

Dimensionamento dell'armatura

Tutorial SectionPro — Armatura necessaria per sezioni esagonali, quadrate cave e travi a U sotto carichi SLE e SLU (EC2, NBR-6118, BAEL 91)

BridgeKernel · 2026

Introduzione

Date le forze interne imposte (N, M_y, M_z) e una disposizione predefinita delle barre (posizioni e spaziatura), SectionPro determina il diametro minimo delle barre φ_s necessario per soddisfare i limiti normativi in ogni posizione. Si tratta del problema inverso rispetto all'analisi di verifica delle tensioni (Articolo #2): invece di verificare se un'armatura data è sufficiente, il software trova l'armatura che raggiunge l'equilibrio sotto i carichi imposti.

Il solutore itera su φ_s finché lo stato di deformazione $(\varepsilon_0, \kappa_y, \kappa_z)$ soddisfa l'equilibrio interno con i limiti normativi di deformazione esattamente raggiunti. Quando il calcestruzzo da solo è in grado di resistere ai carichi imposti senza armatura, il risultato è $A_s = 0$ — nessun acciaio necessario.

Questo articolo utilizza le stesse tre sezioni e gli stessi casi di carico dell'Articolo #2. In quest'ultimo, l'armatura era fissata e alcuni casi di carico superavano la capacità della sezione ($FS > 1$, verifica KO). Qui si determina l'armatura che sarebbe necessaria. La correlazione è diretta: un FS più elevato nell'Articolo #2 implica un φ_s maggiore nell'Articolo #3.

Risultati calcolati

SectionPro riporta tre categorie di risultati per ogni caso di carico:

Tensioni, deformazioni e dimensionamento

σ_c — Tensione estrema cls
 $\sigma_{s, \min}, \sigma_{s, \max}$ — Tensioni acciaio
 ε_c — Deformazione estrema cls
 $\varepsilon_{s, \min}, \varepsilon_{s, \max}$ — Deformazioni acciaio
Perno — Modo di rottura (A, B, o $A_s = 0$)
 φ_s — Diametro barra richiesto

Forze interne

N_c — Risultante compressione
 N_t — Risultante trazione
 (x_C, y_C) — Baricentro compressione
 (x_T, y_T) — Baricentro trazione
 z — Braccio di leva interno

Convergenza

N_{iter} — Iterazioni
Tol — Tolleranza convergenza
 $N_{\text{int}}, M_{z, \text{int}}, M_{y, \text{int}}$ — Forze interne
 $\varepsilon_0, \kappa_x, \kappa_y$ — Stato deformazione

Perni di rottura

Tensioni e deformazioni + dimensionamento

σ_c	-11.30 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-139.49 MPa
$\sigma_{s, \max}$	400.00 MPa
ε_c	-0.847‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-0.697‰
$\varepsilon_{s, \max}$	2.000‰
Perno	A
φ_s	17.60 mm

Forze interne

N_c	1697.8 kN
N_t	-1197.8 kN
x_C	0.000 m
y_C	0.364 m
x_T	0.000 m
y_T	-0.320 m
z	0.683 m

Convergenza

N_{iter}	4
Tol	3.57×10^{-8}
N_{int}	500.0 kN
$M_{z, \text{int}}$	1000.0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	0.0 kN · m
ε_0	0.651×10^{-3}
κ_x	-2.997×10^{-3}
κ_y	0.000×10^{-3}

Perno A: l'acciaio governa ($\varepsilon_{s, \max} = 2.000\text{‰} = \varepsilon_{su}$). Diametro richiesto: $\varphi_s = 17.60$ mm per le 30 barre.

SLU — Flessione biassiale ($N + M_y + M_z$)

Carichi imposti: $N = 2000$ kN, $M_z = 3000$ kN · m, $M_y = 1800$ kN · m

Visualization of stresses and strains

Load 2 σ ε N Q Q Details

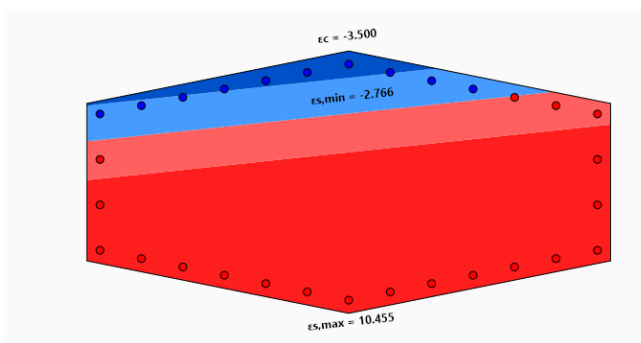


Figura 4: Distribuzione delle tensioni.

Visualization of stresses and strains

Load 2 σ ε N Q Q Details

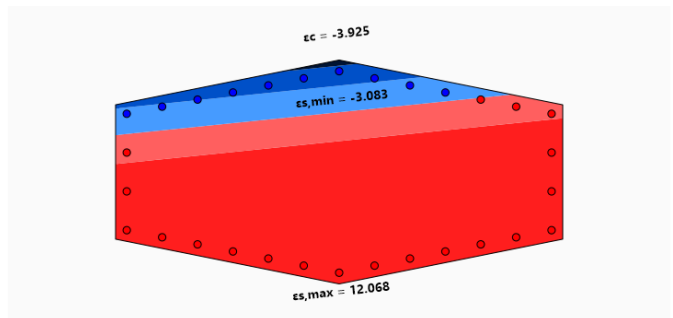


Figura 5: Distribuzione delle deformazioni.

Tensioni e deformazioni + dimensionamento

σ_c	-20.00 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-435.21 MPa
$\sigma_{s, \max}$	440.81 MPa
ε_c	-3.500‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-2.766‰
$\varepsilon_{s, \max}$	10.455‰
Perno	B
φ_s	25.12 mm

Forze interne

N_c	5827.2 kN
N_t	-3827.2 kN
x_C	-0.255 m
y_C	0.355 m
x_T	0.082 m
y_T	-0.243 m
z	0.687 m

Convergenza

N_{iter}	43
Tol	3.66×10^{-8}
N_{int}	2000.0 kN
$M_{z, \text{int}}$	3000.0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	1800.0 kN · m
ε_0	3.845×10^{-3}
κ_x	-14.689×10^{-3}
κ_y	-1.556×10^{-3}

Tensioni e deformazioni + dimensionamento

σ_c	-4.79 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-62.26 MPa
$\sigma_{s, \max}$	400.02 MPa
ε_c	-0.342‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-0.296‰
$\varepsilon_{s, \max}$	1.905‰
Perno	A
φ_s	10.00 mm

Forze interne

N_c	468.2 kN
N_t	-868.2 kN
x_C	-0.622 m
y_C	0.908 m
x_T	0.126 m
y_T	-0.547 m
z	1.636 m

Convergenza

N_{iter}	575
Tol	2.63×10^{-8}
N_{int}	-400.0 kN
$M_{z, \text{int}}$	900.0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	400.0 kN · m
ε_0	0.804×10^{-3}
κ_x	-0.920×10^{-3}
κ_y	-0.226×10^{-3}

Perno A: l'acciaio governa ($\varepsilon_{s, \max} = 2.000\text{‰} = \varepsilon_{su}$). Diametro richiesto: $\varphi_s = 10.00$ mm.

SLU — Flessione biassiale ($N + M_y + M_z$)

Carichi imposti: $N = 0$ kN, $M_z = 6000$ kN · m, $M_y = 6000$ kN · m

Visualization of stresses and strains

Load 2 σ ε N Details

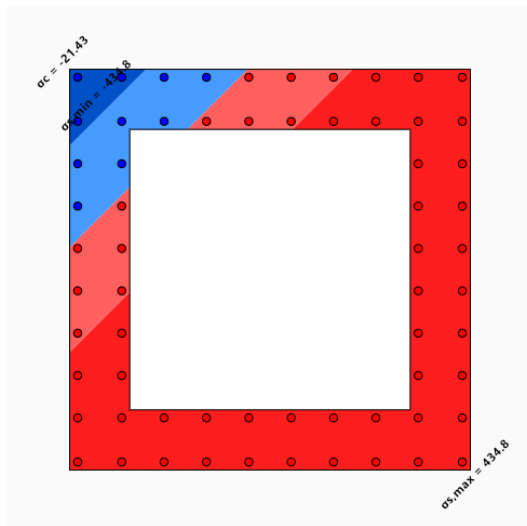


Figura 9: Distribuzione delle tensioni.

Visualization of stresses and strains

Load 2 σ ε N Details

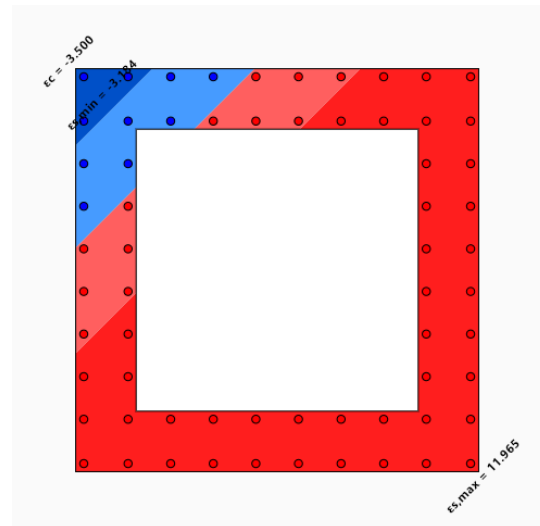


Figura 10: Distribuzione delle deformazioni.

Tensioni e deformazioni + dimensionamento

σ_c	-21.43 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-434.78 MPa
$\sigma_{s, \max}$	434.78 MPa
ε_c	-3.500‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-3.184‰
$\varepsilon_{s, \max}$	11.965‰
Perno	B
φ_s	19.38 mm

Forze interne

N_c	5901.2 kN
N_t	-899.0 kN
x_C	-0.756 m
y_C	0.751 m
x_T	-0.179 m
y_T	0.421 m
z	0.664 m

Convergenza

N_{iter}	41
Tol	3.40×10^{-8}
N_{int}	0.0 kN
$M_{z, \text{int}}$	6000.0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	6000.0 kN · m
ε_0	4.390×10^{-3}
κ_x	-3.945×10^{-3}
κ_y	-3.945×10^{-3}

Perno B: il cls governa ($\varepsilon_c = -3.500\text{‰} = \varepsilon_{cu}$). Diametro richiesto: $\varphi_s = 19.38 \text{ mm}$ (SLU biassiale).

Sezione personalizzata — Trave a U

Dati di input

Sezione definita tramite **geometria personalizzata**: contorno esterno come lista di punti XY e armatura come tabella di posizioni (x, y) . Procedura consigliata per geometrie non standard.

Calcestruzzo

- Trave a U con anime inclinate
- Altezza totale $h = 1.20 \text{ m}$

Armatura

- Spaziatura 150 mm
- Soletta inf.: 11 pos. — Anime: 49 pos.
- 2 strati per anima
- Diametro φ_s : da determinare

Materiali (BAEL 91)

- Cls: $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$, $\theta = 0.85$
- Acciaio fe500: $f_e = 500 \text{ MPa}$

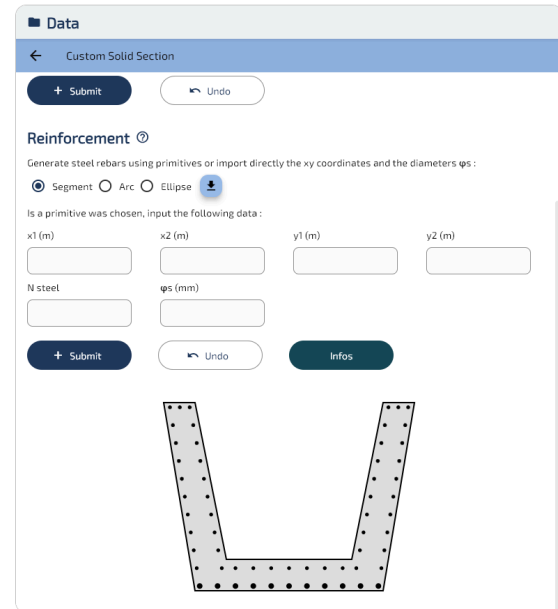


Figura 11: Trave a U — geometria e disposizione dell'armatura.

SLE — Flessione semplice (M_z)

Carichi imposti: $N = 0 \text{ kN}$, $M_z = 1500 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $M_y = 0$

Visualization of stresses and strains

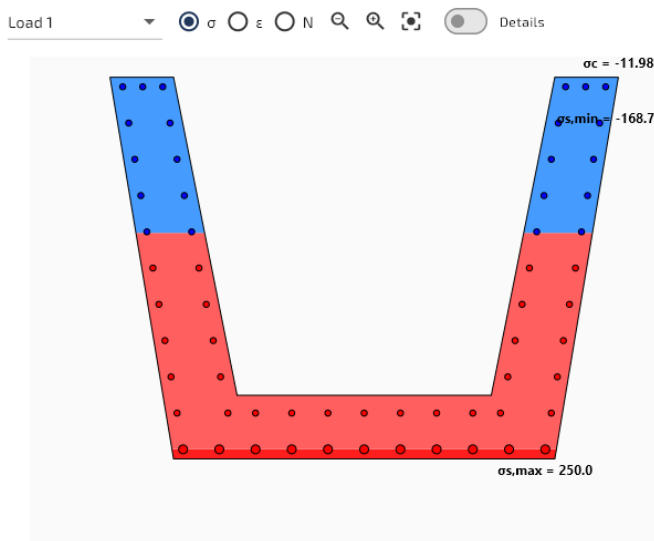


Figura 12: Distribuzione delle tensioni.

Visualization of stresses and strains

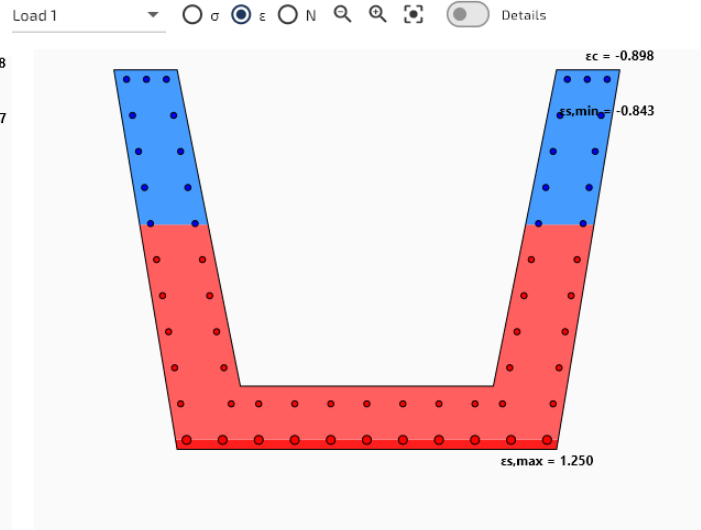


Figura 13: Distribuzione delle deformazioni.

Tensioni e deformazioni + dimensionamento

σ_c	-11.98 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-168.65 MPa
$\sigma_{s, \max}$	250.00 MPa
ε_c	-0.898‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-0.843‰
$\varepsilon_{s, \max}$	1.250‰
Perno	A
φ_s	17.88 mm

Forze interne

N_c	1680.9 kN
N_t	-1680.9 kN
x_C	0.000 m
y_C	0.571 m
x_T	0.000 m
y_T	-0.321 m
z	0.892 m

Convergenza

N_{iter}	4
Tol	2.21×10^{-7}
N_{int}	0.0 kN
$M_{z, \text{int}}$	1500.0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	0.0 kN · m
ε_0	0.434×10^{-3}
κ_x	-1.836×10^{-3}
κ_y	0.000×10^{-3}

Perno A: l'acciaio governa ($\sigma_{s, \max} = 250.00 \text{ MPa} = \bar{\sigma}_s$, tensione ammissibile BAEL). Diametro richiesto: $\varphi_s = 17.88 \text{ mm}$ per le 60 barre.

SLU — Flessione biassiale ($M_y + M_z$)

Carichi imposti: $N = 0 \text{ kN}$, $M_z = 2000 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $M_y = 500 \text{ kN} \cdot \text{m}$

Visualization of stresses and strains

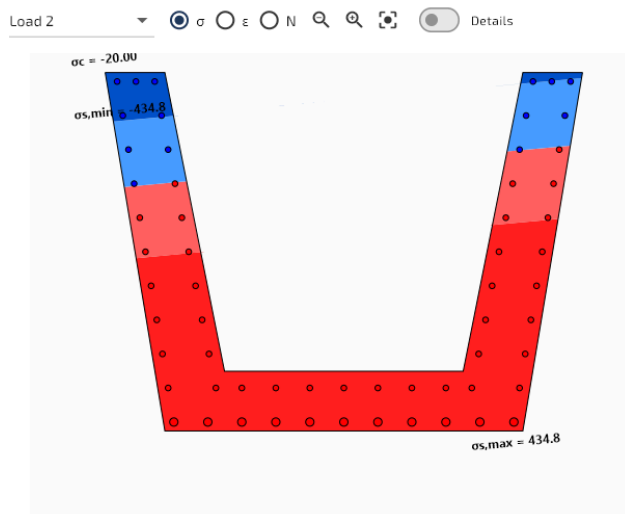


Figura 14: Distribuzione delle tensioni.

Visualization of stresses and strains

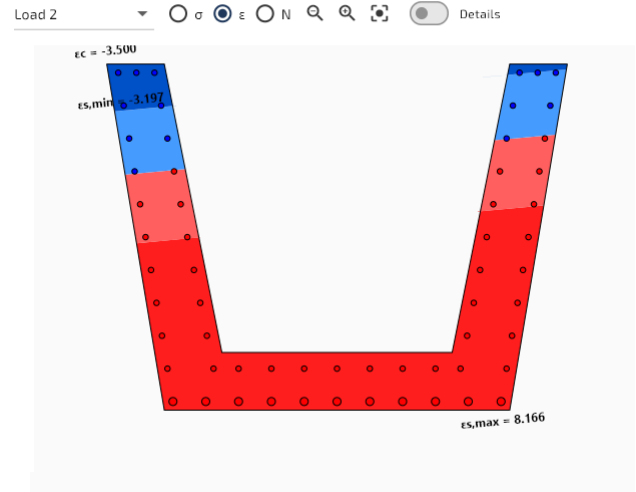


Figura 15: Distribuzione delle deformazioni.

Tensioni e deformazioni + dimensionamento

σ_c	-20.00 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-434.78 MPa
$\sigma_{s, \max}$	434.78 MPa
ε_c	-3.500‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-3.197‰
$\varepsilon_{s, \max}$	8.166‰
Perno	B
φ_s	13.26 mm

Forze interne

N_c	2386.2 kN
N_t	-405.4 kN
x_C	-0.142 m
y_C	0.596 m
x_T	-0.060 m
y_T	0.191 m
z	0.413 m

Convergenza

N_{iter}	39
Tol	3.29×10^{-8}
N_{int}	0.0 kN
$M_{z, \text{int}}$	2000.0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	500.0 kN · m
ε_0	3.693×10^{-3}
κ_x	-8.996×10^{-3}
κ_y	-0.833×10^{-3}

Perno B: il cls governa ($\varepsilon_c = -3.500\text{‰} = \varepsilon_{cu}$). Diametro richiesto: $\varphi_s = 13.26 \text{ mm}$ (SLU biassiale).

Validazione dei risultati

Verifica dell'equilibrio interno

I carichi imposti (N, M_y, M_z) sono l'**input**. SectionPro trova φ_s e lo stato di deformazione ($\varepsilon_0, \kappa_y, \kappa_z$) per via iterativa, poi integra le tensioni per ottenere le forze **interne** ($N_{\text{int}}, M_{y,\text{int}}, M_{z,\text{int}}$). A convergenza:

$$N_{\text{int}} \approx N \quad M_{y,\text{int}} \approx M_y \quad M_{z,\text{int}} \approx M_z$$

Sezione	Carico	N (kN)	N_{int} (kN)	M_z (kN·m)	$M_{z,\text{int}}$ (kN·m)	Δ
Esagonale	SLE	500.0	500.0	1000.0	1000.0	0.00 %
	SLU	2000.0	2000.0	3000.0	3000.0	0.00 %
Quadrata cava	SLE	-400.0	-400.0	900.0	900.0	0.00 %
	SLU	0.0	0.0	6000.0	6000.0	0.00 %
Trave a U	SLE	0.0	0.0	1500.0	1500.0	0.00 %
	SLU	0.0	0.0	2000.0	2000.0	0.00 %

Equilibrio interno soddisfatto a precisione macchina per tutti e sei i casi di carico — tre geometrie, tre codici normativi, leggi lineari (SLE) e non lineari (SLU).

Riferimento incrociato con l'Articolo #2

Confronto tra il fattore di sicurezza dell'Articolo #2 (armatura fissata) e il φ_s richiesto qui calcolato (φ_s uniforme su tutte le barre).

Sezione	Carico	φ_s (Art. #2)	FS (Art. #2)	Verifica (Art. #2)	Perno	φ_s richiesto
Esagonale	SLE	25 mm	0.527	OK	A	17.6 mm
	SLU	25 mm	1.121	KO	B	25.1 mm
Quadrata cava	SLE	20 mm	0.274	OK	A	10.0 mm
	SLU	20 mm	0.634	OK	B	19.4 mm
Trave a U	SLE	20/12 mm	1.209	KO	A	17.9 mm
	SLU	20/12 mm	0.436	OK	B	13.3 mm

Per sezioni con armatura uniforme (esagonale e quadrata cava), la correlazione è immediata: $FS > 1$ implica $\varphi_{s,\text{required}} > \varphi_{s,\text{original}}$ e viceversa. Per la trave a U, che aveva diametri misti (20 mm nelle anime e 12 mm nella soletta inferiore), il confronto deve essere effettuato sull'area totale di acciaio piuttosto che sul solo φ_s .

Benchmark delle prestazioni — 100.000 casi di carico

Per valutare le prestazioni, eseguiamo 100.000 casi di carico su **ciascuna delle tre sezioni** (SLE e SLU, flessione mono- e biassiale). Il benchmark misura il puro tempo di calcolo. Convergenza ottenuta per tutti i 300.000 casi.

Metrica	Esagonale	Quadrata cava	Trave a U
Casi di carico	100.000	100.000	100.000
Tempo di calcolo	5,26 s	5,30 s	5,35 s
Velocità	19.000 carichi/s	18.900 carichi/s	18.700 carichi/s

Le tre sezioni completano in 5,3 s per 100.000 casi — velocità di 18.700–19.000 dimensionamenti/s. Più lento della verifica delle tensioni (Articolo #2): il dimensionamento aggiunge un ciclo esterno su φ_s , con ogni iterazione che richiede la risoluzione di $(\varepsilon_0, \kappa_y, \kappa_z)$. Convergenza ottenuta per tutti i 300.000 casi. SectionPro dimensiona 100.000 casi in meno di 6 s.

Esportazione

Risultati esportabili in **PDF**, **testo** e **Excel** (.xlsx). Dati per caso di carico: tensioni, deformazioni, perno, φ_s , forze interne e convergenza.

REINFORCEMENT DESIGN RESULTS
GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-13 13:49

Load case #2 is the most unfavorable

ε_s , σ and φ_s

φ_s is the calculated reinforcement diameter. σ and ε are the stresses and strains of concrete and steel (indices c and s). The pivot indicates the limit strain reached (A: steel, B: concrete, As0: concrete alone sufficient).

Param	Unit	#2	#1
σ_c	MPa	-20.00	-11.30
$\sigma_{s,min}$	MPa	-435.21	-139.49
$\sigma_{s,max}$	MPa	440.81	400.00
ε_c	‰	-3.500	-0.847
$\varepsilon_{s,min}$	‰	-2.766	-0.697
$\varepsilon_{s,max}$	‰	10.455	2.000
Pivot	-	B	A
φ_s	mm	25.12	17.60

Internal forces

N_c and N_t are the compression and tension forces resulting from the integration of stresses over the section. The application coordinates of these forces are given by xy . The lever arm z is the distance between these forces.

Param	Unit	#2	#1
N_c	kN	5827.2	1697.8
N_t	kN	-3827.2	-1197.8
x_C	m	-0.255	-0.000
y_C	m	0.355	0.363
x_T	m	0.082	0.000
y_T	m	-0.243	-0.320
z	m	0.687	0.683

Convergence

Given below are the number of iterations necessary for convergence of the solution algorithm, the tolerance achieved, the internal forces (N, M_z, M_y) and the deformation state of the section ($\varepsilon_0, \kappa_x, \kappa_y$).

Param	Unit	#2	#1
N_{iter}	-	43	4
Tol	-	3.66e-8	3.57e-8
N_{int}	kN	2000.0	500.00
M_z_{int}	kN-m	3000.0	1000.00
M_y_{int}	kN-m	1800.0	0.0
ε_0	‰	3.845	0.651
κ_x	‰	-14.689	-2.997
κ_y	‰	-1.556	-0.000

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

REINFORCEMENT DESIGN RESULTS
GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-13 13:49

Given below are figures representing graphically the previous tabular results.

Load case n°2: $\varphi_s = 25.12$ mm (σ , ε and N_c, N_t displayed below)

Load case n°1: $\varphi_s = 17.60$ mm (σ , ε and N_c, N_t displayed below)

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

Figura 16: Esportazione PDF — pagina 1: tabelle dei risultati.

Figura 17: Esportazione PDF — pagina 2: figure.

| Conclusione

Nella pratica ingegneristica, un progettista strutturale si trova tipicamente di fronte a due problemi complementari: verificare una sezione con armatura nota — come trattato nell'Articolo #2 — oppure determinare l'armatura necessaria per resistere a un dato insieme di carichi. La funzione di dimensionamento dell'armatura affronta direttamente il secondo caso. Quando la disposizione delle barre è nota ma il diametro non è ancora fissato, SectionPro trova il φ_s minimo tale che la sezione sia sollecitata esattamente al 100% della sua capacità sotto i limiti normativi di deformazione. Questo fornisce all'ingegnere l'armatura strettamente minima come punto di partenza, da cui selezionare un diametro commerciale pratico.

I risultati sono coerenti con la formulazione del problema inverso: l'equilibrio interno è soddisfatto a precisione macchina per tutti i casi di carico, attraverso tre geometrie diverse, tre codici normativi e sia gli stati limite di esercizio (SLE) che ultimi (SLU). Il solutore converge in modo affidabile in tutti i casi. Per quanto riguarda le prestazioni, il benchmark di 100.000 casi di carico rappresenta un limite superiore — nella pratica, un ingegnere strutturale lavora tipicamente con qualche centinaio di combinazioni di carico. Alla velocità misurata di 19.000 dimensionamenti al secondo, 500 combinazioni si completano in meno di 30 millisecondi: il calcolo è essenzialmente istantaneo.