

Effetti del secondo ordine

Tutorial SectionPro: analisi di instabilità di colonne circolari
con il metodo della curvatura nominale EC2 (uniassiale e biassiale)

BridgeKernel · 2026

Introduzione

Un'analisi al secondo ordine stima l'amplificazione dei momenti flettenti causata dalla compressione agente sulla deformata della colonna. L'eccentricità iniziale e_0 provoca uno spostamento laterale che aumenta il momento, il quale aumenta ulteriormente lo spostamento. Il metodo della curvatura nominale dell'Eurocodice quantifica questo effetto tramite un'eccentricità e_2 derivata dalla curvatura $1/r$ e dalla lunghezza libera di inflessione l_0 , senza un modello FEM non lineare:

$$e_2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{l_0^2}{\pi^2} \quad M_{Ed} = N \cdot (e_0 + e_2) + M_1$$

SectionPro calcola $1/r$ con un'analisi non lineare ad ogni livello di carico, poi applica la formula sopra per ottenere e_2 . La forza N viene incrementata, tracciando un percorso di carico sul diagramma di interazione fino alla capacità del materiale (resistenza) o alla divergenza dell'eccentricità (instabilità).
Due modalità:

- 2D uniassiale: instabilità in un solo piano ($N-M_z$ o $N-M_y$). L'altra componente di momento è costante; un momento M_1 opzionale può essere imposto.
- 3D biassiale: entrambi i piani amplificati simultaneamente, ciascuno con la propria lunghezza libera $l_{k,x}$ e $l_{k,y}$. Il percorso di carico è tracciato sulla superficie di interazione 3D.

Risultati calcolati

SectionPro fornisce per ogni analisi di instabilità:

Percorso di carico

Forza assiale di compressione N incrementata fino a rottura
Eccentricità $e_{2,x}$, $e_{2,y}$ ad ogni livello di carico
Momento totale M_{Ed} comprensivo degli effetti del secondo ordine

Riduzione di capacità

Rapporto tra punto di rottura e intersezione con la curva
Basato sui limiti di deformazione del materiale
Stato: resistenza o instabilità
 $e_{2,max}$ al punto di rottura

Esportazioni

PDF: percorso di carico sulla curva/superficie di interazione
XLS e TXT: dati completi del percorso (N , M_z , M_y , $e_{2,x}$, $e_{2,y}$)

Colonna circolare piena (snella)

Dati di input

Calcestruzzo

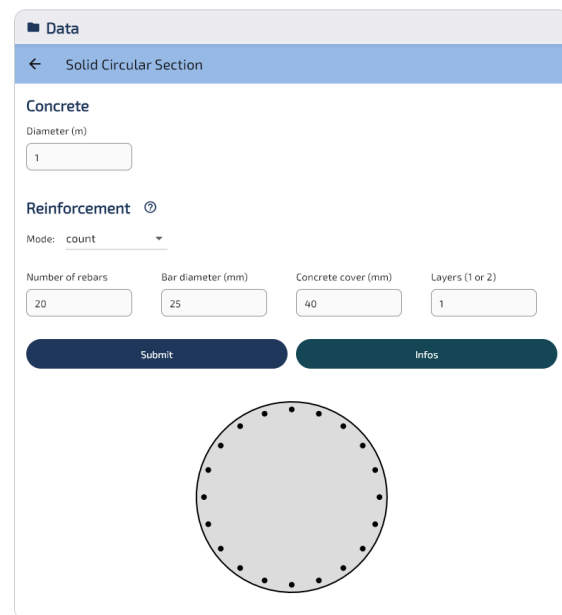
- Sezione trasversale circolare piena
- Diametro $D = 1.00$ m
- Area $A_c = 0.785$ m²

Armatura

- 20 barre HA25 ($\varphi_s = 25$ mm)
- Posizionate a $r = 447.5$ mm
- Copriferro 40 mm — 1 strato
- $A_s = 20 \times 4.91 = 98.2$ cm²

Leggi dei materiali (EC2)

- Calcestruzzo C30/37: $f_{ck} = 30$ MPa
- Acciaio B500B: $f_{yk} = 500$ MPa



The screenshot shows a software interface for defining a solid circular section. The 'Concrete' section has a diameter of 1.00 m. The 'Reinforcement' section is set to 'count' mode with 20 bars of 25 mm diameter and 40 mm concrete cover. A diagram below shows a circular cross-section with 20 reinforcement bars arranged in a single layer.

Figura 1: Colonna circolare piena.

Instabilità uniassiale 2D (piano $N-M_z$)

Lunghezza libera $l_k = 30.0$ m, eccentricità iniziale $e_0 = 0.10$ m, nessun momento del primo ordine ($M_1 = 0$).

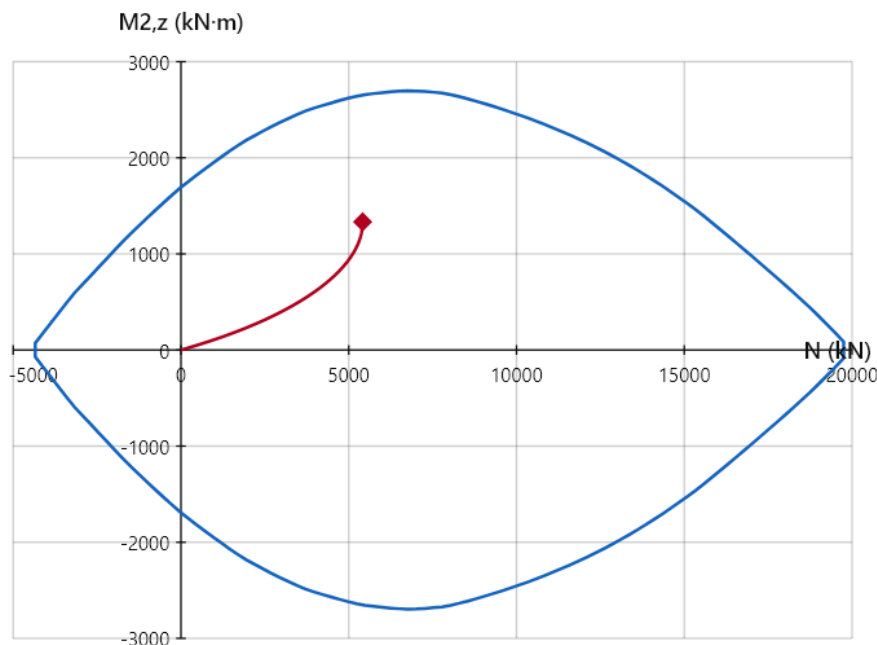


Figura 2: Percorso di carico sulla curva $N-M_z$: la forte curvatura indica effetti del secondo ordine significativi.

Con $\lambda = l_k/i = 120$, la colonna è molto snella. Il percorso è quasi lineare fino a $N = 3500$ kN. Oltre, e_2 cresce rapidamente e il percorso curva bruscamente verso l'alto. La colonna cede per instabilità geometrica a:

- $N_{crit} = 5318$ kN
- Riduzione di capacità: 53%

- Al 25% della resistenza massima a compressione ($N = 5000 \text{ kN}$ su 20000 kN): momento totale $M_{Ed} = 928 \text{ kN} \cdot \text{m}$, di cui $M_2 = 430 \text{ kN} \cdot \text{m}$ e del secondo ordine (46%)

Per questa colonna snella, gli effetti del secondo ordine sono già severi a una frazione della capacità assiale.

Colonna circolare cava

Dati di input

Calcestruzzo

- Sezione trasversale circolare cava
- Diametro esterno $D_{ext} = 2.50 \text{ m}$
- Spessore della parete $t = 0.35 \text{ m}$
- Diametro interno $D_{int} = 1.80 \text{ m}$

Armatura

- 30 barre HA20 ($\varphi_s = 20 \text{ mm}$)
- Posizionate a $r = 1200 \text{ mm}$ (strato esterno)
- Copriferro 40 mm — 1 strato
- $A_s = 30 \times 3.14 = 94.2 \text{ cm}^2$

Leggi dei materiali (EC2)

- Calcestruzzo C30/37: $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$
- Acciaio B500B: $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$

The screenshot shows a software interface for defining a hollow circular section. The 'Concrete' section has input fields for 'Outer diameter (m)' set to 2.5 and 'Wall thickness (m)' set to 0.35. The 'Reinforcement' section has a dropdown menu set to 'count', and input fields for 'Number of rebars' (30), 'Bar diameter (mm)' (20), 'Concrete cover (mm)' (40), and 'Layers (1 or 2)' (1). There are 'Submit' and 'Infos' buttons. Below the form is a diagram of a circular cross-section with 30 reinforcement bars arranged in a single layer.

Figura 3: Colonna circolare cava.

Instabilità uniassiale 2D (piano $N-M_z$)

Lunghezza libera $l_k = 30.0 \text{ m}$, eccentricità iniziale $e_0 = 0.10 \text{ m}$, nessun momento del primo ordine ($M_1 = 0$).

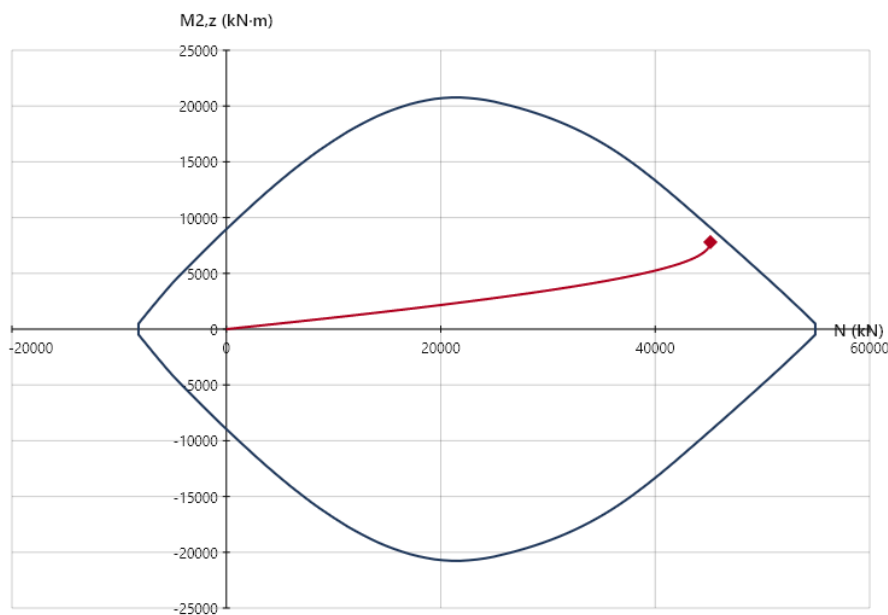


Figura 4: Percorso di carico sulla curva $N-M_z$: quasi lineare, effetti del secondo ordine piccoli.

Con una snellezza $\lambda = l_k/i = 39$, questa colonna è tozza. Il percorso di carico è quasi lineare, ma e_2 accelera sensibilmente oltre $N = 35000$ kN. A differenza della colonna snella, questa accelerazione appare solo quando N è prossimo alla resistenza massima a compressione. La colonna cede poco prima della curva di interazione:

- $N_{\text{crit}} = 42154$ kN
- Riduzione di capacità: 1.3%
- Al 25% della resistenza massima a compressione ($N = 13000$ kN su 51000 kN): momento totale $M_{\text{Ed}} = 1560$ kN · m, di cui $M_2 = 260$ kN · m e del secondo ordine (17%)

Gli effetti del secondo ordine diventano apprezzabili solo vicino alla resistenza massima a compressione.

Instabilità biassiale 3D

In modalità 3D, SectionPro amplifica i momenti in entrambi i piani simultaneamente. Ogni direzione ha la propria lunghezza libera ($l_{k,x}$, $l_{k,y}$) e eccentricità iniziale ($e_{0,x}$, $e_{0,y}$); le eccentricità $e_{2,x}$ e $e_{2,y}$ sono calcolate indipendentemente ad ogni livello di carico.

La colonna cava è analizzata con lunghezze libere simmetriche: $l_{k,z} = l_{k,y} = 10.0$ m, $e_{0,z} = e_{0,y} = 0.05$ m, nessun momento del primo ordine.

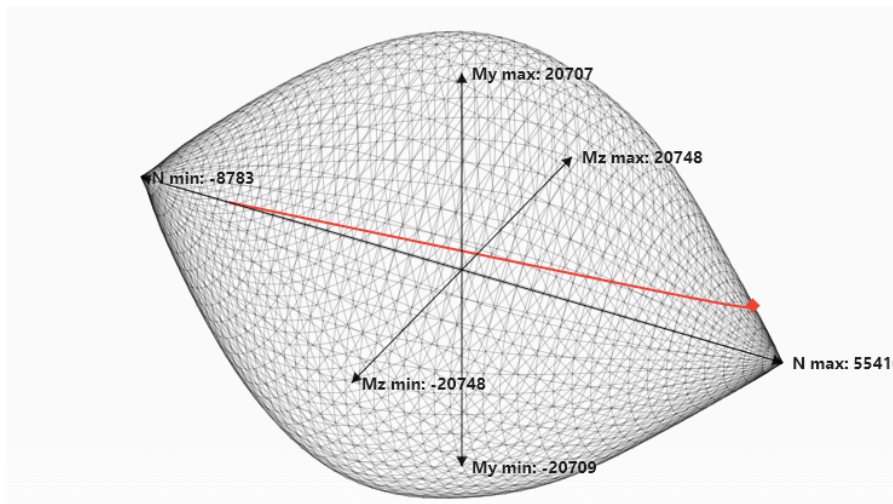


Figura 5: Percorso di carico 3D sulla superficie di interazione.

Con una lunghezza libera ridotta a 10 m, gli effetti del secondo ordine sono trascurabili. L'eccentricità e_2 resta sotto 1 mm per quasi tutto l'intervallo, raggiungendo 7.8 mm solo nell'ultimo punto. Il percorso è lineare e raggiunge la superficie di interazione a:

- $N_{\text{crit}} = 50903$ kN
- Al 25% della resistenza massima a compressione ($N = 12500$ kN su 51000 kN): momento totale $M_{\text{Ed}} = 626$ kN · m per asse, di cui $M_2 = 3$ kN · m e del secondo ordine (0.5%)

La colonna raggiunge la piena resistenza meccanica senza riduzione di capacità, grazie alle lunghezze libere ridotte e alle eccentricità iniziali minori rispetto agli esempi 2D.

Benchmark prestazionale

L'analisi si compone di due fasi: costruzione della curva (o superficie) di interazione, poi tracciamento del percorso di carico calcolando e_2 incrementalmente. Ogni passo valuta la curvatura tramite un algoritmo iterativo. La tabella mostra il tempo totale per 500 punti.

Circolare piena (2D)	Circolare cava (2D)	Circolare cava (3D)
91 ms	252 ms	282 ms

Il costo dominante è la costruzione della superficie di interazione. Il tracciamento del percorso aggiunge solo pochi millisecondi, mantenendo il totale sotto i 300 ms.

Esportazione

SectionPro esporta l'analisi in tre formati: PDF, testo e Excel (.xlsx). I dati includono il percorso completo ($N, M_z, M_y, e_{2,x}, e_{2,y}$), il fattore di riduzione di capacità e lo stato di instabilità.

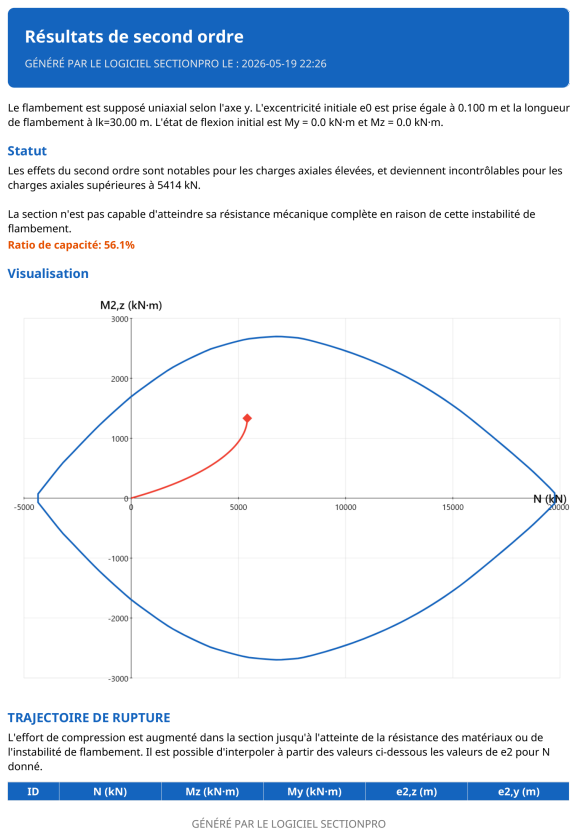


Figura 6: Esportazione PDF, pagina 1: percorso di carico sulla curva di interazione.

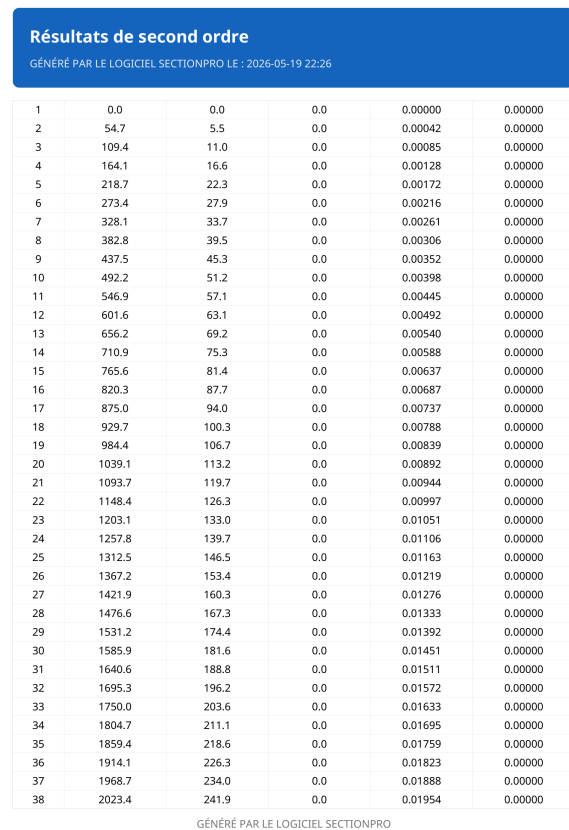


Figura 7: Esportazione PDF, pagina 2: tabella dei risultati dettagliati.

| Conclusione

Il metodo della curvatura nominale consente di valutare gli effetti del secondo ordine a livello della sezione senza un modello FEM non lineare completo. La visualizzazione del percorso di carico sulla curva (o superficie) di interazione fornisce una valutazione immediata della loro importanza.

Il confronto tra la colonna piena di 1 m e la colonna cava di 2,5 m dimostra che le proprietà geometriche, e non solo la lunghezza libera, governano il risultato. La colonna snella presenta un percorso fortemente curvo e cede per instabilità, mentre la colonna cava raggiunge la resistenza del materiale con amplificazione contenuta.

La modalità biassiale 3D estende l'analisi a colonne con lunghezze libere diverse per direzione, amplificando i momenti indipendentemente in entrambi i piani.