominio di resistenza 3D (N, M_z, M_y) e valuta tutti i carichi contemporaneamente misurando la loro distanza normalizzata η dalla superficie. Entrambi rispondono alla domanda di verifica: la sezione è adeguata per un dato φ_s ?

Questo articolo affronta il problema inverso, il dimensionamento: data una disposizione dell'armatura e un insieme di combinazioni di carico, determinare il diametro minimo delle barre φ_s tale che ogni carico ricada all'interno della superficie di interazione. L'algoritmo cerca il diametro che produce una superficie in cui il carico più critico si trova esattamente al limite ($\eta = 1$), entro un criterio di tolleranza numerica. Ogni stato limite viene risolto indipendentemente e SectionPro riporta φ_s per stato nonché il valore governante su tutti gli stati.

Per ACI 318, CSA A23.3 e AASHTO, la superficie è costruita nativamente dal blocco di compressione Whitney con i fattori di riduzione della resistenza. Poiché i carichi sono valutati geometricamente anziché per convergenza iterativa, questo metodo diventa significativamente più rapido per grandi involucri di carico (vedi Sezione 5).

Risultati calcolati

SectionPro riporta tre categorie di risultati:

Dimensionamento acciaio

φ_s : diametro delle barre richiesto
 A_s : area di acciaio richiesta per barra
Un risultato per stato limite
 φ_s governante su tutti gli stati limite

Distanze e vista 3D

η : distanza normalizzata per carico
Stato: **Interno** / **Limite**
Scatter 3D sulla superficie finale
Una superficie per stato limite

Esportazioni

PDF: viste 3D + tabella dimensionamento
XLS: φ_s , carichi, distanze, stato
TXT: risultati tabulari (colonne)

Sezione ottagonale (Eurocode 2)

Dati di input

La geometria della sezione, la disposizione dell'armatura e le leggi dei materiali sono identiche a quelle utilizzate negli Articoli #4 e #5. Sono definite 30 combinazioni di carico: 15 a ULS-F (Fondamentale) e 15 a SLS-C (Caratteristico).

Calcestruzzo

- Sezione trasversale ottagonale
- $b_1 = 2\{, \}00$ m, $b_2 = 0\{, \}50$ m
- $h_1 = 1\{, \}00$ m, $h_2 = 0\{, \}60$ m

Disposizione dell'armatura

- 48 posizioni di barre, passo uniforme 150 mm
- Copriferro 50 mm, 1 strato
- Diametro φ_s : da determinare

Leggi dei materiali (EC2)

- Calcestruzzo C30/37: $f_{ck} = 30$ MPa
- Acciaio B500B: $f_{yk} = 500$ MPa

The screenshot shows a software interface for defining an octagonal solid section. It includes input fields for concrete dimensions (Width b1, Width b2, Height h1, Height h2) and reinforcement parameters (Mode, Bar spacing, Bar diameter, Concrete cover, Layers). A 3D visualization of the octagonal section with reinforcement bars is shown below the form.

Figura 1: Sezione ottagonale: geometria e disposizione dell'armatura.

Risultati del dimensionamento

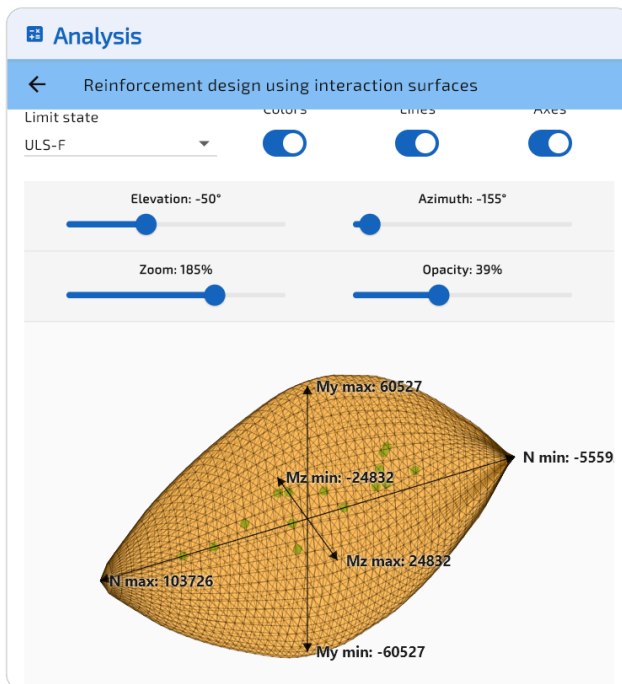


Figura 2: ULS-F: superficie di interazione al φ_s convergito.

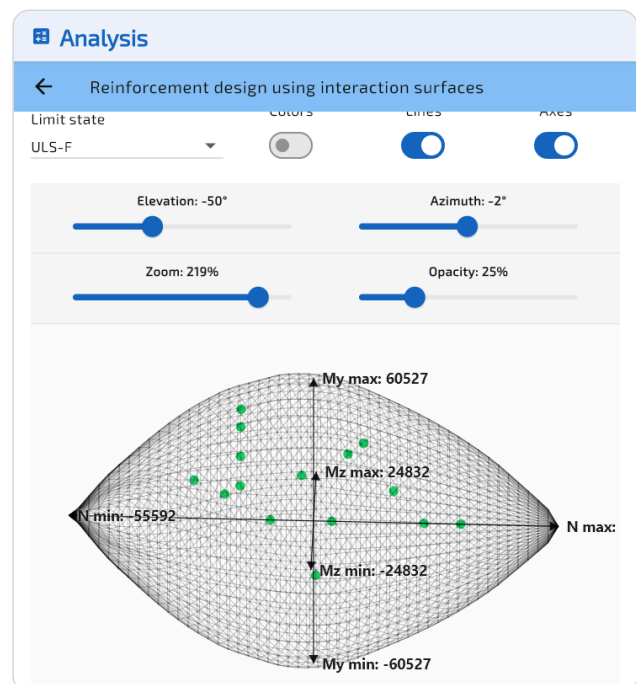


Figura 3: ULS-F, ruotata.

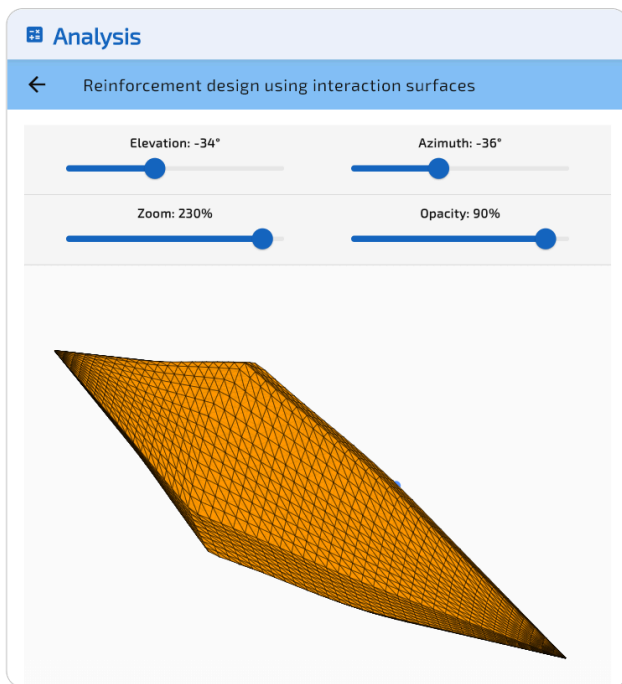


Figura 4: SLS-C: superficie di interazione al φ_s convergito.

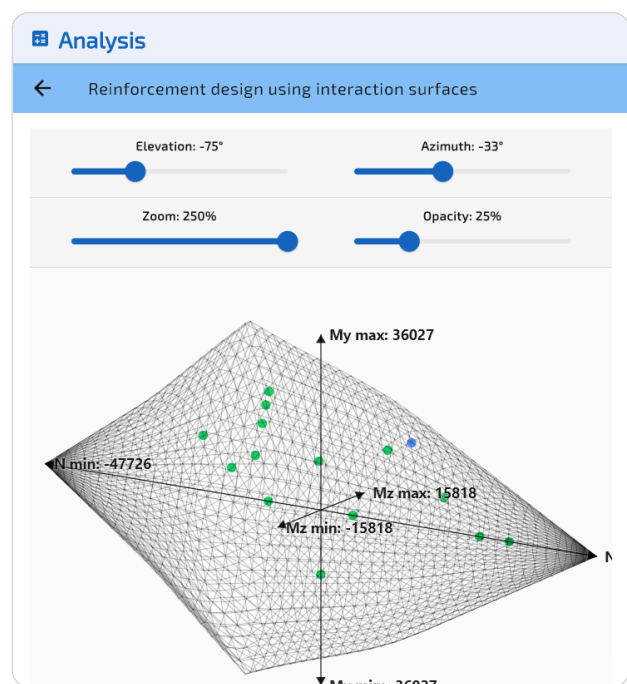


Figura 5: SLS-C, ruotata.

SLS-C governa con $\varphi_s = 56\{, \}26$ mm (contro 55,09 mm a ULS-F). Al diametro governante, il carico limite SLS-C (#26) è visibile in blu sulla superficie, mentre tutti i carichi ULS-F sono interni (verde).

Stato	φ_s (mm)	η_{worst}	Carico critico	Stato
ULS-F	55{, }09	0{, }970	#8	Interno
SLS-C	56{, }26	1{, }000	#26	Limite

Distanze all'armatura governante

Una volta determinato il φ_s governante = 56{, }26 mm (SLS-C governa), SectionPro ricostruisce la superficie di interazione per ogni stato limite a questo diametro e calcola le distanze per tutti i 30 carichi. Ogni carico deve essere Interno ($\eta < 1$) o al limite ($\eta \approx 1$).

Carico	Stato	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η	Stato
26	SLS-C	35000	6000	15000	1{, }000	Limite
8	ULS-F	0	14000	35000	0{, }970	Interno
23	SLS-C	0	8000	20000	0{, }883	Interno
7	ULS-F	0	11000	30000	0{, }820	Interno
25	SLS-C	30000	5000	13000	0{, }815	Interno
22	SLS-C	0	6800	17500	0{, }797	Interno
28	SLS-C	-13000	4000	10000	0{, }796	Interno
11	ULS-F	40000	10000	25000	0{, }727	Interno
29	SLS-C	45000	2500	6000	0{, }716	Interno
4	ULS-F	72000	0	0	0{, }603	Interno

I restanti 20 carichi hanno tutti $\eta < 0\{, \}60$. La tabella completa può essere esportata dal software in formato PDF, TXT e XLS.

Sezione ellittica (ACI 318)

Dati di input

La geometria della sezione, l'armatura e le leggi dei materiali sono identiche a quelle utilizzate nell'articolo sulla verifica tramite superficie di interazione. Sono definite 30 combinazioni di carico: 15 a ULS e 15 a SLS. Il blocco di compressione Whitney ACI 318 è utilizzato nativamente per costruire la superficie di interazione ULS, inclusi i fattori di riduzione della resistenza ($\varphi = 0,90$ controllato in trazione, $\varphi = 0,65$ controllato in compressione, $\varphi_N = 0,80$ limite). La superficie SLS utilizza il comportamento elastico lineare con tensioni ammissibili ($\sigma_c = 11,5$ MPa, $\sigma_s = 250$ MPa).

Calcestruzzo

- Sezione trasversale ellittica
- Larghezza = $3,00$ m, Altezza = $2,00$ m

Disposizione dell'armatura

- 40 barre lungo il perimetro
- Copriferro 50 mm
- Diametro φ_s : da determinare

Leggi dei materiali (ACI 318)

- Calcestruzzo: $f'_c = 30$ MPa
- Acciaio: $f_y = 500$ MPa
- Blocco Whitney: $\beta_1 = 0,832$

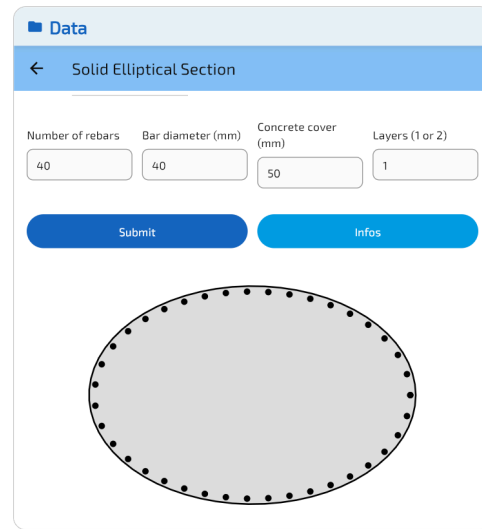


Figura 6: Sezione ellittica: geometria e disposizione dell'armatura.

Risultati del dimensionamento

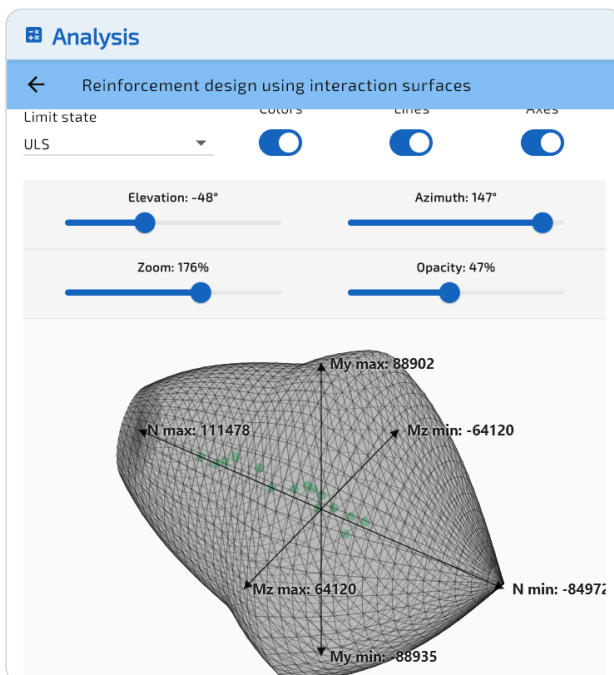


Figura 7: ULS: superficie di interazione al φ_s convergito.

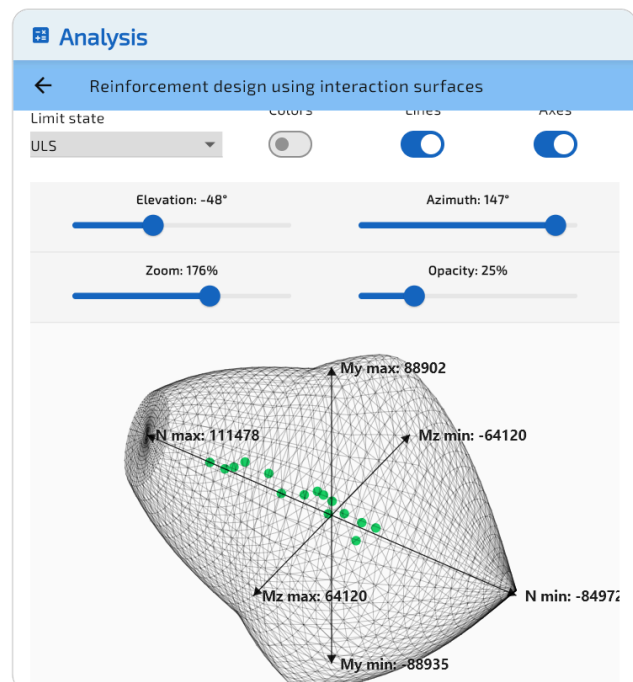


Figura 8: ULS, ruotata.

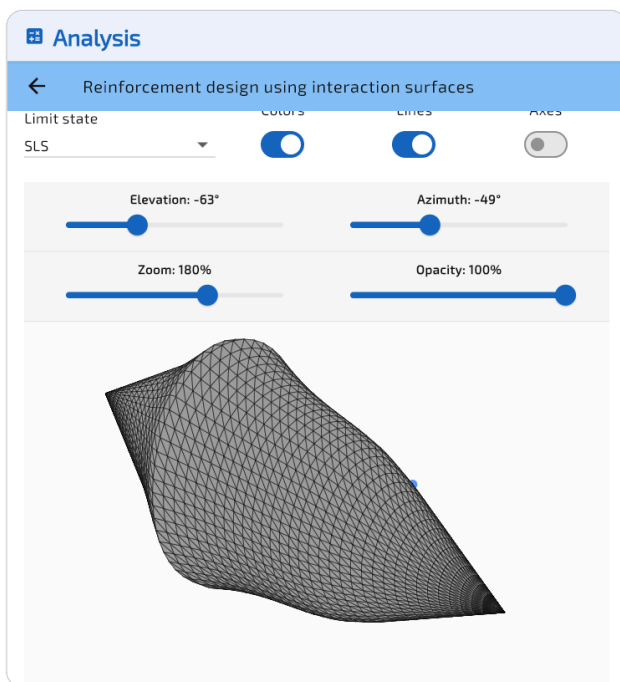


Figura 9: SLS: superficie di interazione al φ_s convergito.

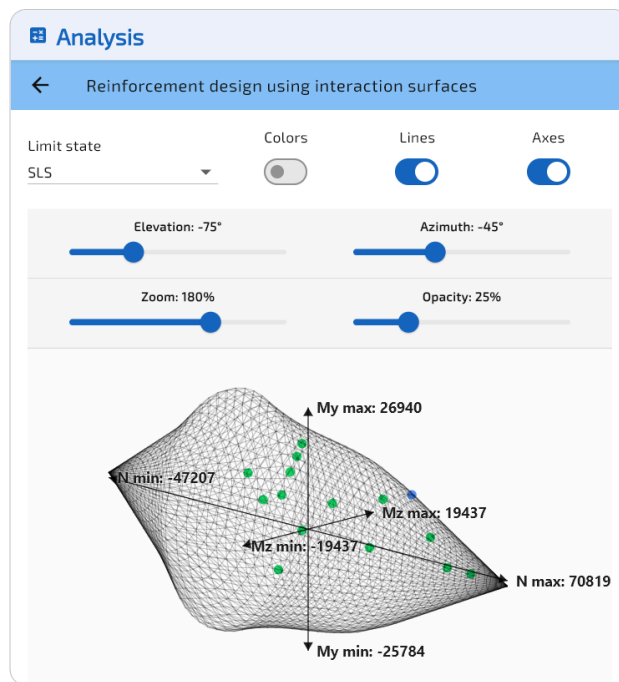


Figura 10: SLS, ruotata.

SLS governa con $\varphi_s = 77\{, \}53$ mm (contro 64,71 mm a ULS). Il carico limite SLS (#26) è visibile in blu sulla superficie, mentre tutti i carichi ULS sono interni (verde).

Stato	φ_s (mm)	η_{worst}	Carico critico	Stato
ULS	64{, }71	0{, }781	#8	Interno
SLS	77{, }53	1{, }000	#26	Limite

Distanze all'armatura governante

Al φ_s governante = 77{, }53 mm (SLS governa), tutti i 30 carichi sono Interni. I 10 carichi più critici sono:

Carico	Stato	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η	Stato
26	SLS	35000	7500	11000	1{, }000	Limite
23	SLS	0	10000	15000	0{, }866	Interno
19	SLS	60000	0	0	0{, }835	Interno
29	SLS	45000	3000	4500	0{, }812	Interno
8	ULS	0	32000	45000	0{, }781	Interno
25	SLS	28000	6000	9000	0{, }766	Interno
18	SLS	53000	0	0	0{, }712	Interno
11	ULS	45000	22000	33000	0{, }710	Interno
7	ULS	0	27000	39000	0{, }699	Interno
22	SLS	0	8500	12500	0{, }695	Interno

Validazione incrociata con la verifica tramite superficie di interazione (Articolo #5)

La verifica tramite superficie di interazione (Articolo #5) ha analizzato le stesse due sezioni con diametri delle barre fissi ($\varphi = 32$ mm per l'ottagono, $\varphi = 40$ mm per l'ellisse). A quei diametri, diversi carichi sono stati classificati come Esterni ($\eta > 1$), il che significa che la capacità della sezione era superata. Il modulo di dimensionamento (questo articolo) deve quindi restituire valori di φ_s maggiori di quei diametri fissi.

Sezione ottagonale (EC2, $\varphi = 32$ mm fisso nell'Art. #5)

Con $\varphi = 32$ mm, 7 dei 15 carichi ULS-F erano Esterni e 8 dei 15 carichi SLS-C erano Esterni. Il modulo di dimensionamento restituisce $\varphi_s = 55\{, \}09$ mm (ULS-F) e $\varphi_s = 56\{, \}26$ mm (SLS-C), entrambi ben al di sopra di 32 mm, confermando che il diametro fisso era insufficiente. Il diametro governante SLS-C è il 76% più grande del diametro di verifica.

Stato limite	φ Art.#5 (mm)	φ_s dim. (mm)	Esterni nell'Art.#5
ULS-F	32	55{, }09	7 / 15
SLS-C	32	56{, }26	8 / 15

Sezione ellittica (ACI 318, $\varphi = 40$ mm fisso nell'Art. #5)

Analogamente, con $\varphi = 40$ mm, 7 dei 15 carichi ULS e 8 dei 15 carichi SLS erano Esterni. Il modulo di dimensionamento restituisce $\varphi_s = 64\{, \}71$ mm (ULS) e $\varphi_s = 77\{, \}53$ mm (SLS). Il diametro governante SLS è il 94% più grande del diametro di verifica.

Stato limite	φ Art.#5 (mm)	φ_s dim. (mm)	Esterni nell'Art.#5
ULS	40	64{, }71	7 / 15
SLS	40	77{, }53	8 / 15

In entrambi i casi, il modulo di dimensionamento restituisce correttamente diametri che superano il diametro di verifica ogni volta che erano presenti carichi esterni, confermando la piena coerenza tra i flussi di verifica e dimensionamento.

Validazione incrociata con il solutore di equilibrio della sezione (Articolo #3)

Il solutore di equilibrio della sezione (Articolo #3) ha calcolato il φ_s richiesto per singoli casi di carico su una sezione esagonale piena (EC2, C30/37, 30 barre, passo 150 mm). Sono stati analizzati due casi di carico a ULS-F: un carico combinato biassiale e un caso di flessione uniassiale. Eseguendo il modulo di dimensionamento sulla stessa sezione con questi due carichi come involuppo, il φ_s governante deve corrispondere al diametro maggiore trovato dal solutore diretto.

Sezione esagonale – involuppo a due carichi

Carico	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	φ_s^{NR} (mm)	φ_s^{SI} (mm)
ULS	2000	3000	1800	10{,}73	—
SLS	500	1000	0	6{,}40	—
Gov.				10{,}73	10{,}82

Entrambi i solutori convergono allo stesso diametro governante: $\varphi_s = 10{,}73$ mm (equilibrio) contro $\varphi_s = 10{,}82$ mm (superficie di interazione).

Benchmark delle prestazioni

La tabella seguente confronta il tempo di calcolo sulla sezione ottagonale EC2 (5 stati limite, 48 barre), variando il numero di combinazioni di carico da 2 a 1 000 000. I carichi sono distribuiti casualmente tra tutti gli stati limite. Il solutore di equilibrio esegue una convergenza iterativa per carico. Il metodo della superficie di interazione costruisce la superficie e valuta tutti i carichi geometricamente.

Carichi	Solutore diretto (ms)	Dim. SI (ms)	Speedup
2	2{,}1	154	0{,}01 ×
100	5{,}6	382	0{,}01 ×
1000	23	441	0{,}05 ×
10000	167	526	0{,}32 ×
100000	1688	1306	1{,}29 ×

Entrambi i metodi offrono prestazioni simili a tutte le scale, con il solutore di equilibrio più rapido per piccoli involuppi e il metodo della superficie di interazione che recupera intorno a 100000 carichi. I valori di φ_s concordano entro lo 0,1% a tutte le scale. Il vantaggio pratico dell'approccio tramite superficie di interazione non è la velocità pura ma l'output visivo: il grafico scatter 3D sulla superficie governante fornisce una conferma immediata che tutti i carichi sono contenuti, cosa che il solutore di equilibrio non offre.

Conclusioni

Il dimensionamento tramite superficie di interazione offre un modo efficiente per determinare il diametro minimo di armatura per un intero involuppo di carico:

- Una sola esecuzione, tutti i carichi: l'algoritmo elabora un numero qualsiasi di combinazioni di carico in un'unica passata.
- Whitney nativo per i codici americani: per ACI 318, CSA A23.3 e AASHTO, la superficie è costruita direttamente dal blocco di compressione Whitney con i fattori di riduzione della resistenza.
- Validazione incrociata: i risultati del dimensionamento corrispondono alla verifica tramite superficie di interazione (Articolo #5: i carichi che erano Esterni al diametro fisso richiedono ora un φ_s maggiore) e al solutore di equilibrio della sezione (Articolo #3: entrambi i metodi convergono allo stesso diametro governante entro la tolleranza numerica).
- Conferma visiva: il grafico scatter 3D al φ_s governante mostra immediatamente che tutti i carichi sono contenuti, con il carico critico al limite.

- Complementare al solutore di equilibrio: il solutore di equilibrio restituisce lo stato tensionale/deformativo completo, mentre il metodo della superficie di interazione fornisce una verifica visiva dell'involuppo a costo computazionale simile.

Esportazione

SectionPro esporta i risultati del dimensionamento in formato PDF, TXT e XLS. Il report PDF include viste 3D della superficie di interazione finale con i punti di carico e una tabella dei risultati.

Reinforcement design based on IS

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-28 07:17

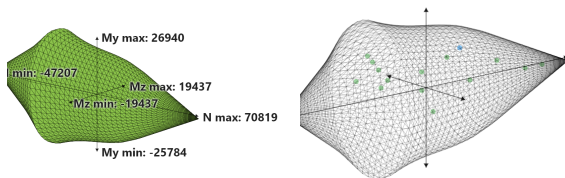
Minimum reinforcement diameters ϕ_s for each limit state:

State	SLS	ULS
ϕ_s (mm)	77.53	64.71
Load	#26	#8

The calculation performed allows dimensioning the reinforcement diameters such that the reinforced concrete section strictly satisfies the resistance requirements with respect to the given loads.

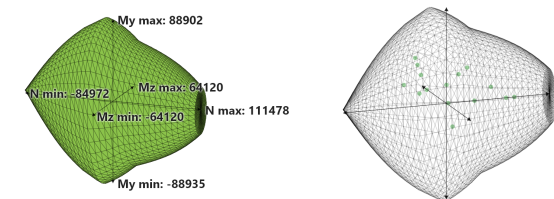
SLS : Serviceability limit state ($\phi_s = 77.53$ mm)

14 loads are internal to the N-Mz-My surface. Scattered in green
 0 loads are external to the N-Mz-My surface. Scattered in red
 1 load is on the boundary of the N-Mz-My surface. Scattered in blue



ULS : Ultimate limit state ($\phi_s = 64.71$ mm)

15 loads are internal to the N-Mz-My surface. Scattered in green
 0 loads are external to the N-Mz-My surface. Scattered in red
 0 loads are on the boundary of the N-Mz-My surface. Scattered in blue



GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

Figura 11: Esportazione PDF pagina 1: viste 3D.

Distances of loads to surface

Load case #26 is the most unfavorable

Distances are calculated considering the largest calculated ϕ_s .

Load	Limit state	N (kN)	Mz (kN-m)	My (kN-m)	SF	Status
26	SLS	35000.0	7500.0	11000.0	1.000	Boundary
23	SLS	0.0	10000.0	15000.0	0.866	Internal
19	SLS	60000.0	0.0	0.0	0.835	Internal
29	SLS	45000.0	3000.0	4500.0	0.812	Internal
8	ULS	0.0	32000.0	45000.0	0.781	Internal
25	SLS	28000.0	6000.0	9000.0	0.766	Internal
18	SLS	53000.0	0.0	0.0	0.712	Internal
11	ULS	45000.0	22000.0	33000.0	0.710	Internal
7	ULS	0.0	27000.0	39000.0	0.699	Internal
22	SLS	0.0	8500.0	12500.0	0.695	Internal
13	ULS	-20000.0	15000.0	20000.0	0.647	Internal
28	SLS	-11000.0	5000.0	7500.0	0.620	Internal
6	ULS	0.0	20000.0	30000.0	0.587	Internal
4	ULS	78000.0	0.0	0.0	0.539	Internal
10	ULS	35000.0	18000.0	28000.0	0.521	Internal
21	SLS	0.0	6500.0	9500.0	0.492	Internal
30	SLS	8000.0	-5000.0	-8000.0	0.490	Internal
15	ULS	10000.0	-15000.0	-25000.0	0.472	Internal
12	ULS	-8000.0	8000.0	12000.0	0.470	Internal
5	ULS	0.0	10000.0	15000.0	0.434	Internal
3	ULS	70000.0	0.0	0.0	0.429	Internal
24	SLS	15000.0	4000.0	6000.0	0.407	Internal
14	ULS	60000.0	8000.0	12000.0	0.398	Internal
27	SLS	-4000.0	2500.0	3500.0	0.375	Internal
20	SLS	0.0	4000.0	5000.0	0.367	Internal

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

Figura 12: Esportazione PDF pagina 2: tabella dei risultati.