

Effets du second ordre

Tutoriel SectionPro : analyse au flambement de colonnes circulaires
par la méthode de la courbure nominale EC2 (uniaxial et biaxial)

BridgeKernel · 2026

Introduction

L'analyse au second ordre estime l'amplification des moments causée par la compression agissant sur la déformée du poteau. L'excentricité initiale e_0 provoque un déplacement latéral qui augmente le moment, lequel accroît le déplacement. La méthode de la courbure nominale (EC2) quantifie cet effet par une excentricité e_2 déduite de la courbure $1/r$ et de la longueur de flambement l_0 , sans modèle MEF non linéaire :

$$e_2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{l_0^2}{\pi^2} \quad M_{Ed} = N \cdot (e_0 + e_2) + M_1$$

SectionPro évalue $1/r$ par analyse non linéaire à chaque niveau de charge, puis applique la formule ci-dessus pour obtenir e_2 . L'effort N est incrémenté, traçant un chemin de chargement sur le diagramme d'interaction jusqu'à la résistance (rupture matériau) ou la divergence de l'excentricité (instabilité). Deux modes :

- 2D uniaxial : flambement dans un seul plan ($N-M_z$ ou $N-M_y$). L'autre composante de moment est constante, et un moment M_1 peut être imposé.
- 3D biaxial : les deux plans sont amplifiés simultanément, chacun avec sa longueur de flambement $l_{k,x}$ et $l_{k,y}$. Le chemin est tracé sur la surface d'interaction 3D.

Résultats calculés

SectionPro fournit pour chaque analyse au flambement :

Chemin de chargement

Effort normal de compression N
incrémenté jusqu'à la rupture
Excentricités $e_{2,x}$, $e_{2,y}$ à chaque
niveau de charge
Moment total M_{Ed} incluant les ef-
fets du second ordre

Réduction de capacité

Rapport du point de rupture à
l'intersection de la courbe
Basé sur les limites de déformation
des matériaux
Statut : résistance ou flambement
 $e_{2,max}$ au point de rupture

Exports

PDF : chemin de chargement sur
la courbe/surface d'interaction
XLS et TXT : données complètes
du chemin (N , M_z , M_y , $e_{2,x}$, $e_{2,y}$)

Colonne circulaire pleine (élancée)

Données d'entrée

Béton

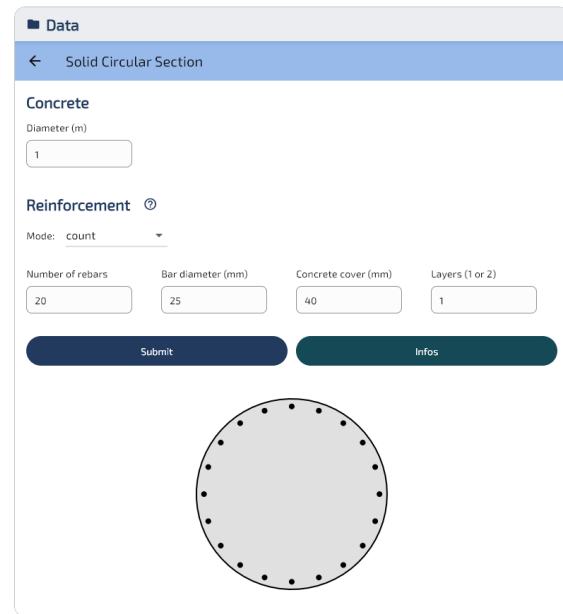
- Section circulaire pleine
- Diamètre $D = 1,00$ m
- Aire $A_c = 0,785$ m²

Armatures

- 20 barres HA25 ($\varphi_s = 25$ mm)
- Positionnées à $r = 447,5$ mm
- Enrobage 40 mm – 1 nappe
- $A_s = 20 \times 4,91 = 98,2$ cm²

Lois matériaux (EC2)

- Béton C30/37 : $f_{ck} = 30$ MPa
- Acier B500B : $f_{yk} = 500$ MPa



The screenshot shows a software interface for a circular column section. The 'Concrete' section has a diameter of 1 m. The 'Reinforcement' section shows 20 bars, 25 mm diameter, 40 mm concrete cover, and 1 layer. A circular diagram below shows the reinforcement layout.

Fig. 1. – Colonne circulaire pleine.

Flambement 2D uniaxial (plan $N-M_z$)

Le poteau a une longueur de flambement de $l_k = 30,0$ m avec une excentricité initiale $e_0 = 0,10$ m et aucun moment du premier ordre ($M_1 = 0$).

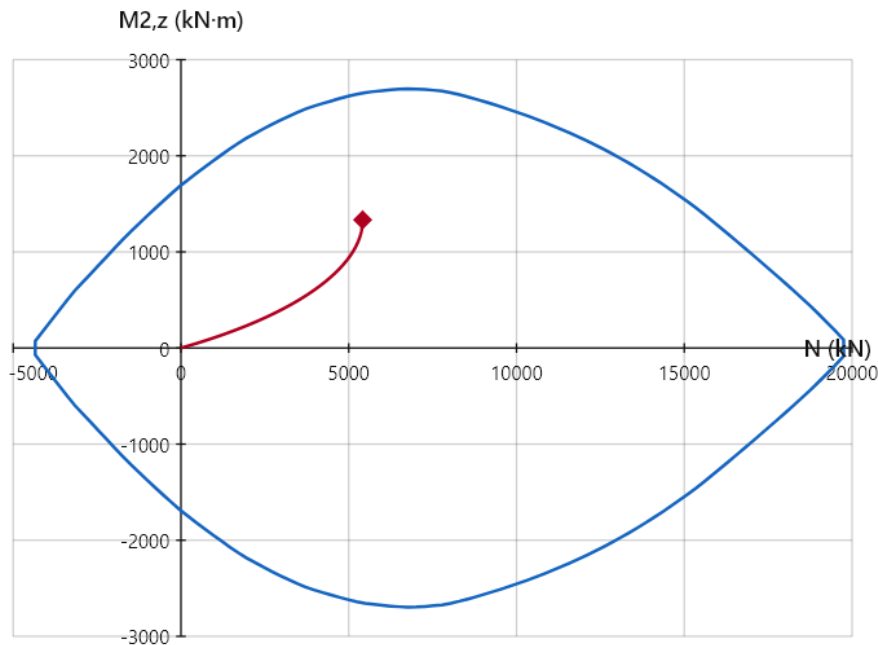


Fig. 2. – Chemin de chargement sur la courbe d'interaction $N-M_z$: la forte courbure traduit des effets du second ordre importants.

Avec un élancement $\lambda = l_k/i = 120$, ce poteau est très élancé. Le chemin de chargement est quasi linéaire jusqu'à environ $N = 3500$ kN, où les effets du second ordre restent faibles. Au-delà, l'excentricité e_2 croît rapidement et le chemin de chargement s'incurve fortement. Le poteau rompt par instabilité géométrique à :

- $N_{crit} = 5318$ kN

- Réduction de capacité : 53%
- À 25% de la résistance maximale en compression ($N = 5000 \text{ kN}$ sur 20000 kN) : moment total $M_{\text{Ed}} = 928 \text{ kN} \cdot \text{m}$, dont $M_2 = 430 \text{ kN} \cdot \text{m}$ de second ordre (46%)

Pour ce poteau élancé, les effets du second ordre sont déjà importants à une fraction de la capacité axiale.

Colonne circulaire évidée

Données d'entrée

Béton

- Section circulaire évidée
- Diamètre extérieur $D_{\text{ext}} = 2,50 \text{ m}$
- Épaisseur de paroi $t = 0,35 \text{ m}$
- Diamètre intérieur $D_{\text{int}} = 1,80 \text{ m}$

Armatures

- 30 barres HA20 ($\varphi_s = 20 \text{ mm}$)
- Positionnées à $r = 1200 \text{ mm}$ (nappe extérieure)
- Enrobage 40 mm – 1 nappe
- $A_s = 30 \times 3,14 = 94,2 \text{ cm}^2$

Lois matériaux (EC2)

- Béton C30/37 : $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$
- Acier B500B : $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$

Flambement 2D uniaxial (plan $N-M_z$)

Le poteau a une longueur de flambement de $l_k = 30,0 \text{ m}$ avec une excentricité initiale $e_0 = 0,10 \text{ m}$ et aucun moment du premier ordre ($M_1 = 0$).

Fig. 3. – Colonne circulaire évidée.

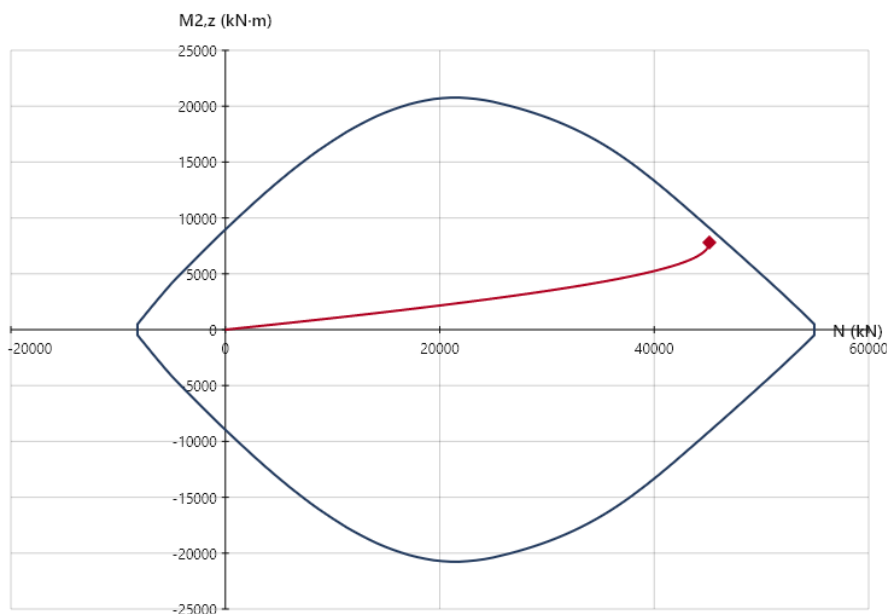


Fig. 4. – Chemin de chargement sur la courbe d'interaction $N-M_z$: quasi linéaire, les effets du second ordre sont faibles.

Avec un élancement $\lambda = l_k/i = 39$, ce poteau est trapu. Le chemin de chargement est quasi linéaire sur la majeure partie du domaine, mais e_2 s'accélère au-delà de $N = 35000$ kN. Contrairement au poteau élancé, cette accélération n'apparaît que lorsque N est déjà proche de la résistance maximale. Le poteau rompt juste avant d'atteindre la courbe d'interaction :

- $N_{\text{crit}} = 42154$ kN
- Réduction de capacité : 1,3%
- À 25% de la résistance maximale en compression ($N = 13000$ kN sur 51000 kN) : moment total $M_{\text{Ed}} = 1560$ kN · m, dont $M_2 = 260$ kN · m de second ordre (17%)

Les effets du second ordre ne deviennent notables que lorsque N approche la résistance maximale en compression.

Flambement biaxial 3D

En mode 3D, SectionPro amplifie les moments dans les deux plans simultanément. Chaque direction a sa longueur de flambement ($l_{k,x}$, $l_{k,y}$) et excentricité initiale ($e_{0,x}$, $e_{0,y}$), et $e_{2,x}$, $e_{2,y}$ sont calculées indépendamment à chaque niveau de charge.

La colonne évidée est analysée avec $l_{k,z} = l_{k,y} = 10,0$ m et $e_{0,z} = e_{0,y} = 0,05$ m, sans moment du premier ordre.

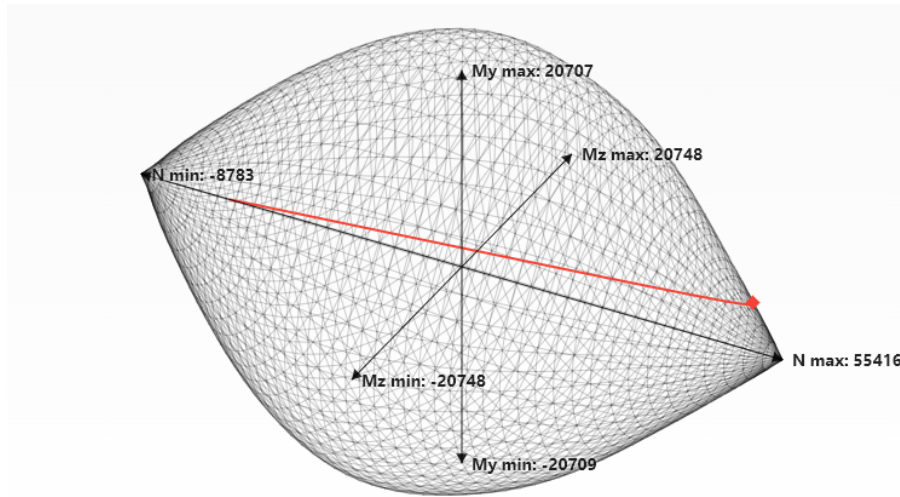


Fig. 5. – Chemin de chargement 3D sur la surface d'interaction.

Avec $l_k = 10$ m, les effets du second ordre sont négligeables. L'excentricité e_2 reste inférieure à 1 mm sur la majeure partie du domaine et n'atteint que $e_2 = 7,8$ mm au dernier point. Le chemin est linéaire et atteint la surface d'interaction à :

- $N_{\text{crit}} = 50903$ kN
- À 25% de la résistance maximale en compression ($N = 12500$ kN sur 51000 kN) : moment total $M_{\text{Ed}} = 626$ kN · m par axe, dont $M_2 = 3$ kN · m de second ordre (0,5%)

Le poteau atteint sa pleine résistance sans réduction de capacité notable, grâce aux longueurs de flambement réduites et aux excentricités initiales plus petites que dans les exemples 2D.

Benchmark de performance

L'analyse comporte deux phases : construction de la courbe (ou surface) d'interaction, puis traçage du chemin de chargement en calculant e_2 incrémentalement. Chaque pas évalue la courbure par un algorithme itératif. Temps total pour 500 points :

Circulaire pleine (2D)	Circulaire évidée (2D)	Circulaire évidée (3D)
91 ms	252 ms	282 ms

Le coût dominant est la construction de la surface d'interaction. Le traçage du chemin n'ajoute que quelques millisecondes, maintenant le temps total sous 300 ms.

Export

SectionPro exporte l'analyse au flambement sous trois formats : PDF, texte et Excel (.xlsx). Les données exportées comprennent le chemin de chargement complet (N , M_z , M_y , $e_{2,x}$, $e_{2,y}$ à chaque niveau de charge), le facteur de réduction de capacité et le statut de flambement.

Résultats de second ordre

GÉNÉRÉ PAR LE LOGICIEL SECTIONPRO LE : 2026-05-19 22:26

Le flambement est supposé uniaxial selon l'axe y. L'excentricité initiale e_0 est prise égale à 0.100 m et la longueur de flambement à $l_k=30.00$ m. L'état de flexion initial est $M_y = 0.0$ kN-m et $M_z = 0.0$ kN-m.

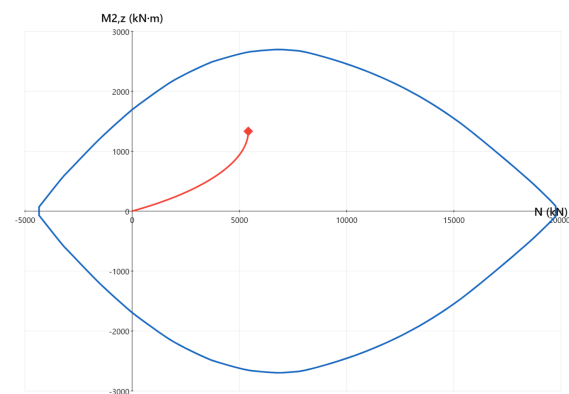
Statut

Les effets du second ordre sont notables pour les charges axiales élevées, et deviennent incontrôlables pour les charges axiales supérieures à 5414 kN.

La section n'est pas capable d'atteindre sa résistance mécanique complète en raison de cette instabilité de flambement.

Ratio de capacité: 56.1%

Visualisation



TRAJECTOIRE DE RUPTURE

L'effort de compression est augmenté dans la section jusqu'à l'atteinte de la résistance des matériaux ou de l'instabilité de flambement. Il est possible d'interpoler à partir des valeurs ci-dessous les valeurs de e_2 pour N donné.

ID	N (kN)	Mz (kN-m)	My (kN-m)	e2,z (m)	e2,y (m)
----	--------	-----------	-----------	----------	----------

GÉNÉRÉ PAR LE LOGICIEL SECTIONPRO

Résultats de second ordre

GÉNÉRÉ PAR LE LOGICIEL SECTIONPRO LE : 2026-05-19 22:26

1	0.0	0.0	0.0	0.00000	0.00000
2	54.7	5.5	0.0	0.00042	0.00000
3	109.4	11.0	0.0	0.00085	0.00000
4	164.1	16.6	0.0	0.00128	0.00000
5	218.7	22.3	0.0	0.00172	0.00000
6	273.4	27.9	0.0	0.00216	0.00000
7	328.1	33.7	0.0	0.00261	0.00000
8	382.8	39.5	0.0	0.00306	0.00000
9	437.5	45.3	0.0	0.00352	0.00000
10	492.2	51.2	0.0	0.00398	0.00000
11	546.9	57.1	0.0	0.00445	0.00000
12	601.6	63.1	0.0	0.00492	0.00000
13	656.2	69.2	0.0	0.00540	0.00000
14	710.9	75.3	0.0	0.00588	0.00000
15	765.6	81.4	0.0	0.00637	0.00000
16	820.3	87.7	0.0	0.00687	0.00000
17	875.0	94.0	0.0	0.00737	0.00000
18	929.7	100.3	0.0	0.00788	0.00000
19	984.4	106.7	0.0	0.00839	0.00000
20	1039.1	113.2	0.0	0.00892	0.00000
21	1093.7	119.7	0.0	0.00944	0.00000
22	1148.4	126.3	0.0	0.00997	0.00000
23	1203.1	133.0	0.0	0.01051	0.00000
24	1257.8	139.7	0.0	0.01106	0.00000
25	1312.5	146.5	0.0	0.01163	0.00000
26	1367.2	153.4	0.0	0.01219	0.00000
27	1421.9	160.3	0.0	0.01276	0.00000
28	1476.6	167.3	0.0	0.01333	0.00000
29	1531.2	174.4	0.0	0.01392	0.00000
30	1585.9	181.6	0.0	0.01451	0.00000
31	1640.6	188.8	0.0	0.01511	0.00000
32	1695.3	196.2	0.0	0.01572	0.00000
33	1750.0	203.6	0.0	0.01633	0.00000
34	1804.7	211.1	0.0	0.01695	0.00000
35	1859.4	218.6	0.0	0.01759	0.00000
36	1914.1	226.3	0.0	0.01823	0.00000
37	1968.7	234.0	0.0	0.01888	0.00000
38	2023.4	241.9	0.0	0.01954	0.00000

GÉNÉRÉ PAR LE LOGICIEL SECTIONPRO

Fig. 6. – Export PDF, page 1 : chemin de chargement sur la courbe d'interaction.

Fig. 7. – Export PDF, page 2 : tableau détaillé des résultats.

Conclusion

La méthode de la courbure nominale permet d'évaluer les effets du second ordre au niveau de la section, sans modèle MEF non linéaire. La visualisation du chemin de chargement sur la courbe (ou surface) d'interaction donne une évaluation immédiate de leur importance.

La comparaison entre la colonne pleine ($D = 1$ m) et la colonne évidée ($D = 2,5$ m) montre que les propriétés géométriques, pas seulement l_k , gouvernent le résultat. La colonne élancée rompt par instabilité avec un chemin fortement incurvé, tandis que la colonne évidée atteint sa résistance avec une faible amplification.

Le mode 3D étend cette analyse aux poteaux avec des longueurs de flambement différentes dans chaque direction, en amplifiant les moments indépendamment dans les deux plans.