

Dimensionnement des armatures par surfaces d'interaction

Tutoriel SectionPro : trouver l'armature minimale pour un ensemble de combinaisons de charges via le domaine de résistance 3D

BridgeKernel · 2026

Introduction

SectionPro propose deux flux de vérification : le solveur d'équilibre de section (Article #3), qui traite un nombre quelconque de combinaisons de charges et renvoie l'état détaillé contraintes/déformations pour chacune individuellement ; et la vérification par surface d'interaction (Article #5), qui construit le domaine de résistance 3D (N, M_z, M_y) et évalue toutes les charges simultanément en mesurant leur distance normalisée η à la surface. Les deux répondent à la question de vérification : la section est-elle adéquate pour un φ_s donné ?

Cet article traite le problème inverse, le dimensionnement : étant donné une disposition des armatures et un ensemble de combinaisons de charges, trouver le diamètre minimal φ_s tel que chaque charge se trouve à l'intérieur de la surface d'interaction. L'algorithme recherche le diamètre qui produit une surface où la charge la plus critique arrive exactement à la frontière ($\eta = 1$), à un critère de tolérance numérique près. Chaque état limite est résolu indépendamment et SectionPro restitue φ_s par état ainsi que la valeur gouvernante tous états confondus.

Pour ACI 318, CSA A23.3 et AASHTO, la surface est construite nativement à partir du bloc de contrainte Whitney avec les coefficients de réduction de résistance. Les charges étant évaluées géométriquement plutôt que par convergence itérative, cette méthode devient significativement plus rapide pour les grandes enveloppes de charges (voir Section 5).

Résultats calculés

SectionPro restitue trois catégories de résultats :

Dimensionnement acier

φ_s : diamètre des barres requis
 A_s : section d'acier requise par barre
Un résultat par état limite
 φ_s gouvernant tous états limites confondus

Distances & vue 3D

η : distance normalisée par charge
Statut : **Interne** / **Frontière**
Nuage 3D sur la surface finale
Une surface par état limite

Exports

PDF : vues 3D + tableau de dimensionnement
XLS : φ_s , charges, distances, statut
TXT : résultats tabulaires (colonnes)

Section octogonale (Eurocode 2)

Données d'entrée

La géométrie de la section, la disposition des armatures et les lois de matériaux sont identiques à celles utilisées dans les Articles #4 et #5. 30 combinaisons de charges sont définies : 15 à l'ULS-F (Fondamental) et 15 à l'SLS-C (Caractéristique).

Béton

- Section transversale octogonale
- $b_1 = 2,00$ m, $b_2 = 0,50$ m
- $h_1 = 1,00$ m, $h_2 = 0,60$ m

Disposition des armatures

- 48 positions de barres, espacement uniforme 150 mm
- Enrobage 50 mm, 1 nappe
- Diamètre φ_s : à déterminer

Lois de matériaux (EC2)

- Béton C30/37 : $f_{ck} = 30$ MPa
- Acier B500B : $f_{yk} = 500$ MPa

Data

← Octagonal solid section

Concrete

Width b1 (m): 2 Width b2 (m): 0.5 Height h1 (m): 1 Height h2 (m): 0.6

Reinforcement

Mode: uniform spacing

Bar spacing (mm): 150 Bar diameter (mm): 32 Concrete cover (mm): 50 Layers (1 or 2): 1

Submit Infos

Fig. 1. – Section octogonale : géométrie et disposition des armatures.

Résultats du dimensionnement

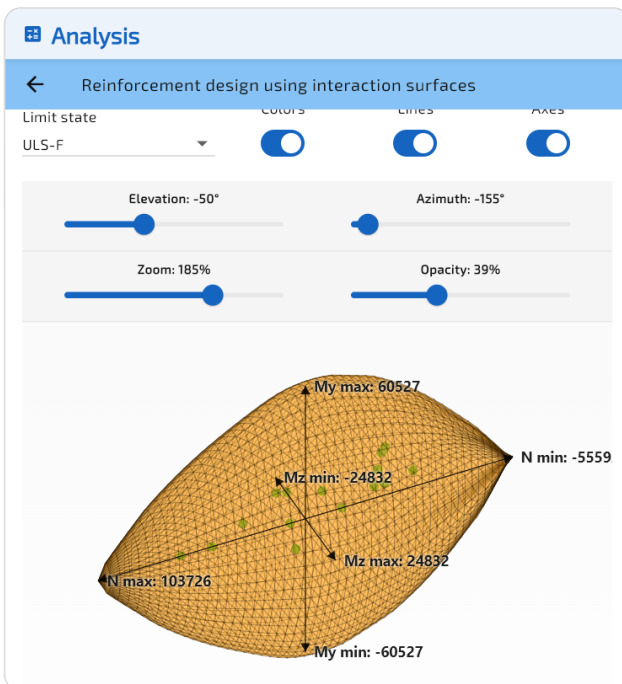


Fig. 2. – ULS-F : surface d'interaction au φ_s convergé.

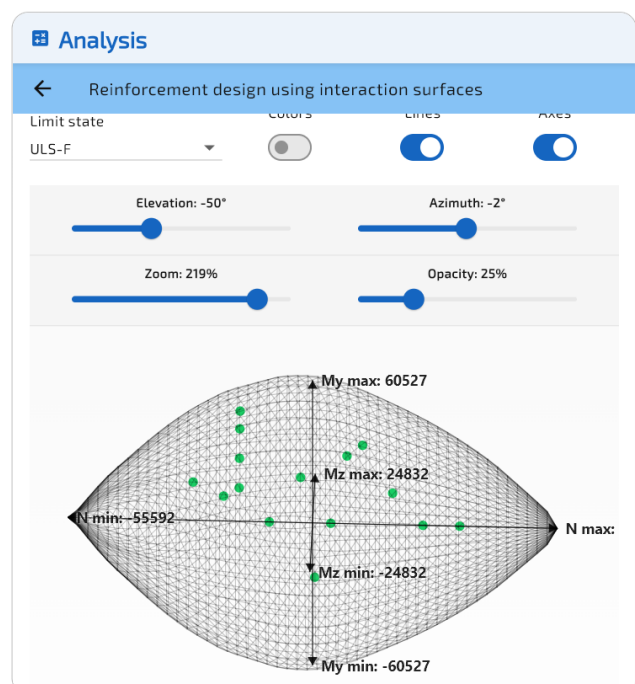


Fig. 3. – ULS-F, vue tournée.

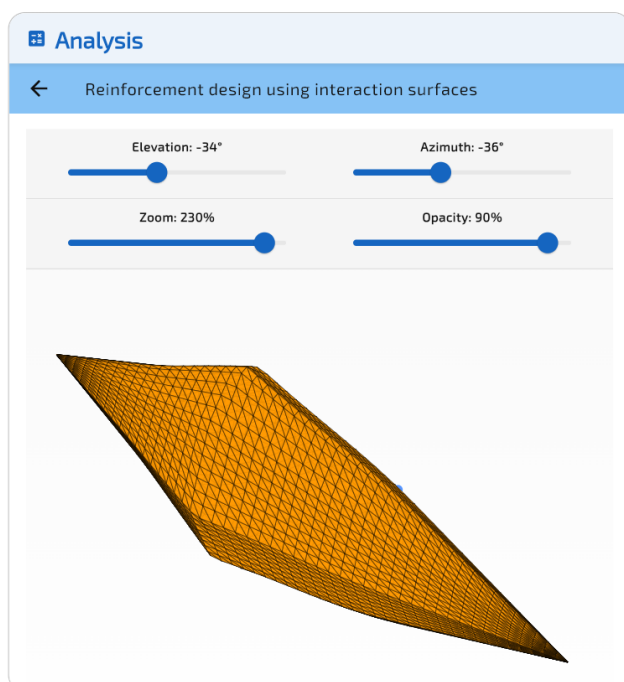


Fig. 4. – SLS-C : surface d'interaction au φ_s convergé.

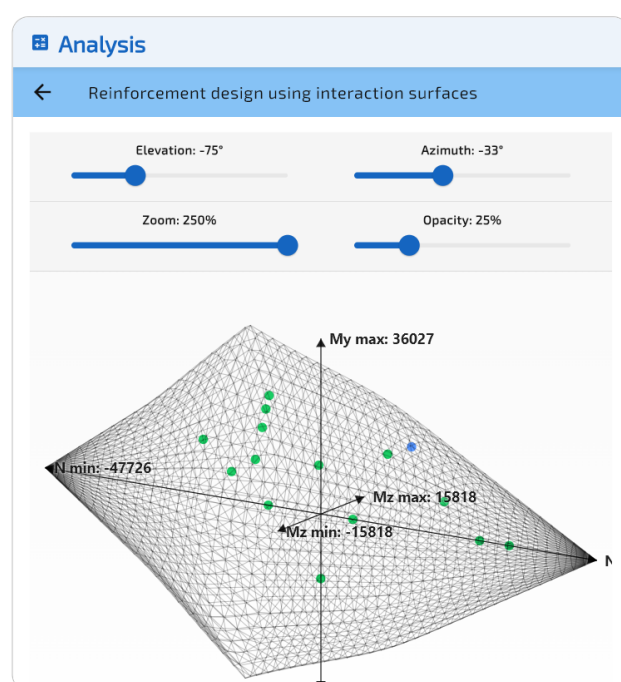


Fig. 5. – SLS-C, vue tournée.

L'SLS-C gouverne avec $\varphi_s = 56,26$ mm (contre 55,09 mm à l'ULS-F). Au diamètre gouvernant, la charge frontière SLS-C (#26) est visible en bleu sur la surface, tandis que toutes les charges ULS-F sont internes (vert).

État	φ_s (mm)	η_{worst}	Cas déterminant	Statut
ULS-F	55,09	0,970	#8	Interne
SLS-C	56,26	1,000	#26	Frontière

Distances à l'armature gouvernante

Une fois le φ_s gouvernant = 56,26 mm déterminé (l'SLS-C contrôle), SectionPro reconstruit la surface d'interaction pour chaque état limite à ce diamètre et calcule les distances pour les 30 charges. Chaque charge doit être Interne ($\eta < 1$) ou à la frontière ($\eta \approx 1$).

Charge	État	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η	Statut
26	SLS-C	35000	6000	15000	1,000	Frontière
8	ULS-F	0	14000	35000	0,970	Interne
23	SLS-C	0	8000	20000	0,883	Interne
7	ULS-F	0	11000	30000	0,820	Interne
25	SLS-C	30000	5000	13000	0,815	Interne
22	SLS-C	0	6800	17500	0,797	Interne
28	SLS-C	-13000	4000	10000	0,796	Interne
11	ULS-F	40000	10000	25000	0,727	Interne
29	SLS-C	45000	2500	6000	0,716	Interne
4	ULS-F	72000	0	0	0,603	Interne

Les 20 charges restantes ont toutes $\eta < 0,60$. Le tableau complet peut être exporté par le logiciel aux formats PDF, TXT et XLS.

Section elliptique (ACI 318)

Données d'entrée

La géométrie de la section, les armatures et les lois de matériaux sont identiques à celles utilisées dans l'article sur la vérification par surface d'interaction. 30 combinaisons de charges sont définies : 15 à l'ULS et 15 à l'SLS. Le bloc de contrainte Whitney ACI 318 est utilisé nativement pour construire la surface d'interaction ULS, incluant les coefficients de réduction de résistance ($\varphi = 0,90$ contrôlé en traction, $\varphi = 0,65$ contrôlé en compression, $\varphi_N = 0,80$ plafond). La surface SLS utilise un comportement élastique linéaire avec des contraintes admissibles ($\sigma_c = 11,5$ MPa, $\sigma_s = 250$ MPa).

Béton

- Section transversale elliptique
- Largeur = 3,00 m, Hauteur = 2,00 m

Disposition des armatures

- 40 barres le long du périmètre
- Enrobage 50 mm
- Diamètre φ_s : à déterminer

Lois de matériaux (ACI 318)

- Béton : $f'_c = 30$ MPa
- Acier : $f_y = 500$ MPa
- Bloc Whitney : $\beta_1 = 0,832$

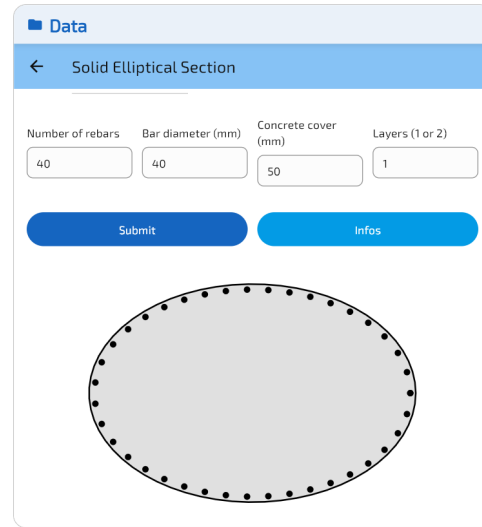


Fig. 6. – Section elliptique : géométrie et disposition des armatures.

Résultats du dimensionnement

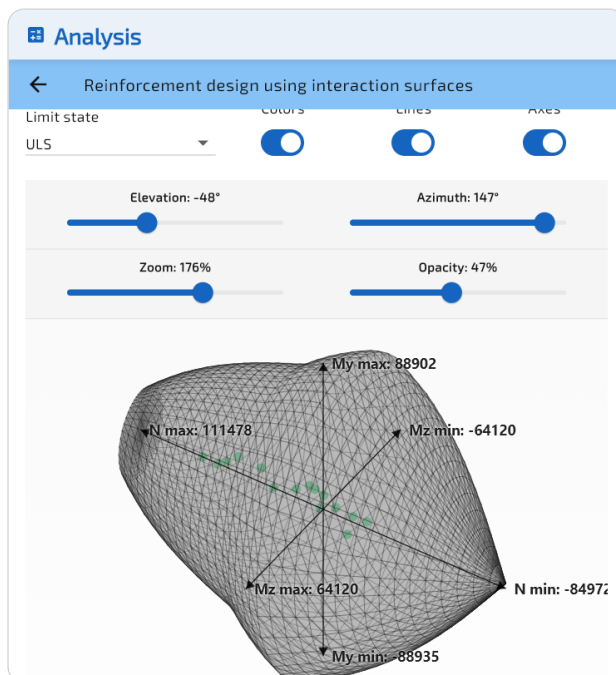


Fig. 7. – ULS : surface d'interaction au φ_s convergé.

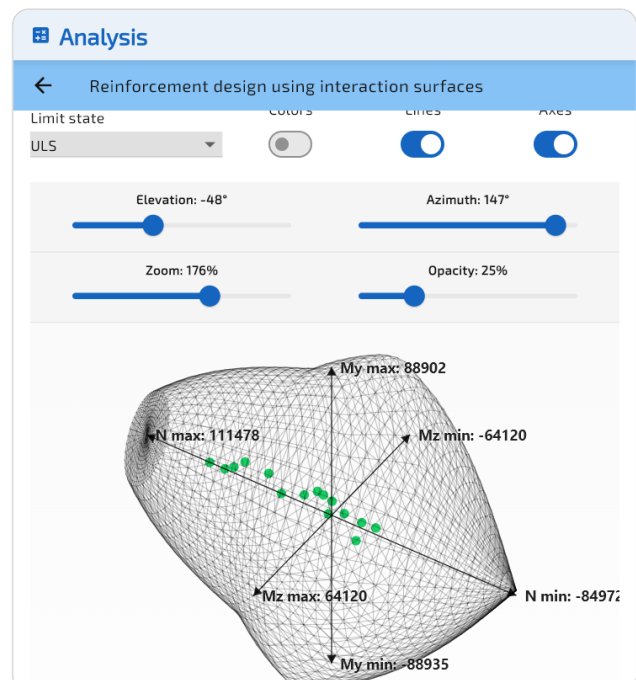


Fig. 8. – ULS, vue tournée.

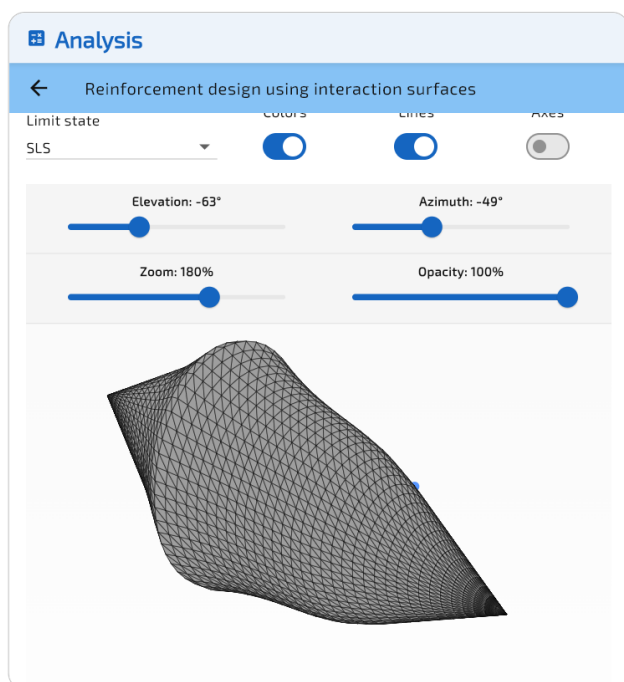


Fig. 9. – SLS : surface d'interaction au φ_s convergé.

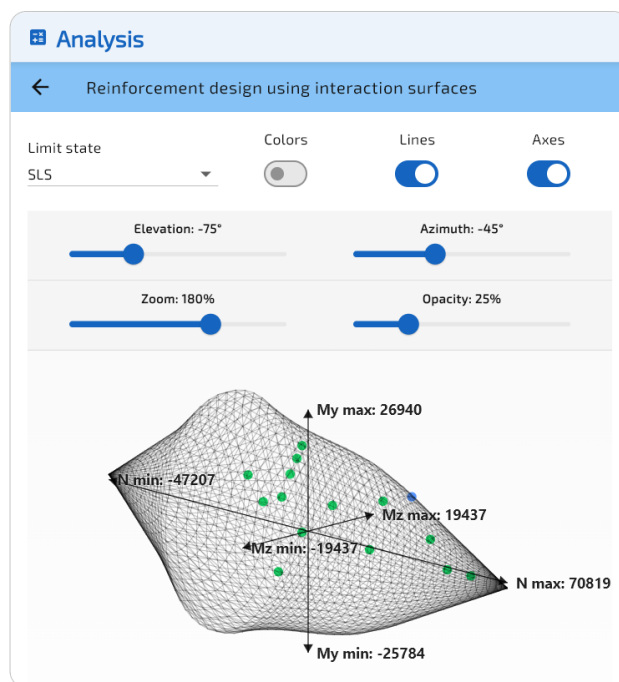


Fig. 10. – SLS, vue tournée.

L'SLS gouverne avec $\varphi_s = 77,53$ mm (contre 64,71 mm à l'ULS). La charge frontière SLS (#26) est visible en bleu sur la surface, tandis que toutes les charges ULS sont internes (vert).

État	φ_s (mm)	η_{worst}	Cas déterminant	Statut
ULS	64,71	0,781	#8	Interne
SLS	77,53	1,000	#26	Frontière

Distances à l'armature gouvernante

Au φ_s gouvernant = 77,53 mm (l'SLS contrôle), les 30 charges sont toutes Internes. Les 10 charges les plus critiques sont :

Charge	État	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η	Statut
26	SLS	35000	7500	11000	1,000	Frontière
23	SLS	0	10000	15000	0,866	Interne
19	SLS	60000	0	0	0,835	Interne
29	SLS	45000	3000	4500	0,812	Interne
8	ULS	0	32000	45000	0,781	Interne
25	SLS	28000	6000	9000	0,766	Interne
18	SLS	53000	0	0	0,712	Interne
11	ULS	45000	22000	33000	0,710	Interne
7	ULS	0	27000	39000	0,699	Interne
22	SLS	0	8500	12500	0,695	Interne

Validation croisée avec la vérification par surface d'interaction (Article #5)

La vérification par surface d'interaction (Article #5) a analysé les deux mêmes sections avec des diamètres de barres fixes ($\varphi = 32$ mm pour l'octogone, $\varphi = 40$ mm pour l'ellipse). À ces diamètres, plusieurs charges ont été classées Externes ($\eta > 1$), signifiant que la capacité de la section était dépassée. Le module de dimensionnement (cet article) doit donc renvoyer des valeurs de φ_s supérieures à ces diamètres fixes.

Section octogonale (EC2, $\varphi = 32$ mm fixe dans l'Art. #5)

Avec $\varphi = 32$ mm, 7 des 15 charges ULS-F étaient Externes et 8 des 15 charges SLS-C étaient Externes. Le module de dimensionnement renvoie $\varphi_s = 55,09$ mm (ULS-F) et $\varphi_s = 56,26$ mm (SLS-C), tous deux bien supérieurs à 32 mm, confirmant que le diamètre fixe était insuffisant. Le diamètre gouvernant SLS-C est 76 % supérieur au diamètre de vérification.

État limite	φ Art.#5 (mm)	φ_s dim. (mm)	Externes dans l'Art.#5
ULS-F	32	55,09	7 / 15
SLS-C	32	56,26	8 / 15

Section elliptique (ACI 318, $\varphi = 40$ mm fixe dans l'Art. #5)

De même, avec $\varphi = 40$ mm, 7 des 15 charges ULS et 8 des 15 charges SLS étaient Externes. Le module de dimensionnement renvoie $\varphi_s = 64,71$ mm (ULS) et $\varphi_s = 77,53$ mm (SLS). Le diamètre gouvernant SLS est 94 % supérieur au diamètre de vérification.

État limite	φ Art.#5 (mm)	φ_s dim. (mm)	Externes dans l'Art.#5
ULS	40	64,71	7 / 15
SLS	40	77,53	8 / 15

Dans les deux cas, le module de dimensionnement renvoie correctement des diamètres supérieurs au diamètre de vérification chaque fois que des charges externes étaient présentes, confirmant la cohérence complète entre les flux de vérification et de dimensionnement.

Validation croisée avec le solveur d'équilibre de section (Article #3)

Le solveur d'équilibre de section (Article #3) a calculé le φ_s requis pour des cas de charge individuels sur une section hexagonale pleine (EC2, C30/37, 30 barres, espacement 150 mm). Deux cas de charge à l'ULS-F ont été analysés : un chargement combiné biaxial et un cas de flexion uniaxiale. En exécutant le module de dimensionnement sur la même section avec ces deux charges comme enveloppe, le φ_s gouvernant doit correspondre au plus grand diamètre trouvé par le solveur direct.

Section hexagonale – enveloppe à deux charges

Charge	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	φ_s^{NR} (mm)	φ_s^{SI} (mm)
ULS	2000	3000	1800	10,73	—
SLS	500	1000	0	6,40	—
Gouv.				10,73	10,82

Les deux solveurs convergent vers le même diamètre gouvernant : $\varphi_s = 10,73$ mm (équilibre) contre $\varphi_s = 10,82$ mm (surface d'interaction).

Benchmark de performance

Le tableau suivant compare le temps de calcul sur la section octogonale EC2 (5 états limites, 48 barres), en faisant varier le nombre de combinaisons de charges de 2 à 1 000 000. Les charges sont réparties aléatoirement entre tous les états limites. Le solveur d'équilibre effectue une convergence itérative par charge. La méthode par surface d'interaction construit la surface et évalue toutes les charges géométriquement.

Charges	Solveur direct (ms)	Dim. SI (ms)	Accélération
2	2,1	154	0,01 ×
100	5,6	382	0,01 ×
1000	23	441	0,05 ×
10000	167	526	0,32 ×
100000	1688	1306	1,29 ×

Les deux méthodes offrent des performances similaires à toutes les échelles, le solveur d'équilibre étant plus rapide pour les petites enveloppes et la méthode par surface d'interaction le rattrapant autour de 100000 charges. Les valeurs de φ_s concordent à 0,1 % près à toutes les échelles. L'avantage pratique de l'approche par surface d'interaction n'est pas la vitesse brute mais la sortie visuelle : le nuage 3D sur la surface gouvernante donne une confirmation immédiate que toutes les charges sont englobées, ce que le solveur d'équilibre ne fournit pas.

Conclusion

Le dimensionnement par surface d'interaction offre un moyen efficace de déterminer le diamètre minimal d'armature pour une enveloppe de charges complète :

- Un seul calcul, toutes les charges : l'algorithme traite un nombre quelconque de combinaisons de charges en une seule passe.
- Whitney natif pour les codes US : pour ACI 318, CSA A23.3 et AASHTO, la surface est construite directement à partir du bloc de contrainte Whitney avec les coefficients de réduction de résistance.
- Validation croisée : les résultats de dimensionnement concordent avec la vérification par surface d'interaction (Article #5 : les charges qui étaient Externes au diamètre fixe nécessitent désormais un φ_s plus grand) et le solveur d'équilibre de section (Article #3 : les deux méthodes convergent vers le même diamètre gouvernant à la tolérance numérique près).
- Confirmation visuelle : le nuage 3D au φ_s gouvernant montre immédiatement que toutes les charges sont englobées, avec la charge critique à la frontière.

- Complémentaire au solveur d'équilibre : le solveur d'équilibre renvoie l'état complet contraintes/déformations, tandis que la méthode par surface d'interaction fournit une vérification visuelle d'enveloppe à un coût de calcul similaire.

Export

SectionPro exporte les résultats de dimensionnement aux formats PDF, TXT et XLS. Le rapport PDF inclut les vues 3D de la surface d'interaction finale avec les points de charge dispersés et un tableau de résultats.

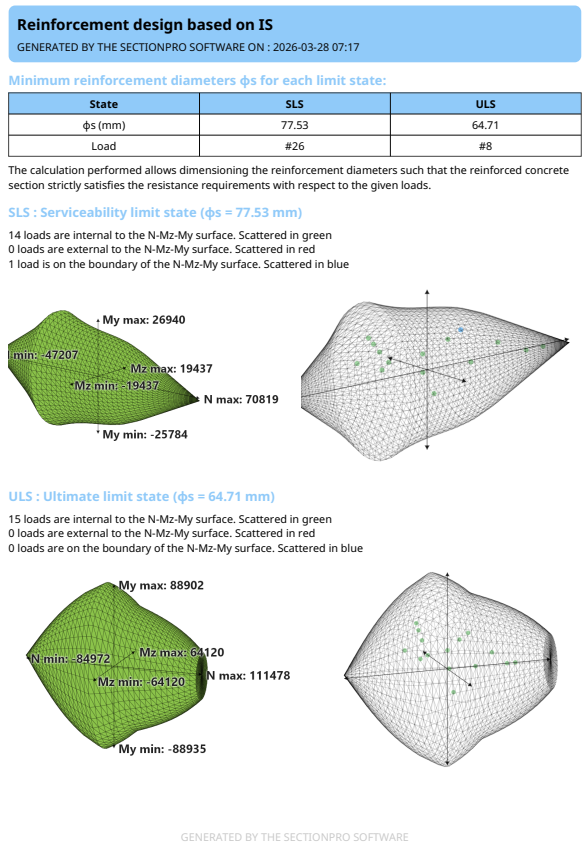


Fig. 11. – Export PDF page 1 : vues 3D.

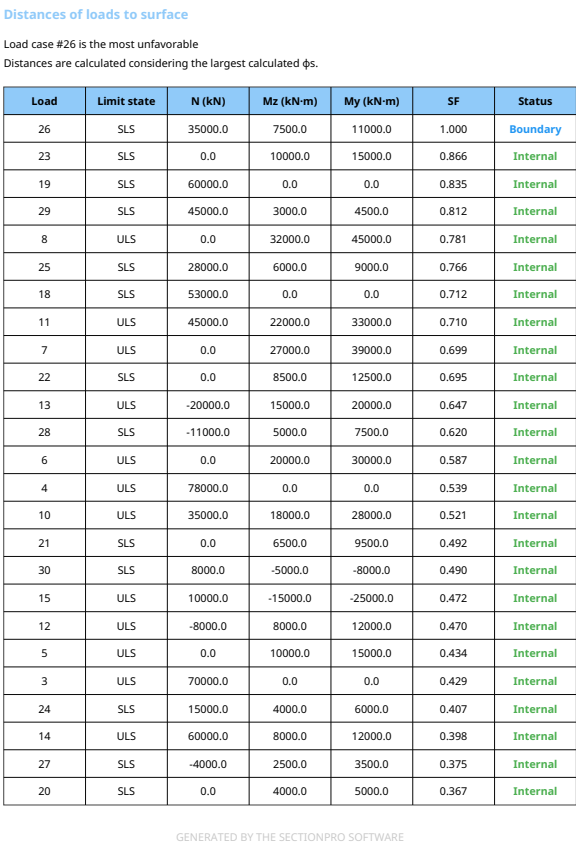


Fig. 12. – Export PDF page 2 : tableau de résultats.