



Efecte de ordinul doi

Tutorial SectionPro: analiza la flambaj a stalpilor circulari
cu metoda curburii nominale EC2 (uniaxial si biaxial)

BridgeKernel · 2026

Introducere

O analiza de ordinul doi estimeaza amplificarea momentelor incovoietoare cauzata de forta de compresiune care actioneaza pe forma deformata a stalpului. Excentricitatea initiala e_0 produce o deplasare laterala care mareste momentul incovoietor, amplificand si mai mult deplasarea. Metoda curburii nominale din Eurocode cuantifica acest efect printr-o excentricitate e_2 derivata din curbura $1/r$ si lungimea de flambaj l_0 , fara un model MEF nelinier complet:

$$e_2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{l_0^2}{\pi^2} \quad M_{Ed} = N \cdot (e_0 + e_2) + M_1$$

SectionPro evalueaza curbura $1/r$ printr-o analiza neliniara la fiecare nivel de incarcare, apoi aplica formula de mai sus pentru a obtine e_2 . Forta axiala N este crescuta, trasand o traiectorie pe diagrama de interactiune pana la atingerea capacitatii materialului sau divergenta excentricitatii (instabilitate). Doua moduri sunt disponibile:

- 2D uniaxial: flambajul este analizat intr-un singur plan ($N-M_z$ sau $N-M_y$). Cealalta componenta de moment este constanta, iar un moment de ordinul intai M_1 optional poate fi impus.
- 3D biaxial: ambele planuri sunt amplificate simultan, fiecare cu propria lungime de flambaj $l_{k,x}$ si $l_{k,y}$. Traiectoria este trasata pe suprafata de interactiune 3D completa.

Rezultate calculate

SectionPro raporteaza pentru fiecare analiza la flambaj:

Traiectoria de incarcare

Forta axiala de compresiune N crescuta pana la rupere
Excentricitati $e_{2,x}$, $e_{2,y}$ la fiecare nivel de incarcare
Momentul total M_{Ed} incluzand efectele de ordinul doi

Reducerea capacitatii

Raportul dintre punctul de rupere si intersectia cu curba
Bazat pe limitele de deformatie ale materialului
Stare: rezistenta sau flambaj $e_{2,max}$ la punctul de rupere

Exporturi

PDF: traiectoria de incarcare pe curba/suprafata de interactiune
XLS si TXT: date complete ale traiectoriei (N , M_z , M_y , $e_{2,x}$, $e_{2,y}$)

Stalp circular plin (zvelt)

Date de intrare

Beton

- Sectiune transversala circulara plina
- Diametru $D = 1,00$ m
- Arie $A_c = 0,785$ m²

Armatura

- 20 bare HA25 ($\varphi_s = 25$ mm)
- Pozitionate la $r = 447,5$ mm
- Acoperire cu beton 40 mm, 1 strat
- $A_s = 20 \times 4,91 = 98,2$ cm²

Legi de material (EC2)

- Beton C30/37: $f_{ck} = 30$ MPa
- Otel B500B: $f_{yk} = 500$ MPa

The screenshot shows a software interface for defining a solid circular section. The 'Concrete' section has a diameter of 1 m. The 'Reinforcement' section is set to 'count' mode with 20 bars of 25 mm diameter, 40 mm concrete cover, and 1 layer. A circular diagram below shows the reinforcement layout.

Figura 1: Stalp circular plin.

Flambaj 2D uniaxial (planul $N-M_z$)

Stalpul are o lungime efectiva de flambaj de $l_k = 30,0$ m cu o excentricitate initiala $e_0 = 0,10$ m si fara moment de ordinul intai ($M_1 = 0$).

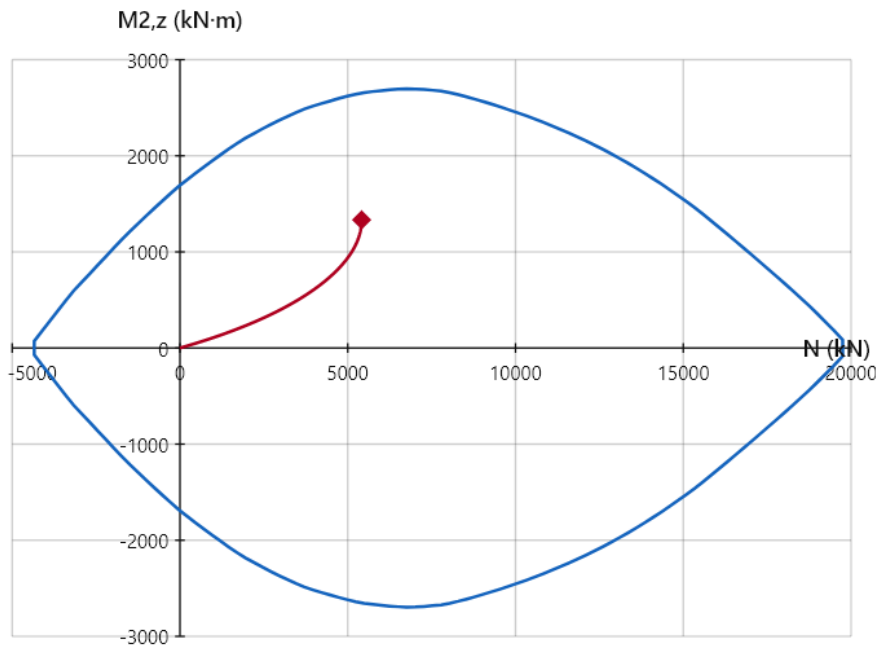


Figura 2: Traectoria pe curba N-Mz: curbura pronuntata indica efecte de ordinul doi semnificative.

Cu o zveltete $\lambda = l_k/i = 120$, stalpul este foarte zvelt. Traectoria este aproape liniara pana la circa $N = 3500$ kN, unde efectele de ordinul doi raman mici. Dincolo de acest punct, e_2 creste rapid si traectoria se curbeaza brusc. Stalpul cedeaza prin instabilitate geometrica la:

- $N_{crit} = 5318$ kN
- Reducerea capacitatii: 53%

- La 25% din rezistența maximă la compresiune ($N = 5000 \text{ kN}$ din 20000 kN): momentul total $M_{Ed} = 928 \text{ kN} \cdot \text{m}$, din care $M_2 = 430 \text{ kN} \cdot \text{m}$ este de ordinul doi (46%)

Pentru acest stalp zvelt, efectele de ordinul doi sunt deja severe la o fracțiune din capacitatea axială.

Stalp circular tubular

Date de intrare

Beton

- Secțiune circulară tubulară
- Diametru exterior $D_{ext} = 2,50 \text{ m}$
- Grosimea peretelui $t = 0,35 \text{ m}$
- Diametru interior $D_{int} = 1,80 \text{ m}$

Armatura

- 30 bare HA20 ($\varphi_s = 20 \text{ mm}$)
- Pozitionate la $r = 1200 \text{ mm}$ (stratul exterior)
- Acoperire cu beton 40 mm , 1 strat
- $A_s = 30 \times 3,14 = 94,2 \text{ cm}^2$

Legi de material (EC2)

- Beton C30/37: $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$
- Oțel B500B: $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$

The screenshot shows a 'Data' window for a 'Hollow Circular Section'. Under 'Concrete', the 'Outer diameter (m)' is 2.5 and 'Wall thickness (m)' is 0.35. Under 'Reinforcement', the 'Mode' is 'count', 'Number of rebars' is 30, 'Bar diameter (mm)' is 20, 'Concrete cover (mm)' is 40, and 'Layers (1 or 2)' is 1. There are 'Submit' and 'Infos' buttons. Below the form is a diagram of a circular cross-section with reinforcement bars.

Figura 3: Stalp circular tubular.

Flambaj 2D uniaxial (planul $N-M_z$)

Stalpul are o lungime efectivă de flambaj de $l_k = 30,0 \text{ m}$ cu o excentricitate inițială $e_0 = 0,10 \text{ m}$ și fără moment de ordinul întâi ($M_1 = 0$).

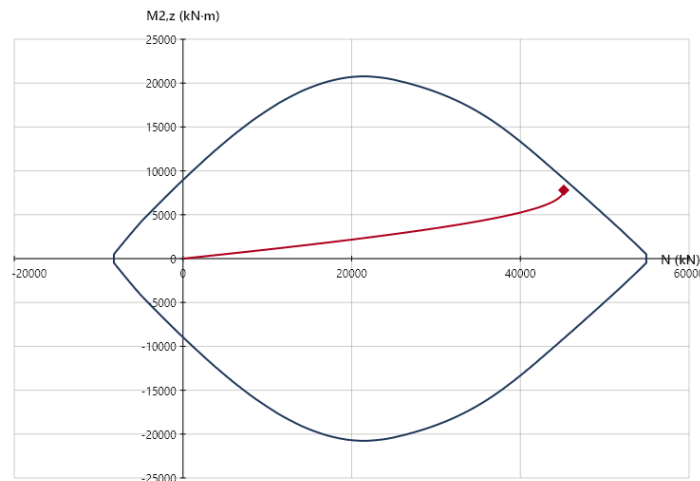


Figura 4: Traectoria pe curba $N-M_z$: aproape liniară, efectele de ordinul doi sunt mici.

Cu o zveltete $\lambda = l_k/i = 39$, acest stalp este masiv. Traectoria este aproape liniară, dar e_2 accelerează vizibil dincolo de $N = 35000 \text{ kN}$. Spre deosebire de stalpul zvelt, această accelerare apare doar când N este aproape de rezistența maximă. Stalpul cedează chiar înainte de a atinge curba de interacțiune:

- $N_{crit} = 42154 \text{ kN}$
- Reducerea capacității: 1,3%
- La 25% din rezistența maximă ($N = 13000 \text{ kN}$ din 51000 kN): $M_{Ed} = 1560 \text{ kN} \cdot \text{m}$, din care $M_2 = 260 \text{ kN} \cdot \text{m}$ este de ordinul doi (17%)

Efectele de ordinul doi devin vizibile doar când N se apropie de rezistența maximă.

Flambaj biaxial 3D

In modul 3D, SectionPro amplifica momentele in ambele planuri simultan. Fiecare directie are propria lungime de flambaj ($l_{k,x}$, $l_{k,y}$) si excentricitate initiala ($e_{0,x}$, $e_{0,y}$), iar $e_{2,x}$ si $e_{2,y}$ sunt calculate independent la fiecare nivel de incarcare.

Stalpul circular tubular este analizat cu lungimi de flambaj simetrice: $l_{k,z} = l_{k,y} = 10,0$ m cu $e_{0,z} = e_{0,y} = 0,05$ m. Nu sunt aplicate momente de ordinul intai.

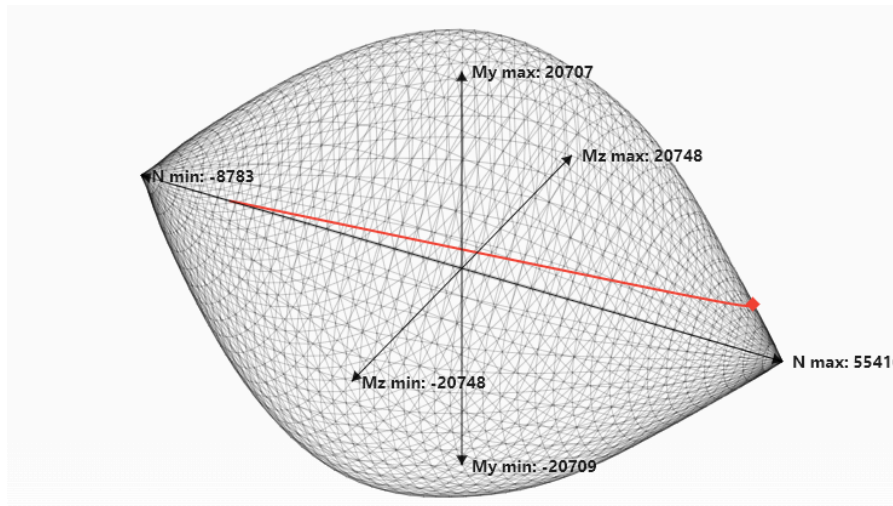


Figura 5: Traiectoria de incarcare 3D pe suprafata de interactiune.

Cu o lungime de flambaj de 10 m, efectele de ordinul doi sunt neglijabile. Excentricitatea e_2 ramane sub 1 mm pe cea mai mare parte a domeniului si atinge doar 7,8 mm la ultimul punct. Traiectoria este in esenta liniara si atinge suprafata de interactiune la:

- $N_{crit} = 50903$ kN
- La 25% din rezistenta maxima la compresiune ($N = 12500$ kN din 51000 kN): momentul total $M_{Ed} = 626$ kN · m per axa, din care $M_2 = 3$ kN · m este de ordinul doi (0,5%)

Stalpul atinge rezistenta mecanica completa practic fara reducere a capacitatii, datorita lungimilor de flambaj reduse si excentricitatilor initiale mai mici comparativ cu exemplele 2D.

Benchmark de performanta

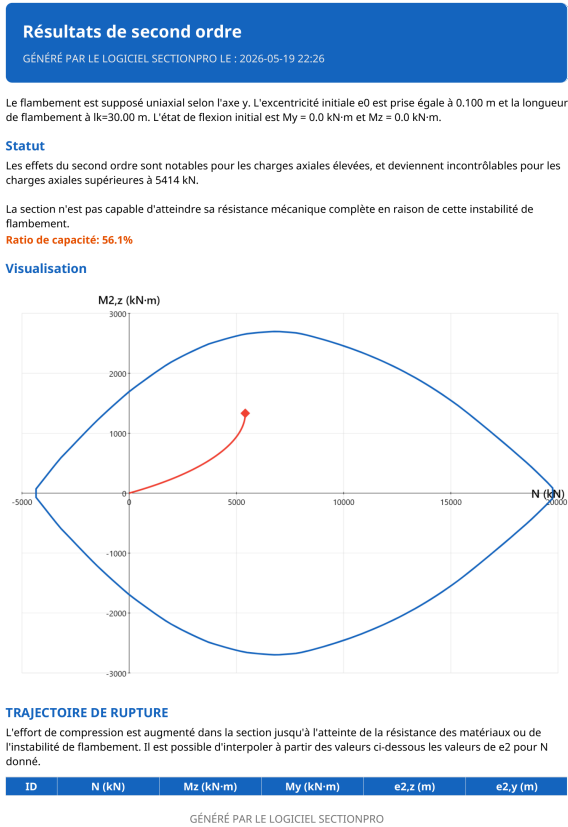
Analiza consta din doua faze: construirea curbei (sau suprafetei) de interactiune, apoi trasarea traiectoriei prin calculul incremental al lui e_2 . Fiecare pas evalueaza curbura sectiunii printr-un algoritm iterativ. Tabelul prezinta timpul total pentru 500 de puncte pe traiectorie.

Circular plin (2D)	Circular tubular (2D)	Circular tubular (3D)
91 ms	252 ms	282 ms

Costul dominant este construirea suprafetei de interactiune. Trasarea traiectoriei adauga doar cateva milisecunde, mentinand analiza sub 300 ms in toate cazurile.

Export

SectionPro exporta analiza la flambaj in trei formate: PDF, text si Excel (.xlsx). Datele includ traiectoria completa (N , M_z , M_y , $e_{2,x}$, $e_{2,y}$), factorul de reducere si starea de flambaj.



Résultats de second ordre
GÉNÉRÉ PAR LE LOGICIEL SECTIONPRO LE : 2026-05-19 22:26

1	0.0	0.0	0.0	0.00000	0.00000
2	54.7	5.5	0.0	0.00042	0.00000
3	109.4	11.0	0.0	0.00085	0.00000
4	164.1	16.6	0.0	0.00128	0.00000
5	218.7	22.3	0.0	0.00172	0.00000
6	273.4	27.9	0.0	0.00216	0.00000
7	328.1	33.7	0.0	0.00261	0.00000
8	382.8	39.5	0.0	0.00306	0.00000
9	437.5	45.3	0.0	0.00352	0.00000
10	492.2	51.2	0.0	0.00398	0.00000
11	546.9	57.1	0.0	0.00445	0.00000
12	601.6	63.1	0.0	0.00492	0.00000
13	656.2	69.2	0.0	0.00540	0.00000
14	710.9	75.3	0.0	0.00588	0.00000
15	765.6	81.4	0.0	0.00637	0.00000
16	820.3	87.7	0.0	0.00687	0.00000
17	875.0	94.0	0.0	0.00737	0.00000
18	929.7	100.3	0.0	0.00788	0.00000
19	984.4	106.7	0.0	0.00839	0.00000
20	1039.1	113.2	0.0	0.00892	0.00000
21	1093.7	119.7	0.0	0.00944	0.00000
22	1148.4	126.3	0.0	0.00997	0.00000
23	1203.1	133.0	0.0	0.01051	0.00000
24	1257.8	139.7	0.0	0.01106	0.00000
25	1312.5	146.5	0.0	0.01163	0.00000
26	1367.2	153.4	0.0	0.01219	0.00000
27	1421.9	160.3	0.0	0.01276	0.00000
28	1476.6	167.3	0.0	0.01333	0.00000
29	1531.2	174.4	0.0	0.01392	0.00000
30	1585.9	181.6	0.0	0.01451	0.00000
31	1640.6	188.8	0.0	0.01511	0.00000
32	1695.3	196.2	0.0	0.01572	0.00000
33	1750.0	203.6	0.0	0.01633	0.00000
34	1804.7	211.1	0.0	0.01695	0.00000
35	1859.4	218.6	0.0	0.01759	0.00000
36	1914.1	226.3	0.0	0.01823	0.00000
37	1968.7	234.0	0.0	0.01888	0.00000
38	2023.4	241.9	0.0	0.01954	0.00000

GÉNÉRÉ PAR LE LOGICIEL SECTIONPRO

Figura 6: Export PDF, pagina 1: traiectoria de incarcare pe curba de interactiune. Figura 7: Export PDF, pagina 2: tabel detaliat de rezultate.

| Concluzie

Metoda curburii nominale permite evaluarea efectelor de ordinul doi la nivelul sectiunii fara un model MEF neliniar complet. Vizualizarea traiectoriei pe curba (sau suprafata) de interactiune ofera o evaluare imediata a importantei acestor efecte.

Comparatia intre stalpul plin $\varnothing 1$ m si cel tubular $\varnothing 2,5$ m demonstreaza ca proprietatile geometrice, nu doar lungimea de flambaj, guverneaza rezultatul. Stalpul zvelt cedeaza prin instabilitate cu o traiectorie puternic curbata, in timp ce stalpul tubular atinge rezistenta mecanica cu o amplificare mica.

Modul 3D biaxial extinde analiza la stalpi cu lungimi de flambaj diferite pe fiecare directie, amplificand momentele independent in ambele planuri.