



# Efectos de segundo orden

Tutorial SectionPro: análisis de pandeo de columnas circulares con el método de la curvatura nominal del EC2 (uniaxial y biaxial)

BridgeKernel · 2026

## Introducción

Un análisis de segundo orden estima la amplificación de momentos flectores debida a la compresión actuando sobre la deformada de la columna. La excentricidad inicial  $e_0$  genera un desplazamiento lateral que incrementa el momento, aumentando a su vez el desplazamiento. El método de la curvatura nominal del Eurocódigo cuantifica este efecto mediante una excentricidad de segundo orden  $e_2$  derivada de la curvatura  $1/r$  y la longitud de pandeo  $l_0$ , sin un modelo MEF no lineal completo:

$$e_2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{l_0^2}{\pi^2} \quad M_{Ed} = N \cdot (e_0 + e_2) + M_1$$

SectionPro evalúa la curvatura  $1/r$  mediante un análisis no lineal en cada nivel de carga y aplica la fórmula del Eurocódigo para obtener  $e_2$ . La fuerza axial  $N$  se incrementa, trazando una trayectoria de carga sobre el diagrama de interacción hasta alcanzar la resistencia o la divergencia de la excentricidad (pandeo). Dos modos disponibles:

- 2D uniaxial: el pandeo se analiza en un plano de flexión ( $N-M_z$  o  $N-M_y$ ). La otra componente de momento se mantiene constante, y puede imponerse un momento de primer orden  $M_1$  opcional.
- 3D biaxial: ambos planos de flexión se amplifican simultáneamente, cada uno con su propia longitud de pandeo  $l_{k,x}$  y  $l_{k,y}$ . La trayectoria de carga se traza sobre la superficie de interacción 3D completa.

## Resultados calculados

SectionPro reporta para cada análisis de pandeo:

### Trayectoria de carga

Fuerza axial de compresión  $N$  incrementada hasta rotura  
Excentricidades  $e_{2,x}$ ,  $e_{2,y}$  en cada nivel de carga  
Momento total  $M_{Ed}$  incluyendo efectos de segundo orden

### Reducción de capacidad

Relación entre el punto de rotura y la intersección con la curva  
Basada en las deformaciones límite del material  
Estado: resistencia o pandeo  
 $e_{2,max}$  en el punto de rotura

### Exportaciones

PDF: trayectoria de carga sobre la curva/superficie de interacción  
XLS y TXT: datos completos de la trayectoria ( $N$ ,  $M_z$ ,  $M_y$ ,  $e_{2,x}$ ,  $e_{2,y}$ )

# Columna circular maciza (esbelta)

## Datos de entrada

### Hormigón

- Sección transversal circular maciza
- Diámetro  $D = 1.00$  m
- Área  $A_c = 0.785$  m<sup>2</sup>

### Armaduras

- 20 barras HA25 ( $\varphi_s = 25$  mm)
- Posicionadas a  $r = 447.5$  mm
- Recubrimiento 40 mm, 1 capa
- $A_s = 20 \times 4.91 = 98.2$  cm<sup>2</sup>

### Leyes de materiales (EC2)

- Hormigón C30/37:  $f_{ck} = 30$  MPa
- Acero B500B:  $f_{yk} = 500$  MPa

The screenshot shows a 'Data' window for a 'Solid Circular Section'. Under 'Concrete', the diameter is set to 1 m. Under 'Reinforcement', the mode is 'count', with 20 bars of 25 mm diameter, 40 mm concrete cover, and 1 layer. A diagram below shows a circular cross-section with 20 reinforcement bars arranged in a single layer.

Figura 1: Columna circular maciza.

## Pandeo uniaxial 2D (plano $N-M_z$ )

La columna tiene una longitud de pandeo efectiva de  $l_k = 30.0$  m con una excentricidad inicial  $e_0 = 0.10$  m y sin momento de primer orden ( $M_1 = 0$ ).

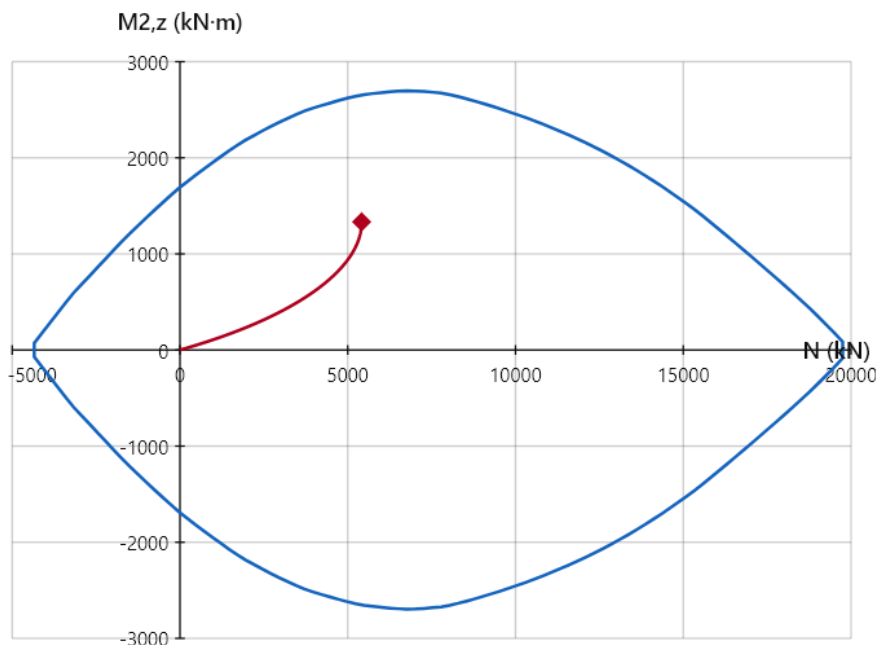


Figura 2: Trayectoria de carga sobre la curva de interacción  $N-M_z$ : la curvatura pronunciada indica efectos de segundo orden significativos.

Con una esbeltez  $\lambda = l_k/i = 120$ , esta columna es muy esbelta. La trayectoria de carga es casi lineal hasta  $N = 3500$  kN, donde los efectos de segundo orden permanecen pequeños. A partir de ese punto, la excentricidad  $e_2$  crece rápidamente y la trayectoria se curva bruscamente hacia arriba. La columna falla por inestabilidad geométrica en:

- $N_{crit} = 5318$  kN

- Reducción de capacidad: 53%
- Al 25% de la resistencia máxima a compresión ( $N = 5000 \text{ kN}$  de  $20000 \text{ kN}$ ): momento total  $M_{Ed} = 928 \text{ kN} \cdot \text{m}$ , de los cuales  $M_2 = 430 \text{ kN} \cdot \text{m}$  es de segundo orden (46%)

Para esta columna esbelta, los efectos de segundo orden ya son severos con una fracción de la capacidad axial.

## Columna circular hueca

### Datos de entrada

#### Hormigón

- Sección transversal circular hueca
- Diámetro exterior  $D_{ext} = 2.50 \text{ m}$
- Espesor de pared  $t = 0.35 \text{ m}$
- Diámetro interior  $D_{int} = 1.80 \text{ m}$

#### Armaduras

- 30 barras HA20 ( $\varphi_s = 20 \text{ mm}$ )
- Posicionadas a  $r = 1200 \text{ mm}$  (capa exterior)
- Recubrimiento  $40 \text{ mm}$ , 1 capa
- $A_s = 30 \times 3.14 = 94.2 \text{ cm}^2$

#### Leyes de materiales (EC2)

- Hormigón C30/37:  $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$
- Acero B500B:  $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$

The screenshot shows a software interface for a hollow circular section. The 'Concrete' section has input fields for 'Outer diameter (m)' set to 2.5 and 'Wall thickness (m)' set to 0.35. The 'Reinforcement' section has a 'Mode' dropdown set to 'count', and input fields for 'Number of rebars' (30), 'Bar diameter (mm)' (20), 'Concrete cover (mm)' (40), and 'Layers (1 or 2)' (1). There are 'Submit' and 'Infos' buttons. Below the form is a diagram of a circular cross-section with 30 reinforcement bars arranged in a ring.

Figura 3: Columna circular hueca.

### Pandeo uniaxial 2D (plano $N-M_z$ )

La columna tiene una longitud de pandeo efectiva de  $l_k = 30.0 \text{ m}$  con una excentricidad inicial  $e_0 = 0.10 \text{ m}$  y sin momento de primer orden ( $M_1 = 0$ ).

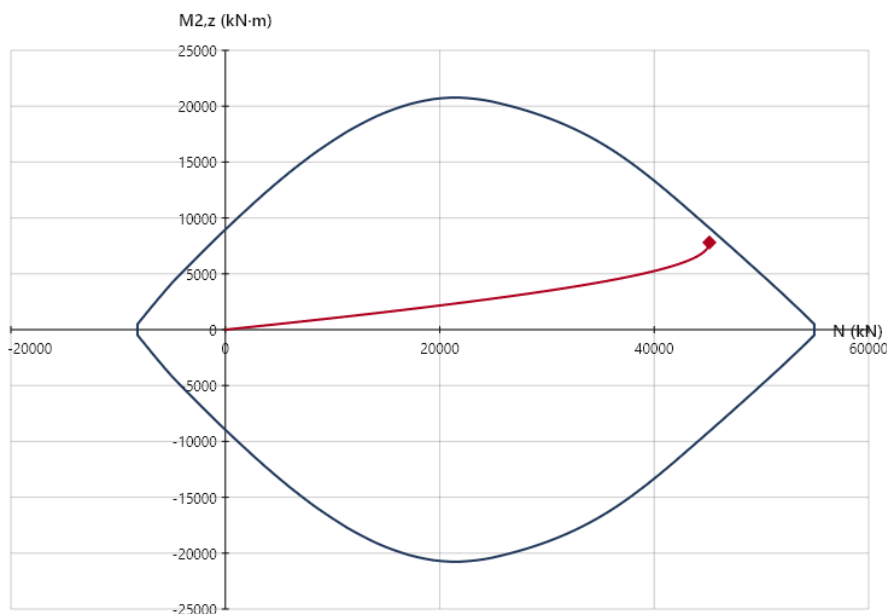


Figura 4: Trayectoria de carga sobre la curva de interacción  $N-M_z$ : casi lineal, los efectos de segundo orden son pequeños.

Con una esbeltez  $\lambda = l_k/i = 39$ , esta columna es robusta. La trayectoria de carga es casi lineal en la mayor parte del rango, pero  $e_2$  se acelera notablemente a partir de  $N = 35000$  kN. A diferencia de la columna esbelta, aquí la aceleración solo aparece cuando  $N$  se aproxima a la resistencia máxima a compresión. La columna falla justo antes de alcanzar la curva de interacción:

- $N_{\text{crit}} = 42154$  kN
- Reducción de capacidad: 1.3%
- Al 25% de la resistencia máxima a compresión ( $N = 13000$  kN de 51000 kN): momento total  $M_{\text{Ed}} = 1560$  kN · m, de los cuales  $M_2 = 260$  kN · m es de segundo orden (17%)

Los efectos de segundo orden solo se hacen perceptibles cuando  $N$  se aproxima a la resistencia máxima a compresión.

## Pandeo biaxial 3D

En modo 3D, SectionPro amplifica los momentos en ambos planos simultáneamente. Cada dirección tiene su propia longitud de pandeo ( $l_{k,x}$ ,  $l_{k,y}$ ) y excentricidad inicial ( $e_{0,x}$ ,  $e_{0,y}$ ); las excentricidades  $e_{2,x}$  y  $e_{2,y}$  se calculan independientemente en cada nivel de carga.

La columna circular hueca se analiza con longitudes de pandeo simétricas:  $l_{k,z} = l_{k,y} = 10.0$  m con  $e_{0,z} = e_{0,y} = 0.05$  m. No se aplican momentos de primer orden.

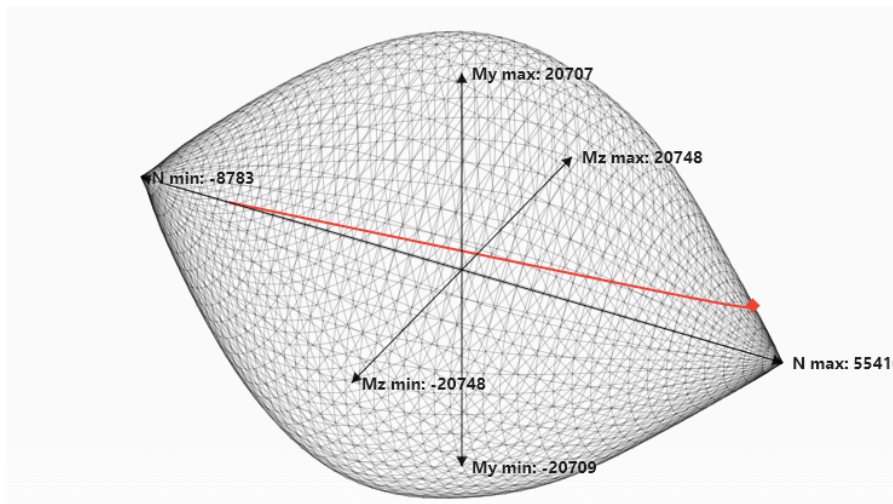


Figura 5: Trayectoria de carga 3D sobre la superficie de interacción.

Con una longitud de pandeo de 10 m, los efectos de segundo orden son despreciables. La excentricidad  $e_2$  se mantiene por debajo de 1 mm en la mayor parte del rango y solo alcanza 7.8 mm en el último punto. La trayectoria es esencialmente lineal y alcanza la superficie de interacción en:

- $N_{\text{crit}} = 50903$  kN
- Al 25% de la resistencia máxima a compresión ( $N = 12500$  kN de 51000 kN): momento total  $M_{\text{Ed}} = 626$  kN · m por eje, de los cuales  $M_2 = 3$  kN · m es de segundo orden (0.5%)

La columna alcanza su resistencia mecánica completa sin reducción de capacidad apreciable, gracias a las longitudes de pandeo reducidas y las excentricidades iniciales menores respecto a los ejemplos 2D.

# Benchmark de rendimiento

El análisis consta de dos fases: construir la curva (o superficie) de interacción y trazar la trayectoria de carga calculando  $e_2$  incrementalmente. Cada paso evalúa la curvatura mediante un algoritmo iterativo. La tabla muestra el tiempo total para 500 puntos de trayectoria.

Circular maciza (2D)	Circular hueca (2D)	Circular hueca (3D)
91 ms	252 ms	282 ms

El coste dominante es la construcción de la superficie de interacción. El trazado de la trayectoria de carga solo añade unos pocos milisegundos, manteniendo el análisis total por debajo de 300 ms en todos los casos.

# Exportación

SectionPro exporta el análisis de pandeo en tres formatos: PDF, texto y Excel (.xlsx). Los datos exportados incluyen la trayectoria de carga completa ( $N$ ,  $M_z$ ,  $M_y$ ,  $e_{2,x}$ ,  $e_{2,y}$  en cada nivel de carga), el factor de reducción de capacidad y el estado de pandeo.

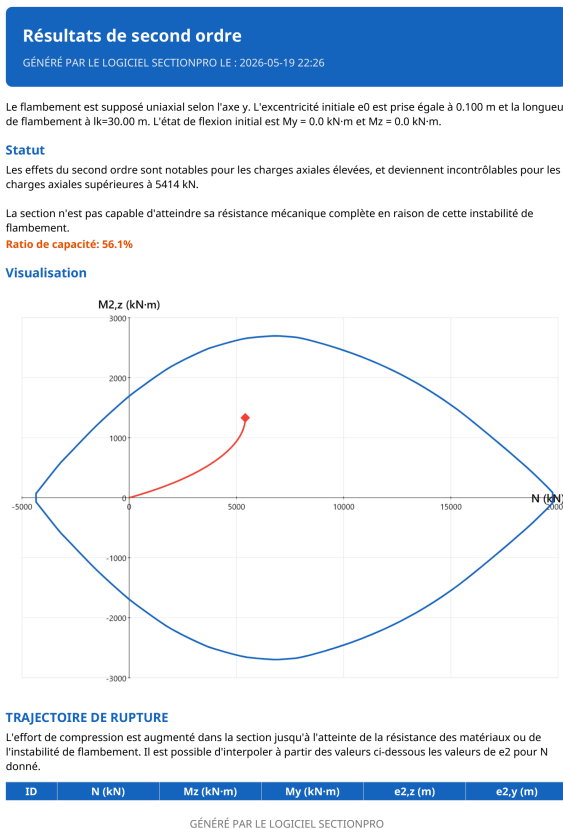


Figura 6: Exportación PDF, página 1: trayectoria de carga sobre la curva de interacción.

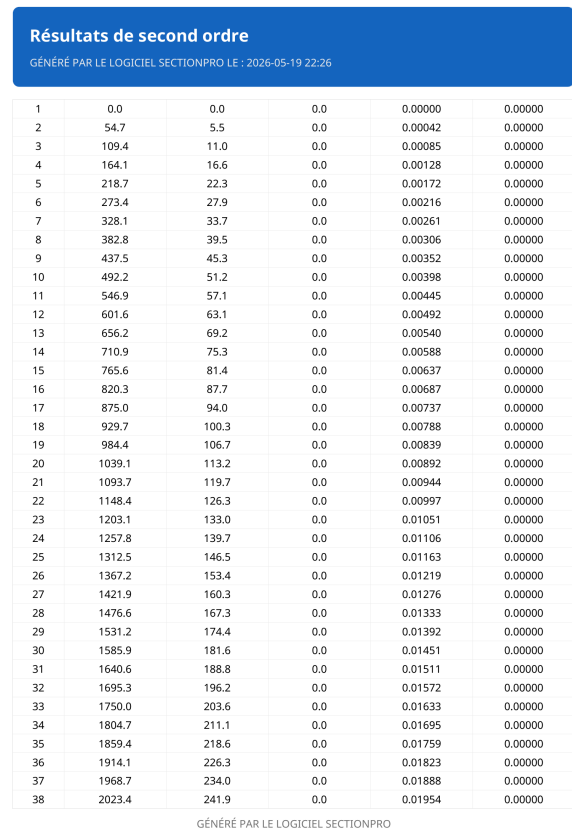


Figura 7: Exportación PDF, página 2: tabla de resultados detallados.

## | Conclusión

El método de la curvatura nominal permite evaluar los efectos de segundo orden a nivel de sección sin la complejidad de un modelo MEF no lineal. La visualización de la trayectoria de carga sobre la curva (o superficie) de interacción ofrece una evaluación inmediata de la importancia de estos efectos.

La comparación entre la columna maciza  $\varnothing 1$  m y la hueca  $\varnothing 2.5$  m demuestra que las propiedades geométricas, y no solo la longitud de pandeo, determinan el resultado. La columna esbelta presenta una trayectoria fuertemente curvada y falla por inestabilidad, mientras que la hueca alcanza su resistencia mecánica con reducida amplificación de segundo orden.

El modo biaxial 3D extiende este análisis a columnas con diferentes longitudes de pandeo en cada dirección, amplificando los momentos independientemente en ambos planos.