

Bewehrungsbemessung über Interaktionsflächen

SectionPro-Tutorial: Bestimmung der Mindestbewehrung für eine Reihe von Lastkombinationen mithilfe des 3D-Widerstandsbereichs

BridgeKernel · 2026

Einleitung

SectionPro bietet zwei Nachweisverfahren: den Querschnitts-Gleichgewichtslöser (Artikel #3), der eine beliebige Anzahl von Lastkombinationen verarbeitet und für jede einzeln den detaillierten Spannungs-/Dehnungszustand zurückgibt; und die Interaktionsflächen-Überprüfung (Artikel #5), die den 3D-Widerstandsbereich (N, M_z, M_y) aufbaut und alle Lasten gleichzeitig bewertet, indem ihr normierter Abstand η zur Fläche gemessen wird. Beide beantworten die Nachweisfrage: Ist der Querschnitt für ein gegebenes φ_s ausreichend?

Dieser Artikel befasst sich mit dem inversen Problem, der Bemessung: Gegeben eine Bewehrungsanordnung und ein Satz von Lastkombinationen, finde den minimalen Stabdurchmesser φ_s , sodass jede Last innerhalb der Interaktionsfläche liegt. Der Algorithmus sucht den Durchmesser, bei dem die kritischste Last genau an der Grenzwert-Position ankommt ($\eta = 1$), bis auf ein numerisches Toleranzkriterium. Jeder Grenzzustand wird unabhängig gelöst und SectionPro gibt φ_s je Zustand sowie den maßgebenden Wert über alle Zustände aus.

Für ACI 318, CSA A23.3 und AASHTO wird die Fläche nativ aus dem Whitney-Spannungsblock mit Abminderungsfaktoren aufgebaut. Da die Lasten geometrisch statt durch iterative Konvergenz ausgewertet werden, wird diese Methode bei großen Lasthüllkurven deutlich schneller (siehe Abschnitt 5).

Berechnete Ergebnisse

SectionPro liefert drei Kategorien von Ergebnissen:

Bewehrungsbemessung

φ_s : erforderlicher Stabdurchmesser
 A_s : erforderliche Stahlfläche je Stab
Ein Ergebnis je Grenzzustand
Maßgebender φ_s über alle Grenzzustände

Abstände & 3D-Ansicht

η : normierter Abstand je Last
Status: **Intern** / **Grenzwert**
3D-Streudiagramm auf der endgültigen Fläche
Eine Fläche je Grenzzustand

Exporte

PDF: 3D-Ansichten + Bemessungstabelle
XLS: φ_s , Lasten, Abstände, Status
TXT: tabellarische Ergebnisse (Spalten)

Achteckiger Querschnitt (Eurocode 2)

Eingabedaten

Die Querschnittsgeometrie, Bewehrungsanordnung und Materialgesetze sind identisch mit denen der Artikel #4 und #5. Es werden 30 Lastkombinationen definiert: 15 im ULS-F (Grundkombination) und 15 im SLS-C (Charakteristisch).

Beton

- Achteckiger Querschnitt
- $b_1 = 2\{, \}00$ m, $b_2 = 0\{, \}50$ m
- $h_1 = 1\{, \}00$ m, $h_2 = 0\{, \}60$ m

Bewehrungsanordnung

- 48 Stabpositionen, gleichmäßiger Abstand 150 mm
- Betondeckung 50 mm, 1 Lage
- Durchmesser φ_s : zu bestimmen

Materialgesetze (EC2)

- Beton C30/37: $f_{ck} = 30$ MPa
- Stahl B500B: $f_{yk} = 500$ MPa

Abbildung 1: Achteckiger Querschnitt: Geometrie und Bewehrungsanordnung.

Bemessungsergebnisse

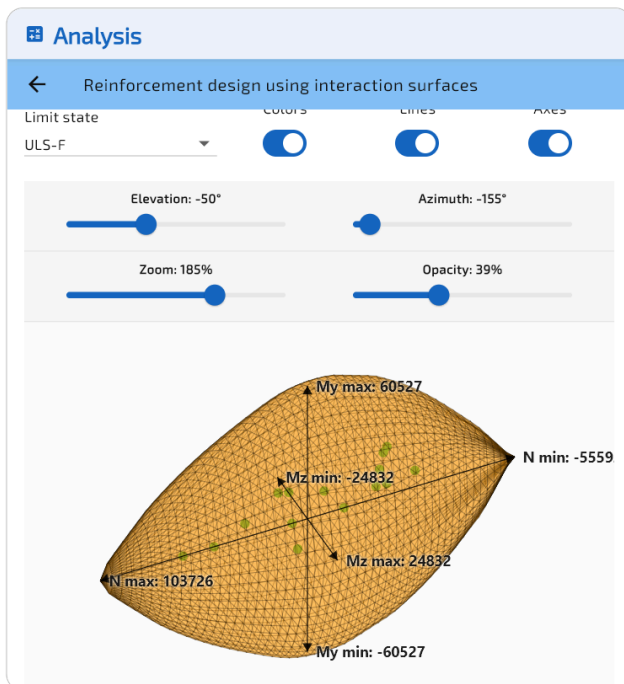


Abbildung 2: ULS-F: Interaktionsfläche beim konvergierten φ_s .

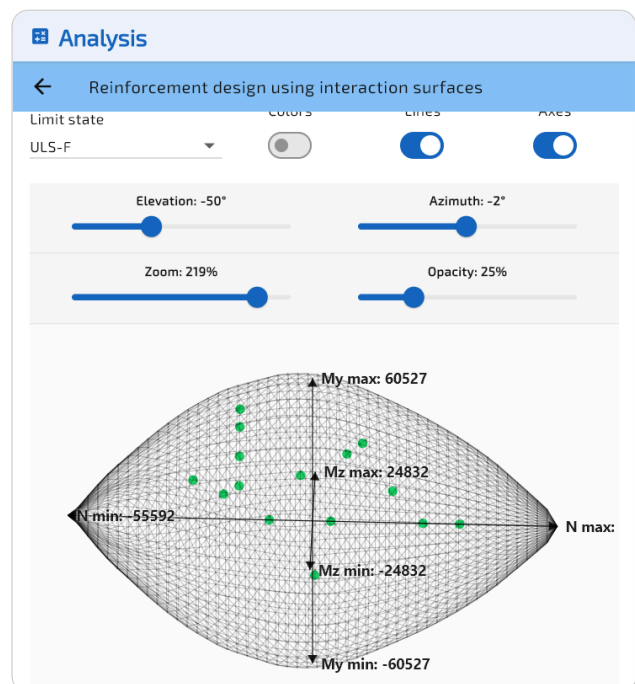


Abbildung 3: ULS-F, gedreht.

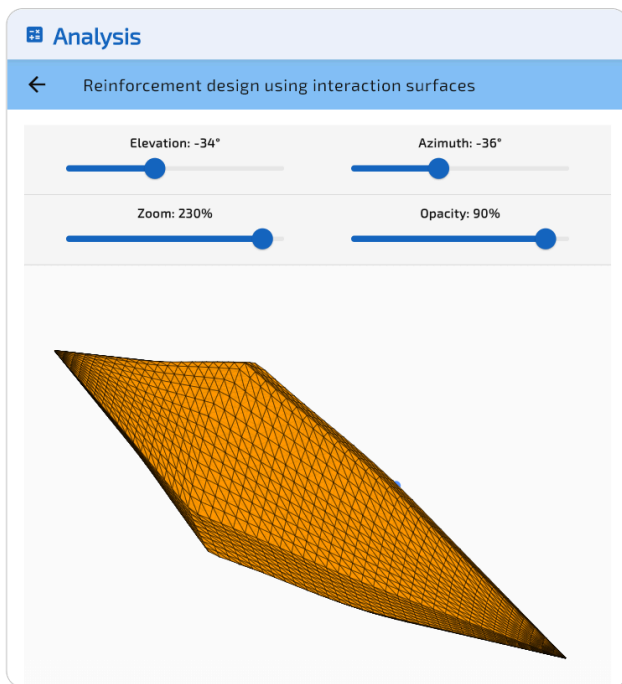


Abbildung 4: SLS-C: Interaktionsfläche beim konvergierten

φ_s .

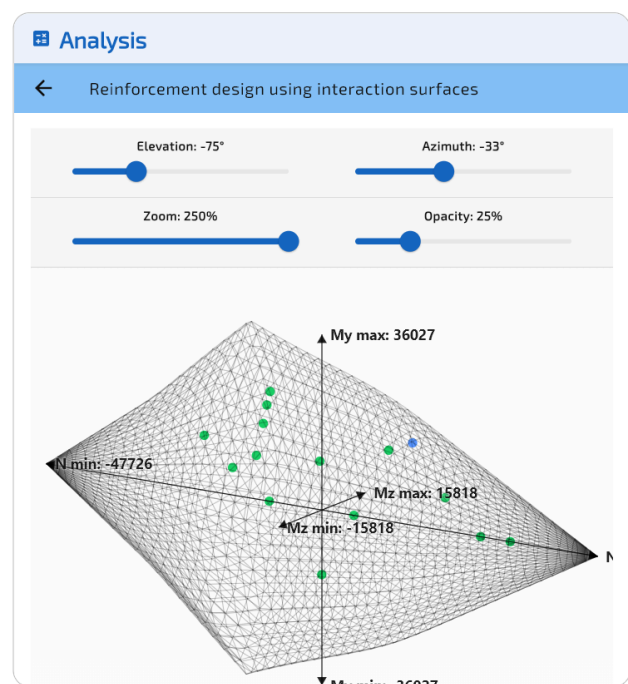


Abbildung 5: SLS-C, gedreht.

SLS-C ist maßgebend mit $\varphi_s = 56\{, \}26$ mm (gegenüber 55,09 mm bei ULS-F). Beim maßgebenden Durchmesser ist die SLS-C-Grenzwertlast (#26) blau auf der Fläche sichtbar, während alle ULS-F-Lasten intern (grün) sind.

Zustand	φ_s (mm)	η_{worst}	Maßgebende Last	Status
ULS-F	55{, }09	0{, }970	#8	Intern
SLS-C	56{, }26	1{, }000	#26	Grenzwert

Abstände bei der maßgebenden Bewehrung

Sobald der maßgebende $\varphi_s = 56\{, \}26$ mm bestimmt ist (SLS-C ist maßgebend), baut SectionPro die Interaktionsfläche für jeden Grenzzustand bei diesem Durchmesser neu auf und berechnet die Abstände für alle 30 Lasten. Jede Last muss Intern ($\eta < 1$) oder an der Grenzwert-Position ($\eta \approx 1$) liegen.

Last	Zustand	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η	Status
26	SLS-C	35000	6000	15000	1{, }000	Grenzwert
8	ULS-F	0	14000	35000	0{, }970	Intern
23	SLS-C	0	8000	20000	0{, }883	Intern
7	ULS-F	0	11000	30000	0{, }820	Intern
25	SLS-C	30000	5000	13000	0{, }815	Intern
22	SLS-C	0	6800	17500	0{, }797	Intern
28	SLS-C	-13000	4000	10000	0{, }796	Intern
11	ULS-F	40000	10000	25000	0{, }727	Intern
29	SLS-C	45000	2500	6000	0{, }716	Intern
4	ULS-F	72000	0	0	0{, }603	Intern

Die übrigen 20 Lasten haben alle $\eta < 0\{, \}60$. Die vollständige Tabelle kann von der Software in den Formaten PDF, TXT und XLS exportiert werden.

Elliptischer Querschnitt (ACI 318)

Eingabedaten

Die Querschnittsgeometrie, Bewehrung und Materialgesetze sind identisch mit denen des Artikels zur Interaktionsflächen-Überprüfung. Es werden 30 Lastkombinationen definiert: 15 im ULS und 15 im SLS. Der Whitney-Spannungsblock nach ACI 318 wird nativ zum Aufbau der ULS-Interaktionsfläche verwendet, einschließlich der Abminderungsfaktoren ($\varphi = 0\{, \}90$ zugkontrolliert, $\varphi = 0\{, \}65$ druckkontrolliert, $\varphi_N = 0\{, \}80$ Deckelung). Die SLS-Fläche verwendet linear-elastisches Verhalten mit zulässigen Spannungen ($\sigma_c = 11\{, \}5$ MPa, $\sigma_s = 250$ MPa).

Beton

- Elliptischer Querschnitt
- Breite = $3\{, \}00$ m, Höhe = $2\{, \}00$ m

Bewehrungsanordnung

- 40 Stäbe entlang des Umfangs
- Betondeckung 50 mm
- Durchmesser φ_s : zu bestimmen

Materialgesetze (ACI 318)

- Beton: $f'_c = 30$ MPa
- Stahl: $f_y = 500$ MPa
- Whitney-Block: $\beta_1 = 0\{, \}832$

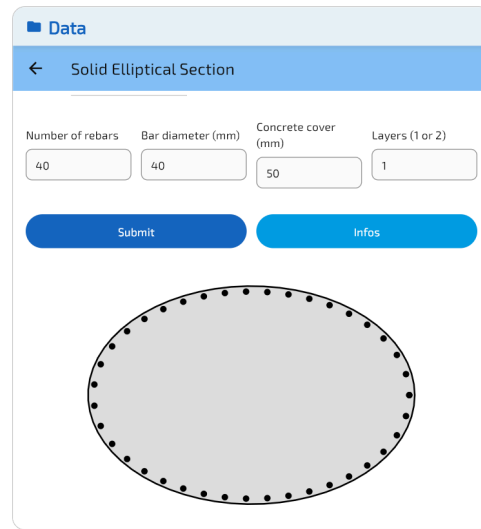


Abbildung 6: Elliptischer Querschnitt: Geometrie und Bewehrungsanordnung.

Bemessungsergebnisse

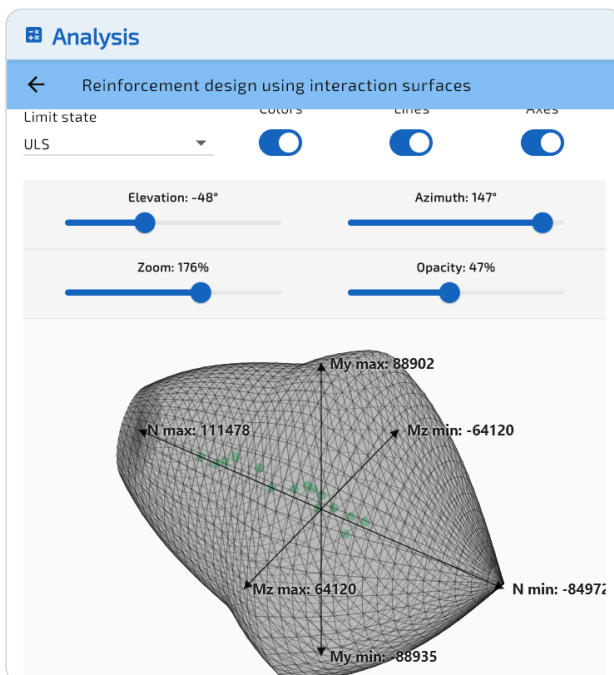


Abbildung 7: ULS: Interaktionsfläche beim konvergierten φ_s .

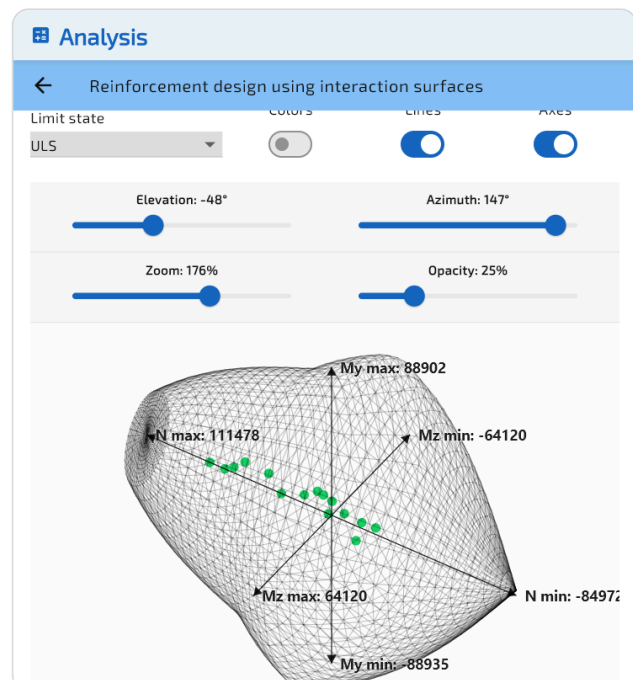


Abbildung 8: ULS, gedreht.

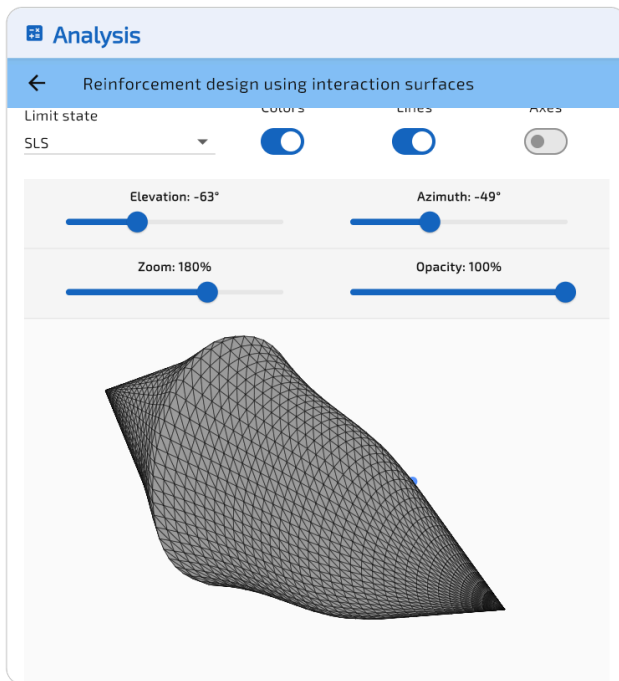


Abbildung 9: SLS: Interaktionsfläche beim konvergierten φ_s .

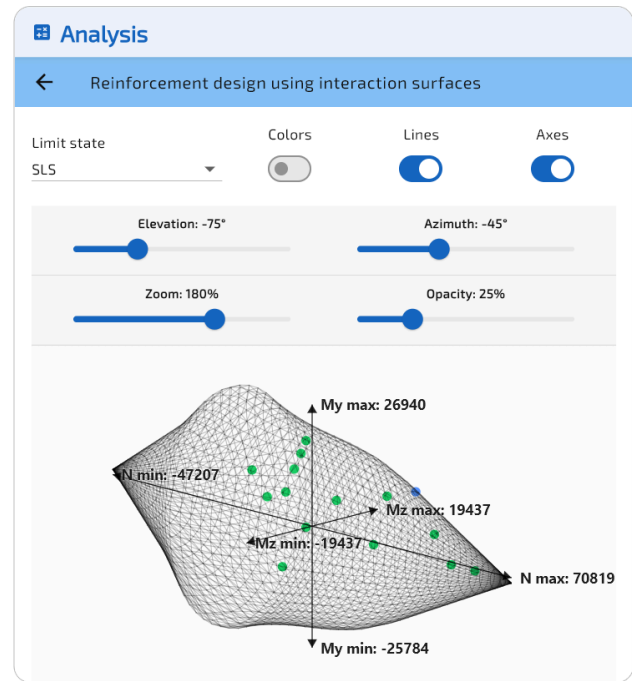


Abbildung 10: SLS, gedreht.

SLS ist maßgebend mit $\varphi_s = 77\{, \}53$ mm (gegenüber 64,71 mm bei ULS). Die SLS-Grenzwertlast (#26) ist blau auf der Fläche sichtbar, während alle ULS-Lasten intern (grün) sind.

Zustand	φ_s (mm)	η_{worst}	Maßgebende Last	Status
ULS	64{, }71	0{, }781	#8	Intern
SLS	77{, }53	1{, }000	#26	Grenzwert

Abstände bei der maßgebenden Bewehrung

Beim maßgebenden $\varphi_s = 77\{, \}53$ mm (SLS ist maßgebend) sind alle 30 Lasten Intern. Die 10 kritischsten Lasten sind:

Last	Zustand	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η	Status
26	SLS	35000	7500	11000	1{, }000	Grenzwert
23	SLS	0	10000	15000	0{, }866	Intern
19	SLS	60000	0	0	0{, }835	Intern
29	SLS	45000	3000	4500	0{, }812	Intern
8	ULS	0	32000	45000	0{, }781	Intern
25	SLS	28000	6000	9000	0{, }766	Intern
18	SLS	53000	0	0	0{, }712	Intern
11	ULS	45000	22000	33000	0{, }710	Intern
7	ULS	0	27000	39000	0{, }699	Intern
22	SLS	0	8500	12500	0{, }695	Intern

Kreuzvalidierung mit der Interaktionsflächen-Überprüfung (Artikel #5)

Die Interaktionsflächen-Überprüfung (Artikel #5) analysierte dieselben zwei Querschnitte mit festen Stabdurchmessern ($\varphi = 32$ mm für das Achteck, $\varphi = 40$ mm für die Ellipse). Bei diesen Durchmessern wurden mehrere Lasten als Extern ($\eta > 1$) eingestuft, was bedeutet, dass die Querschnittstragfähigkeit überschritten war. Das Bemessungsmodul (dieser Artikel) muss daher φ_s -Werte zurückgeben, die größer als diese festen Durchmesser sind.

Achteckiger Querschnitt (EC2, festes $\varphi = 32$ mm in Art. #5)

Bei $\varphi = 32$ mm waren 7 der 15 ULS-F-Lasten Extern und 8 der 15 SLS-C-Lasten Extern. Das Bemessungsmodul ergibt $\varphi_s = 55\{, \}09$ mm (ULS-F) und $\varphi_s = 56\{, \}26$ mm (SLS-C), beide deutlich über 32 mm, was bestätigt, dass der feste Durchmesser unzureichend war. Der maßgebende SLS-C-Durchmesser ist 76% größer als der Nachweisdurchmesser.

Grenzzustand	φ Art.#5 (mm)	φ_s Bem. (mm)	Extern in Art.#5
ULS-F	32	55{, }09	7 / 15
SLS-C	32	56{, }26	8 / 15

Elliptischer Querschnitt (ACI 318, festes $\varphi = 40$ mm in Art. #5)

Ebenso waren bei $\varphi = 40$ mm 7 der 15 ULS-Lasten und 8 der 15 SLS-Lasten Extern. Das Bemessungsmodul ergibt $\varphi_s = 64\{, \}71$ mm (ULS) und $\varphi_s = 77\{, \}53$ mm (SLS). Der maßgebende SLS-Durchmesser ist 94% größer als der Nachweisdurchmesser.

Grenzzustand	φ Art.#5 (mm)	φ_s Bem. (mm)	Extern in Art.#5
ULS	40	64{, }71	7 / 15
SLS	40	77{, }53	8 / 15

In beiden Fällen gibt das Bemessungsmodul korrekt Durchmesser zurück, die den Nachweisdurchmesser überschreiten, wenn Extern-Lasten vorhanden waren, was die volle Konsistenz zwischen den Nachweis- und Bemessungsverfahren bestätigt.

Kreuzvalidierung mit dem Querschnitts-Gleichgewichtslöser (Artikel #3)

Der Querschnitts-Gleichgewichtslöser (Artikel #3) berechnete den erforderlichen φ_s für einzelne Lastfälle an einem massiven sechseckigen Querschnitt (EC2, C30/37, 30 Stäbe, 150 mm Abstand). Zwei Lastfälle im ULS-F wurden analysiert: eine kombinierte zweiachsig-Belastung und ein einaxialer Biegefall. Wird das Bemessungsmodul auf denselben Querschnitt mit diesen beiden Lasten als Hüllkurve angewendet, muss der maßgebende φ_s mit dem größten vom direkten Löser ermittelten Durchmesser übereinstimmen.

Sechseckiger Querschnitt, Lasthüllkurve mit zwei Lasten

Last	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	φ_s^{NR} (mm)	φ_s^{SI} (mm)
ULS	2000	3000	1800	10{, }73	—
SLS	500	1000	0	6{, }40	—
Maßg.				10,73	10,82

Beide Löser konvergieren zum selben maßgebenden Durchmesser: $\varphi_s = 10\{, \}73$ mm (Gleichgewicht) gegenüber $\varphi_s = 10\{, \}82$ mm (Interaktionsfläche).

Leistungsvergleich

Die folgende Tabelle vergleicht die Berechnungszeit am achteckigen EC2-Querschnitt (5 Grenzzustände, 48 Stäbe) bei Skalierung der Lastkombinationen von 2 bis 1 000 000. Die Lasten sind zufällig auf alle Grenzzustände verteilt. Der Gleichgewichtslöser führt eine iterative Konvergenz je Last durch. Die Interaktionsflächen-Methode baut die Fläche auf und wertet alle Lasten geometrisch aus.

Lasten	Direkter Löser (ms)	SI-Bemessung (ms)	Beschleunigung
2	2{, }1	154	0{, }01 ×
100	5{, }6	382	0{, }01 ×
1000	23	441	0{, }05 ×
10000	167	526	0{, }32 ×
100000	1688	1306	1{, }29 ×

Beide Methoden liefern über alle Skalen ähnliche Leistung, wobei der Gleichgewichtslöser bei kleinen Hüllkurven schneller ist und die Interaktionsflächen-Methode bei etwa 100000 Lasten aufhört. Die φ_s -Werte stimmen bei allen Skalen auf 0,1% überein. Der praktische Vorteil des Interaktionsflächen-Ansatzes liegt nicht in der reinen Geschwindigkeit, sondern in der visuellen Ausgabe: Das 3D-Streudiagramm auf der maßgebenden Fläche gibt sofortige Bestätigung, dass alle Lasten eingeschlossen sind, was der Gleichgewichtslöser nicht bietet.

Fazit

Die Interaktionsflächen-Bemessung bietet eine effiziente Methode zur Bestimmung des minimalen Bewehrungsdurchmessers für eine gesamte Lasthüllkurve:

- Ein Durchlauf, alle Lasten: Der Algorithmus verarbeitet eine beliebige Anzahl von Lastkombinationen in einem einzigen Durchlauf.
- Whitney-nativ für US-Normen: Für ACI 318, CSA A23.3 und AASHTO wird die Fläche direkt aus dem Whitney-Spannungsblock mit Abminderungsfaktoren aufgebaut.
- Kreuzvalidiert: Die Bemessungsergebnisse stimmen mit der Interaktionsflächen-Überprüfung überein (Artikel #5: Lasten, die beim festen Durchmesser Extern waren, erfordern nun ein größeres φ_s) und mit dem Querschnitts-Gleichgewichtslöser (Artikel #3: beide Methoden konvergieren innerhalb der numerischen Toleranz zum selben maßgebenden Durchmesser).
- Visuelle Bestätigung: Das 3D-Streudiagramm beim maßgebenden φ_s zeigt sofort, dass alle Lasten eingeschlossen sind, wobei die kritische Last an der Grenzwert-Position liegt.

- Komplementär zum Gleichgewichtslöser: Der Gleichgewichtslöser gibt den vollständigen Spannungs-/Dehnungszustand zurück, während die Interaktionsflächen-Methode eine visuelle Hüllkurvenprüfung bei vergleichbarem Rechenaufwand bietet.

Export

SectionPro exportiert die Bemessungsergebnisse in den Formaten PDF, TXT und XLS. Der PDF-Bericht enthält 3D-Ansichten der endgültigen Interaktionsfläche mit gestreuten Lastpunkten und eine Ergebnistabelle.

Reinforcement design based on IS

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-28 07:17

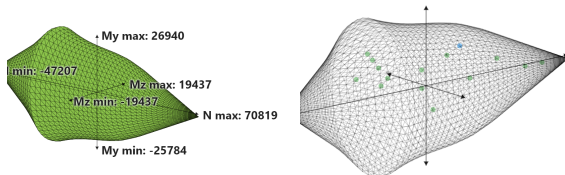
Minimum reinforcement diameters ϕ_s for each limit state:

State	SLS	ULS
ϕ_s (mm)	77.53	64.71
Load	#26	#8

The calculation performed allows dimensioning the reinforcement diameters such that the reinforced concrete section strictly satisfies the resistance requirements with respect to the given loads.

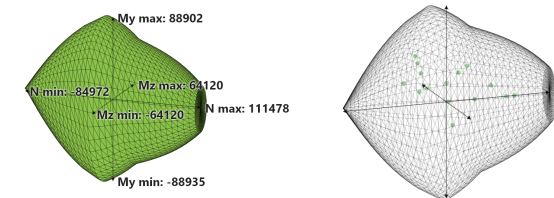
SLS : Serviceability limit state ($\phi_s = 77.53$ mm)

14 loads are internal to the N-Mz-My surface. Scattered in green
 0 loads are external to the N-Mz-My surface. Scattered in red
 1 load is on the boundary of the N-Mz-My surface. Scattered in blue



ULS : Ultimate limit state ($\phi_s = 64.71$ mm)

15 loads are internal to the N-Mz-My surface. Scattered in green
 0 loads are external to the N-Mz-My surface. Scattered in red
 0 loads are on the boundary of the N-Mz-My surface. Scattered in blue



GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

Abbildung 11: PDF-Export Seite 1: 3D-Ansichten.

Distances of loads to surface

Load case #26 is the most unfavorable

Distances are calculated considering the largest calculated ϕ_s .

Load	Limit state	N (kN)	Mz (kN-m)	My (kN-m)	SF	Status
26	SLS	35000.0	7500.0	11000.0	1.000	Boundary
23	SLS	0.0	10000.0	15000.0	0.866	Internal
19	SLS	60000.0	0.0	0.0	0.835	Internal
29	SLS	45000.0	3000.0	4500.0	0.812	Internal
8	ULS	0.0	32000.0	45000.0	0.781	Internal
25	SLS	28000.0	6000.0	9000.0	0.766	Internal
18	SLS	53000.0	0.0	0.0	0.712	Internal
11	ULS	45000.0	22000.0	33000.0	0.710	Internal
7	ULS	0.0	27000.0	39000.0	0.699	Internal
22	SLS	0.0	8500.0	12500.0	0.695	Internal
13	ULS	-20000.0	15000.0	20000.0	0.647	Internal
28	SLS	-11000.0	5000.0	7500.0	0.620	Internal
6	ULS	0.0	20000.0	30000.0	0.587	Internal
4	ULS	78000.0	0.0	0.0	0.539	Internal
10	ULS	35000.0	18000.0	28000.0	0.521	Internal
21	SLS	0.0	6500.0	9500.0	0.492	Internal
30	SLS	8000.0	-5000.0	-8000.0	0.490	Internal
15	ULS	10000.0	-15000.0	-25000.0	0.472	Internal
12	ULS	-8000.0	8000.0	12000.0	0.470	Internal
5	ULS	0.0	10000.0	15000.0	0.434	Internal
3	ULS	70000.0	0.0	0.0	0.429	Internal
24	SLS	15000.0	4000.0	6000.0	0.407	Internal
14	ULS	60000.0	8000.0	12000.0	0.398	Internal
27	SLS	-4000.0	2500.0	3500.0	0.375	Internal
20	SLS	0.0	4000.0	5000.0	0.367	Internal

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

Abbildung 12: PDF-Export Seite 2: Ergebnistabelle.