

Tweede-orde-effecten

SectionPro Handleiding: knikanalyse van circulaire kolommen met de EC2 methode van de nominale kromming (eenassig en tweessig)

BridgeKernel · 2026

Inleiding

Een tweede-orde-analyse schat de momentvergroting door de drukkracht op de vervormde kolom. De excentriciteit e_0 veroorzaakt een doorbuiging die het moment vergroot, wat de doorbuiging verder doet toenemen. De Eurocode-methode van de nominale kromming kwantificeert dit via een tweede-orde-excentriciteit e_2 afgeleid uit de kromming $1/r$ en de kniklengte l_0 , zonder een volledig niet-lineair EEM-model:

$$e_2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{l_0^2}{\pi^2} \quad M_{Ed} = N \cdot (e_0 + e_2) + M_1$$

SectionPro berekent $1/r$ uit een niet-lineaire analyse bij elk belastingsniveau en past de Eurocode-formule toe om e_2 te verkrijgen. N wordt verhoogd langs een belastingspad op het interactiediagram totdat het materiaaldraagvermogen bereikt wordt (weerstand) of de excentriciteit divergeert (instabiliteit). Twee modi zijn beschikbaar:

- 2D eenassig: knik wordt geanalyseerd in een buigingsvlak ($N-M_z$ of $N-M_y$). De andere moment-component wordt constant gehouden, en een optioneel eerste-orde-moment M_1 kan worden opgelegd.
- 3D tweessig: beide buigingsvlakken worden gelijktijdig versterkt, elk met een eigen kniklengte $l_{k,x}$ en $l_{k,y}$. Het belastingspad wordt getraceerd op het volledige 3D-interactieoppervlak.

Berekende resultaten

SectionPro rapporteert voor elke knikanalyse:

Belastingspad

Normaaldrukkracht N verhoogd tot bezwijken
Excentriciteiten $e_{2,x}$, $e_{2,y}$ bij elk belastingsniveau
Totaal moment M_{Ed} inclusief tweede-orde-effecten

Capaciteitsreductie

Verhouding bezwijkpunt tot snijpunt met de kromme
Gebaseerd op materiaalrekgrenzen
Status: weerstand of knik
 $e_{2,max}$ bij het bezwijkpunt

Exports

PDF: belastingspad op de interactiekromme/het interactieoppervlak
XLS en TXT: volledig padata
(N , M_z , M_y , $e_{2,x}$, $e_{2,y}$)

Massief circulaire kolom (slank)

Invoergegevens

Beton

- Massief circulaire doorsnede
- Diameter $D = 1.00$ m
- Oppervlakte $A_c = 0.785$ m²

Wapening

- 20 staven HA25 ($\varphi_s = 25$ mm)
- Geplaatst op $r = 447.5$ mm
- Betondekking 40 mm – 1 laag
- $A_s = 20 \times 4.91 = 98.2$ cm²

Materiaalwetten (EC2)

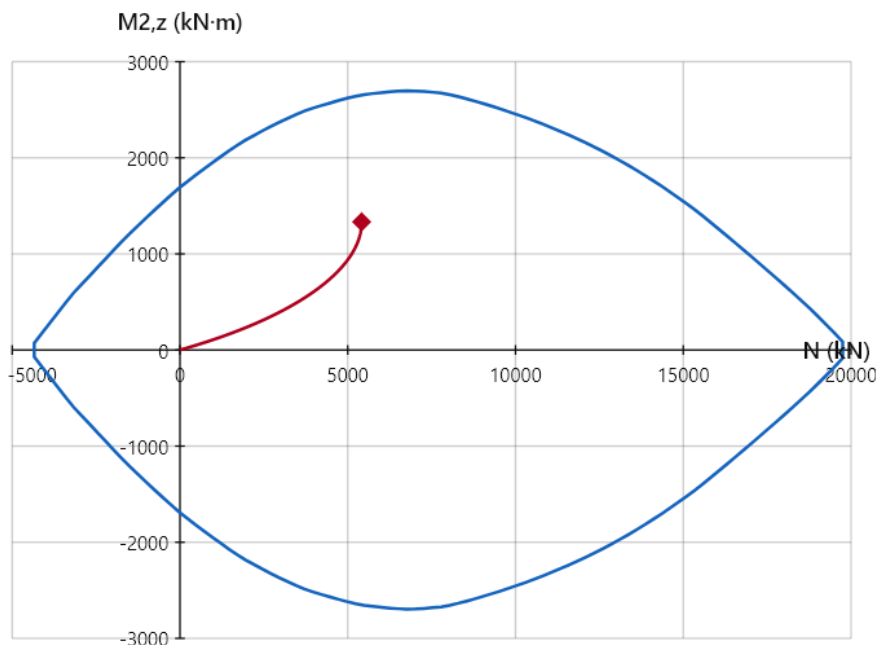
- Beton C30/37: $f_{ck} = 30$ MPa
- Staal B500B: $f_{yk} = 500$ MPa

The screenshot shows a software interface for defining a solid circular section. The 'Concrete' section has a diameter of 1 m. The 'Reinforcement' section is set to 'count' mode with 20 rebars, 25 mm diameter, 40 mm concrete cover, and 1 layer. A diagram below shows a circular cross-section with 20 reinforcement bars arranged in a single layer.

Figuur 1: Massief circulaire kolom.

2D eenassige knik ($N-M_z$ vlak)

De kolom heeft een effectieve kniklengte van $l_k = 30.0$ m met een initiële excentriciteit $e_0 = 0.10$ m en geen eerste-orde-moment ($M_1 = 0$).



Figuur 2: Belastingspad op de $N-M_z$ interactiekromme – sterke kromming wijst op significante tweede-orde-effecten.

Met een slankheid $\lambda = l_k/i = 120$ is deze kolom zeer slank. Het belastingspad is nagenoeg lineair tot ongeveer $N = 3500$ kN, waar de tweede-orde-effecten klein blijven. Voorbij dit punt groeit de excentriciteit e_2 snel en buigt het belastingspad scherp naar boven af. De kolom bezwijkt door geometrische instabiliteit bij:

- $N_{crit} = 5318$ kN

- Capaciteitsreductie: 53%
- Bij 25% van de maximale drukcapaciteit ($N = 5000 \text{ kN}$ van 20000 kN): totaal moment $M_{Ed} = 928 \text{ kN} \cdot \text{m}$, waarvan $M_2 = 430 \text{ kN} \cdot \text{m}$ tweede-orde is (46%)

Voor deze slanke kolom zijn de tweede-orde-effecten al ernstig bij een fractie van de axiale capaciteit.

Circulaire kokerkolom

Invoergegevens

Beton

- Holle circulaire doorsnede
- Buitendiameter $D_{ext} = 2.50 \text{ m}$
- Wanddikte $t = 0.35 \text{ m}$
- Binnendiameter $D_{int} = 1.80 \text{ m}$

Wapening

- 30 staven HA20 ($\varphi_s = 20 \text{ mm}$)
- Geplaatst op $r = 1200 \text{ mm}$ (buitenste laag)
- Betondekking $40 \text{ mm} - 1$ laag
- $A_s = 30 \times 3.14 = 94.2 \text{ cm}^2$

Materiaalwetten (EC2)

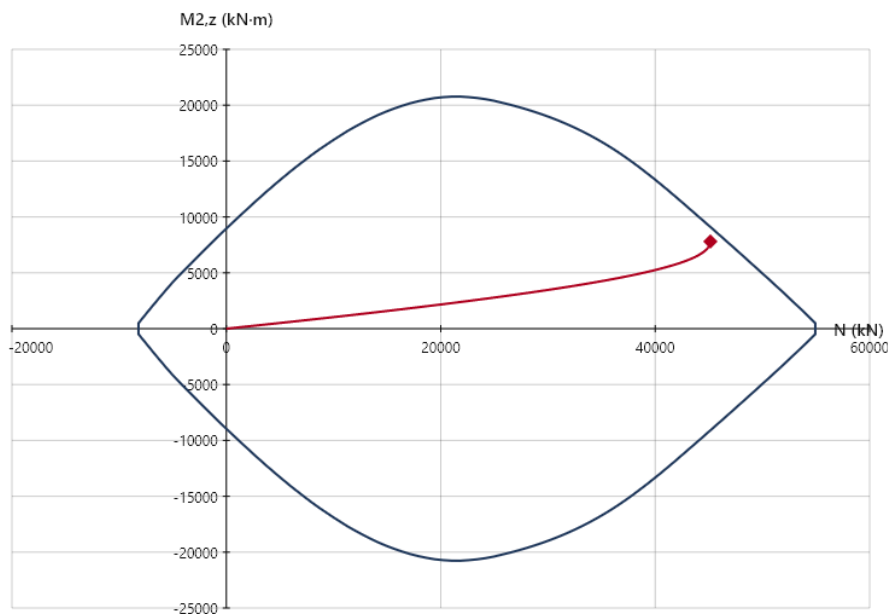
- Beton C30/37: $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$
- Staal B500B: $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$

The screenshot shows a 'Data' window for a 'Hollow Circular Section'. Under 'Concrete', the outer diameter is 2.5 m and the wall thickness is 0.35 m. Under 'Reinforcement', the mode is 'count', with 30 bars of 20 mm diameter, 40 mm concrete cover, and 1 layer. A 'Submit' button and an 'Infos' button are visible. Below the form is a diagram of a circular cross-section with reinforcement bars.

Figuur 3: Circulaire kokerkolom.

2D eenassige knik ($N-M_z$ vlak)

De kolom heeft een effectieve kniklengte van $l_k = 30.0 \text{ m}$ met een initiële excentriciteit $e_0 = 0.10 \text{ m}$ en geen eerste-orde-moment ($M_1 = 0$).



Figuur 4: Belastingspad op de $N-M_z$ interactiekromme – nagenoeg lineair, tweede-orde-effecten zijn klein.

Met een slankheid $\lambda = l_k/i = 39$ is deze kolom gedrongen. Het belastingspad is nagenoeg lineair, maar e_2 begint merkbaar te versnellen voorbij $N = 35000$ kN. Anders dan bij de slanke kolom verschijnt deze versnelling hier pas wanneer N dicht bij de maximale drukcapaciteit ligt. De kolom bezwijkt vlak voor de interactiekromme:

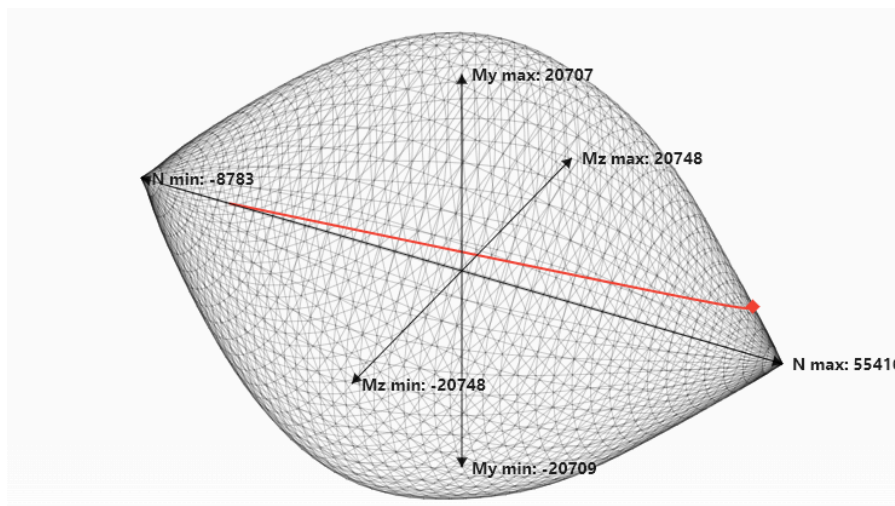
- $N_{\text{crit}} = 42154$ kN
- Capaciteitsreductie: 1,3%
- Bij 25% van de maximale drukcapaciteit ($N = 13000$ kN van 51000 kN): totaal moment $M_{\text{Ed}} = 1560$ kN · m, waarvan $M_2 = 260$ kN · m tweede-orde is (17%)

Tweede-orde-effecten worden pas merkbaar wanneer N de maximale drukcapaciteit nadert.

3D tweeassige knik

In de 3D-modus versterkt SectionPro de buigende momenten in beide vlakken gelijktijdig. Elke richting heeft zijn eigen kniklengte ($l_{k,x}$, $l_{k,y}$) en initiële excentriciteit ($e_{0,x}$, $e_{0,y}$), en de tweede-orde-excentriciteiten $e_{2,x}$ en $e_{2,y}$ worden onafhankelijk berekend bij elk belastingsniveau.

De circulaire kokerkolom wordt geanalyseerd met symmetrische kniklengten: $l_{k,z} = l_{k,y} = 10.0$ m met $e_{0,z} = e_{0,y} = 0.05$ m. Er worden geen eerste-orde-momenten opgelegd.



Figuur 5: 3D belastingspad op het interactieoppervlak.

Met een kniklengte van 10 m zijn de tweede-orde-effecten verwaarloosbaar. e_2 blijft onder 1 mm over bijna het gehele bereik en bereikt pas 7,8 mm bij het laatste punt. Het belastingspad is lineair en bereikt het interactieoppervlak bij:

- $N_{\text{crit}} = 50903$ kN
- Bij 25% van de maximale drukcapaciteit ($N = 12500$ kN van 51000 kN): totaal moment $M_{\text{Ed}} = 626$ kN · m per as, waarvan $M_2 = 3$ kN · m tweede-orde is (0,5%)

De kolom bereikt zijn volledige materiaaldraagvermogen met vrijwel geen capaciteitsreductie, dankzij de kortere kniklengten en kleinere excentriciteiten ten opzichte van de 2D-voorbeelden.

Prestatiebenchmark

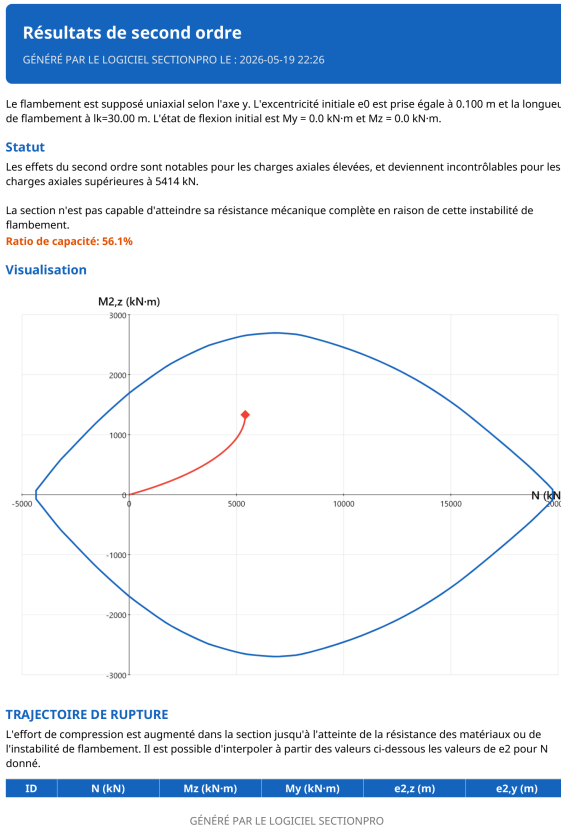
De tweede-orde-analyse bestaat uit twee fasen: het opbouwen van de interactiekromme (of het interactieoppervlak) en vervolgens het traceren van het belastingspad door stapsgewijs e_2 te berekenen bij elk belastingsniveau. Elke stap evalueert de doorsnedeKromming via een iteratief algoritme. De onderstaande tabel toont de totale rekestijd voor 500 belastingspadpunten.

Massief circulair (2D)	Circulaire koker (2D)	Circulaire koker (3D)
91 ms	252 ms	282 ms

De dominante kost is het opbouwen van het interactieoppervlak. Het traceren van het belastingspad voegt slechts enkele milliseconden toe, waardoor de totale analyse in alle gevallen ruim onder 300 ms blijft.

Export

SectionPro exporteert de knikanalyse in drie formaten: PDF, tekst en Excel (.xlsx). De geexporteerde gegevens omvatten het volledige belastingspad (N , M_z , M_y , $e_{2,x}$, $e_{2,y}$ bij elk belastingsniveau), de capaciteitsreductiefactor en de knikstatus.



Résultats de second ordre
GÉNÉRÉ PAR LE LOGICIEL SECTIONPRO LE : 2026-05-19 22:26

1	0.0	0.0	0.0	0.00000	0.00000
2	54.7	5.5	0.0	0.00042	0.00000
3	109.4	11.0	0.0	0.00085	0.00000
4	164.1	16.6	0.0	0.00128	0.00000
5	218.7	22.3	0.0	0.00172	0.00000
6	273.4	27.9	0.0	0.00216	0.00000
7	328.1	33.7	0.0	0.00261	0.00000
8	382.8	39.5	0.0	0.00306	0.00000
9	437.5	45.3	0.0	0.00352	0.00000
10	492.2	51.2	0.0	0.00398	0.00000
11	546.9	57.1	0.0	0.00445	0.00000
12	601.6	63.1	0.0	0.00492	0.00000
13	656.2	69.2	0.0	0.00540	0.00000
14	710.9	75.3	0.0	0.00588	0.00000
15	765.6	81.4	0.0	0.00637	0.00000
16	820.3	87.7	0.0	0.00687	0.00000
17	875.0	94.0	0.0	0.00737	0.00000
18	929.7	100.3	0.0	0.00788	0.00000
19	984.4	106.7	0.0	0.00839	0.00000
20	1039.1	113.2	0.0	0.00892	0.00000
21	1093.7	119.7	0.0	0.00944	0.00000
22	1148.4	126.3	0.0	0.00997	0.00000
23	1203.1	133.0	0.0	0.01051	0.00000
24	1257.8	139.7	0.0	0.01106	0.00000
25	1312.5	146.5	0.0	0.01163	0.00000
26	1367.2	153.4	0.0	0.01219	0.00000
27	1421.9	160.3	0.0	0.01276	0.00000
28	1476.6	167.3	0.0	0.01333	0.00000
29	1531.2	174.4	0.0	0.01392	0.00000
30	1585.9	181.6	0.0	0.01451	0.00000
31	1640.6	188.8	0.0	0.01511	0.00000
32	1695.3	196.2	0.0	0.01572	0.00000
33	1750.0	203.6	0.0	0.01633	0.00000
34	1804.7	211.1	0.0	0.01695	0.00000
35	1859.4	218.6	0.0	0.01759	0.00000
36	1914.1	226.3	0.0	0.01823	0.00000
37	1968.7	234.0	0.0	0.01888	0.00000
38	2023.4	241.9	0.0	0.01954	0.00000

GÉNÉRÉ PAR LE LOGICIEL SECTIONPRO

Figuur 6: PDF-export – pagina 1: belastingspad op de interactiekromme.

Figuur 7: PDF-export – pagina 2: gedetailleerde resultaten-tabel.

| Conclusie

De methode van de nominale kromming evalueert tweede-orde-effecten op doorsnedeniveau zonder een volledig niet-lineair EEM-model. Het belastingspad op de interactiekromme toont direct hoe significant deze effecten zijn.

De vergelijking tussen de massieve kolom ($D = 1$ m) en de kokerkolom ($D = 2\{, \}5$ m) toont aan dat de geometrische eigenschappen, niet alleen de kniklengte, het resultaat bepalen. De slanke kolom bezwijkt door instabiliteit; de kokerkolom bereikt zijn materiaaldraagvermogen met geringe tweede-orde-versterking.

De 3D tweeassige modus breidt dit uit naar kolommen met verschillende kniklengten per richting, waarbij momenten onafhankelijk in beide vlakken worden versterkt.