

# Effekte zweiter Ordnung

SectionPro Tutorial: Knickanalyse kreisförmiger Stützen  
mit der Nennkrümmungsmethode nach EC2 (einachsig und zweiachsig)

BridgeKernel · 2026

## Einleitung

Eine Analyse nach Theorie II. Ordnung erfasst die Momentenvergrößerung durch die Druckkraft auf die verformte Stütze. Die Anfangsausmitte  $e_0$  erzeugt eine Auslenkung, die das Moment erhöht, was die Auslenkung weiter vergrößert. Die Nennkrümmungsmethode quantifiziert diesen Effekt über eine Ausmitte  $e_2$  aus der Krümmung  $1/r$  und der Knicklänge  $l_0$ :

$$e_2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{l_0^2}{\pi^2} \quad M_{Ed} = N \cdot (e_0 + e_2) + M_1$$

SectionPro berechnet  $1/r$  aus einer nichtlinearen Analyse pro Laststufe und bestimmt  $e_2$  nach obiger Formel.  $N$  wird gesteigert und ein Lastpfad verfolgt, bis die Materialtragfähigkeit erreicht ist oder die Ausmitte divergiert. Zwei Modi:

- 2D einachsig: Knicken in einer Biegeebene ( $N-M_z$  oder  $N-M_y$ ). Die andere Momentenkomponente bleibt konstant; ein optionales  $M_1$  kann aufgebracht werden.
- 3D zweiachsig: Beide Biegeebenen gleichzeitig verstärkt, jeweils mit eigener Knicklänge  $l_{k,x}$  und  $l_{k,y}$ . Der Lastpfad wird auf der 3D-Interaktionsfläche verfolgt.

## Berechnete Ergebnisse

SectionPro liefert für jede Knickanalyse:

### Lastpfad

Druckkraft  $N$  wird bis zum Versagen gesteigert  
Ausmitten  $e_{2,x}$ ,  $e_{2,y}$  pro Laststufe  
Gesamtmoment  $M_{Ed}$  mit Effekten zweiter Ordnung

### Tragfähigkeitsminderung

Verhältnis von Versagenspunkt zu Kurvenintersekt  
Basierend auf Materialdehnungsgrenzen  
Status: Querschnittstragfähigkeit oder Knicken  
 $e_{2,max}$  am Versagenspunkt

### Exporte

PDF: Lastpfad auf der Interaktionskurve/-fläche  
XLS und TXT: vollständige Lastpfadaten ( $N$ ,  $M_z$ ,  $M_y$ ,  $e_{2,x}$ ,  $e_{2,y}$ )

# Kreisförmiger Vollquerschnitt (schlank)

## Eingabedaten

### Beton

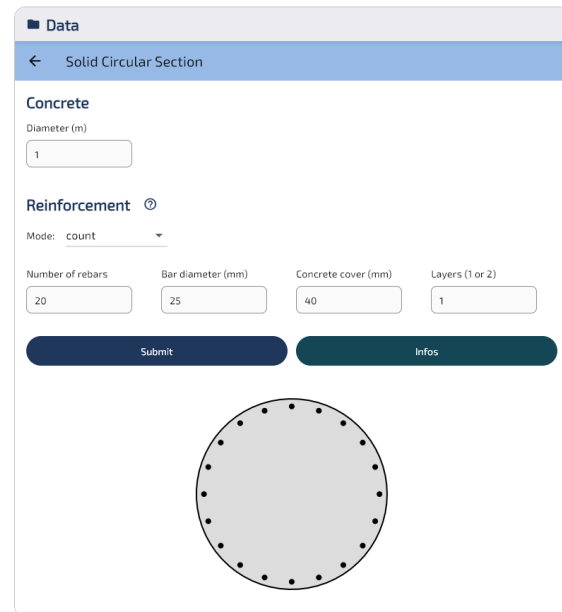
- Kreisförmiger Vollquerschnitt
- Durchmesser  $D = 1,00$  m
- Fläche  $A_c = 0,785$  m<sup>2</sup>

### Bewehrung

- 20 Stäbe HA25 ( $\varphi_s = 25$  mm)
- Positioniert bei  $r = 447,5$  mm
- Betondeckung 40 mm – 1 Lage
- $A_s = 20 \times 4,91 = 98,2$  cm<sup>2</sup>

### Stoffgesetze (EC2)

- Beton C30/37:  $f_{ck} = 30$  MPa
- Stahl B500B:  $f_{yk} = 500$  MPa



The screenshot shows a 'Data' window for a 'Solid Circular Section'. Under 'Concrete', the diameter is set to 1 m. Under 'Reinforcement', the mode is 'count', with 20 rebars, 25 mm diameter, 40 mm concrete cover, and 1 layer. A 'Submit' button and an 'Infos' button are visible. Below the form is a diagram of a circular cross-section with 20 reinforcement bars arranged in a single layer.

Abbildung 1: Kreisförmiger Vollquerschnitt.

## 2D einachsiges Knicken ( $N$ - $M_z$ -Ebene)

Knicklänge  $l_k = 30$  m, Anfangsausmitte  $e_0 = 0,10$  m, kein Moment erster Ordnung ( $M_1 = 0$ ).

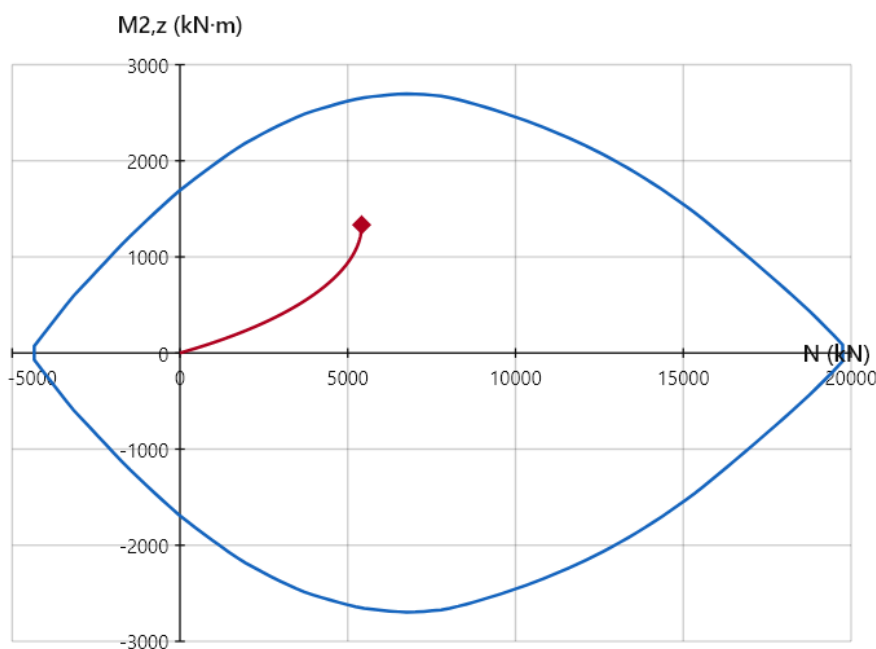


Abbildung 2: Lastpfad auf der  $N$ - $M_z$ -Interaktionskurve – starke Krümmung zeigt erhebliche Effekte II. Ordnung.

Mit  $\lambda = l_k/i = 120$  ist diese Stütze sehr schlank. Bis etwa  $N = 3500$  kN verläuft der Lastpfad nahezu linear. Darüber hinaus wächst  $e_2$  rasch und der Lastpfad krümmt sich stark. Die Stütze versagt durch geometrische Instabilität bei:

- $N_{crit} = 5318$  kN
- Tragfähigkeitsminderung: 53%

- Bei 25% der maximalen Drucktragfähigkeit ( $N = 5000 \text{ kN}$  von  $20000 \text{ kN}$ ): Gesamtmoment  $M_{\text{Ed}} = 928 \text{ kN} \cdot \text{m}$ , davon  $M_2 = 430 \text{ kN} \cdot \text{m}$  zweiter Ordnung (46%)

Effekte zweiter Ordnung sind bereits bei einem Bruchteil der Tragfähigkeit erheblich.

## Kreisförmiger Hohlquerschnitt

### Eingabedaten

#### Beton

- Kreisförmiger Hohlquerschnitt
- Außendurchmesser  $D_{\text{ext}} = 2,5 \text{ m}$
- Wandstärke  $t = 0,35 \text{ m}$
- Innendurchmesser  $D_{\text{int}} = 1,8 \text{ m}$

#### Bewehrung

- 30 Stäbe HA20 ( $\varphi_s = 20 \text{ mm}$ )
- Positioniert bei  $r = 1200 \text{ mm}$  (äußere Lage)
- Betondeckung  $40 \text{ mm}$  – 1 Lage
- $A_s = 30 \times 3,14 = 94,2 \text{ cm}^2$

#### Stoffgesetze (EC2)

- Beton C30/37:  $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$
- Stahl B500B:  $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$

Abbildung 3: Kreisförmiger Hohlquerschnitt.

### 2D einachsiges Knicken ( $N$ - $M_z$ -Ebene)

Knicklänge  $l_k = 30 \text{ m}$ , Anfangsausmitte  $e_0 = 0,10 \text{ m}$ , kein Moment erster Ordnung ( $M_1 = 0$ ).

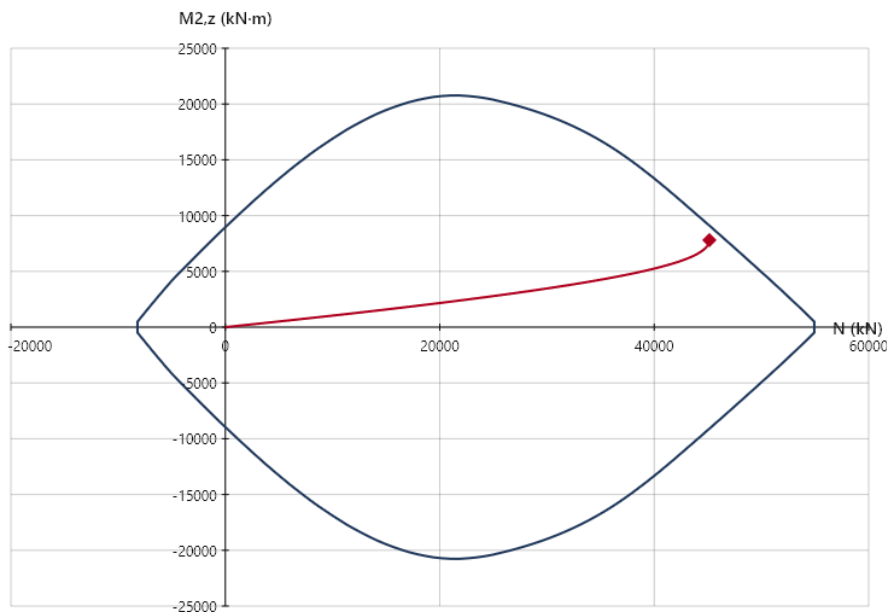


Abbildung 4: Lastpfad auf der  $N$ - $M_z$ -Interaktionskurve – nahezu linear, Effekte II. Ordnung gering.

Mit  $\lambda = l_k/i = 39$  ist diese Stütze gedungen. Der Lastpfad verläuft nahezu linear, doch  $e_2$  beschleunigt ab  $N = 35000 \text{ kN}$  merklich. Anders als bei der schlanken Stütze tritt dies erst nahe der maximalen Drucktragfähigkeit auf. Versagen kurz vor Erreichen der Interaktionskurve:

- $N_{\text{crit}} = 42154 \text{ kN}$
- Tragfähigkeitsminderung: 1,3%
- Bei 25% der maximalen Drucktragfähigkeit ( $N = 13000 \text{ kN}$  von  $51000 \text{ kN}$ ): Gesamtmoment  $M_{\text{Ed}} = 1560 \text{ kN} \cdot \text{m}$ , davon  $M_2 = 260 \text{ kN} \cdot \text{m}$  zweiter Ordnung (17%)

Effekte zweiter Ordnung werden erst nahe der maximalen Drucktragfähigkeit merklich.

## 3D zweiachsiges Knicken

Im 3D-Modus verstärkt SectionPro beide Biegeebenen gleichzeitig. Jede Richtung hat eigene Knicklänge ( $l_{k,x}, l_{k,y}$ ) und Anfangsausmitte ( $e_{0,x}, e_{0,y}$ );  $e_{2,x}$  und  $e_{2,y}$  werden pro Laststufe unabhängig berechnet.

Der Hohlquerschnitt wird mit symmetrischen Knicklängen analysiert:  $l_{k,z} = l_{k,y} = 10\{\, \}0 \text{ m}$ ,  $e_{0,z} = e_{0,y} = 0\{\, \}05 \text{ m}$ , ohne Momente erster Ordnung.

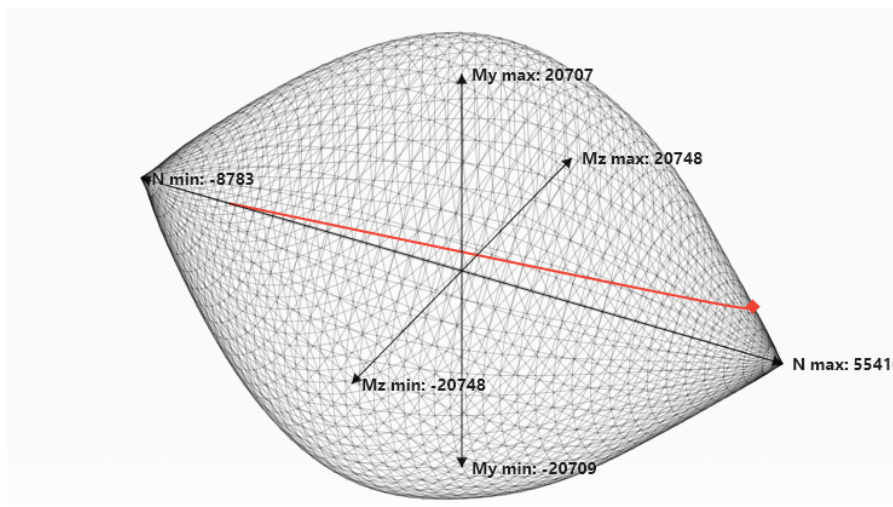


Abbildung 5: 3D-Lastpfad auf der Interaktionsfläche.

Mit einer Knicklänge von  $10 \text{ m}$  sind die Effekte zweiter Ordnung vernachlässigbar. Die Ausmitte  $e_2$  bleibt unter  $1 \text{ mm}$  und erreicht erst am letzten Punkt  $e_2 = 7\{\, \}8 \text{ mm}$ . Der Lastpfad verläuft linear und erreicht die Interaktionsfläche bei:

- $N_{\text{crit}} = 50903 \text{ kN}$
- Bei 25% der maximalen Drucktragfähigkeit ( $N = 12500 \text{ kN}$  von  $51000 \text{ kN}$ ): Gesamtmoment  $M_{\text{Ed}} = 626 \text{ kN} \cdot \text{m}$  pro Achse, davon  $M_2 = 3 \text{ kN} \cdot \text{m}$  zweiter Ordnung (0,5%)

Die Stütze erreicht ihre volle Materialtragfähigkeit praktisch ohne geometrische Tragfähigkeitsminderung – dank der kürzeren Knicklängen und kleineren Anfangsausmitten gegenüber den 2D-Beispielen.

# Leistungsbenchmark

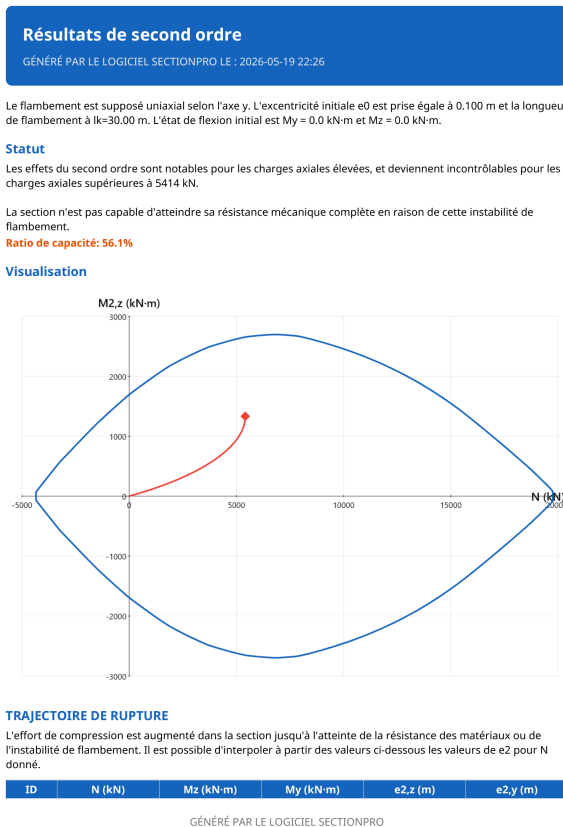
Die Analyse besteht aus zwei Phasen: Aufbau der Interaktionskurve (bzw. -fläche), dann Verfolgung des Lastpfads durch schrittweise Berechnung von  $e_2$ . Jeder Schritt bestimmt die Querschnittskrümmung iterativ. Die Tabelle zeigt die Rechenzeit für 500 Lastpfadpunkte.

Vollquerschnitt (2D)	Hohlquerschnitt (2D)	Hohlquerschnitt (3D)
91 ms	252 ms	282 ms

Der dominierende Aufwand ist der Aufbau der Interaktionsfläche. Die Lastpfadverfolgung fügt nur wenige Millisekunden hinzu; die Gesamtanalyse bleibt in allen Fällen unter 300 ms.

# Export

SectionPro exportiert die Knickanalyse als PDF, Text und Excel (.xlsx). Die Daten umfassen den Lastpfad ( $N$ ,  $M_z$ ,  $M_y$ ,  $e_{2,x}$ ,  $e_{2,y}$  pro Laststufe), den Tragfähigkeitsminderungsfaktor und den Knickstatus.



**Résultats de second ordre**  
GÉNÉRÉ PAR LE LOGICIEL SECTIONPRO LE : 2026-05-19 22:26

1	0.0	0.0	0.0	0.00000	0.00000
2	54.7	5.5	0.0	0.00042	0.00000
3	109.4	11.0	0.0	0.00085	0.00000
4	164.1	16.6	0.0	0.00128	0.00000
5	218.7	22.3	0.0	0.00172	0.00000
6	273.4	27.9	0.0	0.00216	0.00000
7	328.1	33.7	0.0	0.00261	0.00000
8	382.8	39.5	0.0	0.00306	0.00000
9	437.5	45.3	0.0	0.00352	0.00000
10	492.2	51.2	0.0	0.00398	0.00000
11	546.9	57.1	0.0	0.00445	0.00000
12	601.6	63.1	0.0	0.00492	0.00000
13	656.2	69.2	0.0	0.00540	0.00000
14	710.9	75.3	0.0	0.00588	0.00000
15	765.6	81.4	0.0	0.00637	0.00000
16	820.3	87.7	0.0	0.00687	0.00000
17	875.0	94.0	0.0	0.00737	0.00000
18	929.7	100.3	0.0	0.00788	0.00000
19	984.4	106.7	0.0	0.00839	0.00000
20	1039.1	113.2	0.0	0.00892	0.00000
21	1093.7	119.7	0.0	0.00944	0.00000
22	1148.4	126.3	0.0	0.00997	0.00000
23	1203.1	133.0	0.0	0.01051	0.00000
24	1257.8	139.7	0.0	0.01106	0.00000
25	1312.5	146.5	0.0	0.01163	0.00000
26	1367.2	153.4	0.0	0.01219	0.00000
27	1421.9	160.3	0.0	0.01276	0.00000
28	1476.6	167.3	0.0	0.01333	0.00000
29	1531.2	174.4	0.0	0.01392	0.00000
30	1585.9	181.6	0.0	0.01451	0.00000
31	1640.6	188.8	0.0	0.01511	0.00000
32	1695.3	196.2	0.0	0.01572	0.00000
33	1750.0	203.6	0.0	0.01633	0.00000
34	1804.7	211.1	0.0	0.01695	0.00000
35	1859.4	218.6	0.0	0.01759	0.00000
36	1914.1	226.3	0.0	0.01823	0.00000
37	1968.7	234.0	0.0	0.01888	0.00000
38	2023.4	241.9	0.0	0.01954	0.00000

GÉNÉRÉ PAR LE LOGICIEL SECTIONPRO

Abbildung 6: PDF-Export – Seite 1: Lastpfad auf der Interaktionskurve.

Abbildung 7: PDF-Export – Seite 2: Detaillierte Ergebnistabelle.

## **Fazit**

Die Nennkrümmungsmethode bewertet Effekte zweiter Ordnung auf Querschnittsebene ohne nicht-lineares FEM-Modell. Die Lastpfaddarstellung auf der Interaktionskurve (bzw. -fläche) zeigt unmittelbar, wie bedeutsam diese Effekte sind. Der Vergleich zwischen Vollquerschnitt ( $\varnothing 1$  m) und Hohlquerschnitt ( $\varnothing 2,5$  m) belegt, dass neben der Knicklänge die Querschnittsgeometrie das Ergebnis bestimmt: Die schlanke Vollstütze versagt durch Instabilität, der Hohlquerschnitt erreicht seine Materialtragfähigkeit mit geringer Momentenvergrößerung. Der 3D-Modus erweitert die Analyse auf Stützen mit unterschiedlichen Knicklängen je Richtung.