

Dimensionnement du ferrailage

Tutoriel SectionPro — Ferrailage requis pour des sections hexagonale, carrée creuse et poutre en U sous charges ELS et ELU (EC2, NBR-6118, BAEL 91)

BridgeKernel · 2026

Introduction

Pour un ensemble de forces imposées (N, M_y, M_z) et une disposition d'armatures prédéfinie (positions et espacement des barres), SectionPro détermine le diamètre minimal φ_s nécessaire pour satisfaire les limites réglementaires à chaque position de barre. C'est le problème inverse de la vérification des contraintes (Article #2) : au lieu de vérifier si un ferrailage donné est suffisant, le logiciel trouve le ferrailage qui atteint l'équilibre sous les charges imposées.

Le solveur itère sur φ_s jusqu'à ce que l'état de déformation $(\varepsilon_0, \kappa_y, \kappa_z)$ satisfasse l'équilibre interne avec les limites réglementaires exactement atteintes. Lorsque le béton seul peut résister aux charges imposées sans armature, le résultat est $A_s = 0$ — aucun acier n'est nécessaire.

Cet article reprend les trois sections et les mêmes cas de charge que l'Article #2. Dans ce dernier, le ferrailage était fixé et certains cas de charge dépassaient la capacité de la section ($FS > 1$, vérification KO). Ici, nous déterminons le ferrailage qui serait nécessaire. La corrélation est directe : un FS plus élevé dans l'Article #2 implique un φ_s plus grand dans l'Article #3.

Résultats calculés

SectionPro fournit trois catégories de résultats par cas de charge :

Contraintes & déform. + dimensionnement

σ_c — Contrainte extrême béton
 $\sigma_{s, \min}, \sigma_{s, \max}$ — Contraintes acier
 ε_c — Déformation extrême béton
 $\varepsilon_{s, \min}, \varepsilon_{s, \max}$ — Déformations acier
Pivot — Mode de rupture (A, B ou $A_s = 0$)
 φ_s — Diamètre requis

Forces internes

N_c — Résultante compression
 N_t — Résultante traction
 (x_C, y_C) — Centre compression
 (x_T, y_T) — Centre traction
 z — Bras de levier

Convergence

N_{iter} — Itérations
Tol — Tolérance
 $N_{\text{int}}, M_{z, \text{int}}, M_{y, \text{int}}$ — Forces internes
 $\varepsilon_0, \kappa_x, \kappa_y$ — État de déformation

Pivots de rupture

Le pivot indique quel matériau atteint sa déformation ultime en premier :

- **Pivot A — Rupture acier.** L'armature tendue atteint sa déformation ultime ε_{su} avant l'écrasement du béton. Typique des sections faiblement armées ou en traction dominante. Déformation gouvernante : $\varepsilon_s = \varepsilon_{su}$.
- **Pivot B — Rupture béton.** Le béton atteint sa déformation ultime de compression ε_{cu} avant la plastification complète de l'acier. Typique des sections fortement chargées ou en compression dominante. Déformation gouvernante : $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$.
- **Pivot C — Compression forte.** La section est fortement comprimée. La déformation atteint $\varepsilon_c = \varepsilon_{c2}$ en un point situé à $(1 - \varepsilon_{c2}/\varepsilon_{cu2}) \cdot h$ de la fibre la plus comprimée (soit $3h/7$ pour les valeurs courantes $\varepsilon_{c2} = 2\text{‰}$ et $\varepsilon_{cu2} = 3.5\text{‰}$). Cas rare en pratique.
- **Pivot $A_s = 0$ — Pas d'armature nécessaire.** Le béton seul peut résister aux charges imposées. La section d'acier requise est nulle.

Section hexagonale pleine

Données d'entrée

Béton

- Section hexagonale
- Largeur $B = 2.00$ m
- Épaisseur min. $h_1 = 0.60$ m
- Épaisseur max. $h_2 = 1.00$ m

Disposition des armatures

- Espacement uniforme 150 mm
- 30 positions de barres
- Enrobage 50 mm — 1 nappe
- Diamètre φ_s : à déterminer

Lois matériaux (EC2)

- Béton C30/37 : $f_{ck} = 30$ MPa
- Acier B500B : $f_{yk} = 500$ MPa

Fig. 1. – Section hexagonale.

ELS — Flexion composée ($N + M_z$)

Charges imposées : $N = 500$ kN, $M_z = 1000$ kN · m, $M_y = 0$

Visualization of stresses and strains

Load 1 ☒ σ ☐ ε ☐ N ☐ M ☐ M_y ☐ M_z ☐ Details

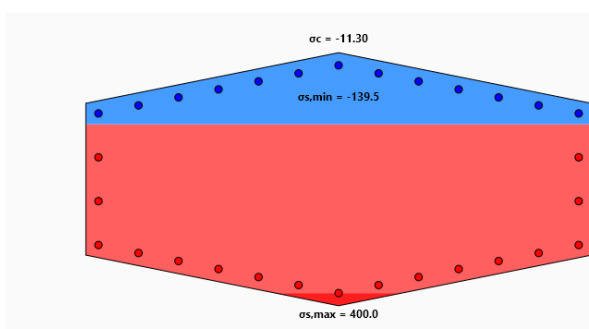


Fig. 2. – Distribution des contraintes.

Visualization of stresses and strains

Load 1 ☐ σ ☒ ε ☐ N ☐ M ☐ M_y ☐ M_z ☐ Details

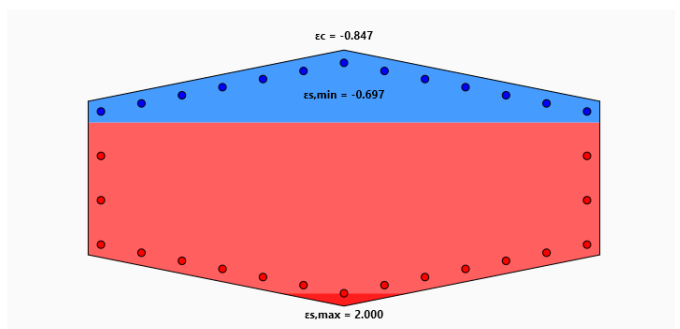


Fig. 3. – Distribution des déformations.

Contraintes & déformations + dimensionnement

σ_c	-11.30 MPa
$\sigma_{s,\min}$	-139.49 MPa
$\sigma_{s,\max}$	400.00 MPa
ε_c	-0.847‰
$\varepsilon_{s,\min}$	-0.697‰
$\varepsilon_{s,\max}$	2.000‰
Pivot	A
φ_s	17.60 mm

Forces internes

N_c	1697.8 kN
N_t	-1197.8 kN
x_C	0.000 m
y_C	0.364 m
x_T	0.000 m
y_T	-0.320 m
z	0.683 m

Convergence

N_{iter}	4
Tol	3.57×10^{-8}
N_{int}	500.0 kN
$M_{z,\text{int}}$	1000.0 kN · m
$M_{y,\text{int}}$	0.0 kN · m
ε_0	0.651×10^{-3}
κ_x	-2.997×10^{-3}
κ_y	0.000×10^{-3}

Pivot A : l'acier gouverne ($\varepsilon_{s,\max} = 2.000\text{‰} = \varepsilon_{su}$). Diamètre requis : $\varphi_s = 17.60$ mm (30 barres).

ELU — Flexion biaxiale ($N + M_y + M_z$)

Charges imposées : $N = 2000$ kN, $M_z = 3000$ kN · m, $M_y = 1800$ kN · m

Visualization of stresses and strains

Load 2 ☐ σ ☒ ε ☐ N ☐ Q ☐ Q ☐ Details

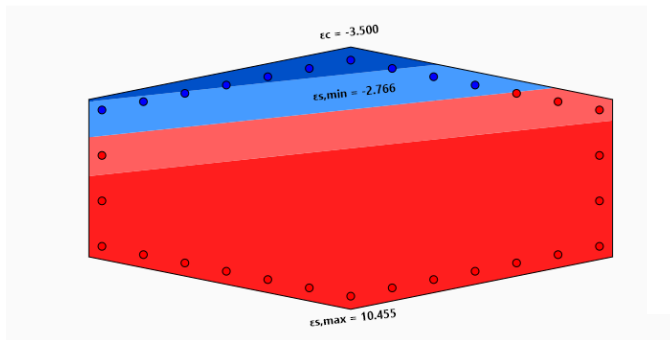


Fig. 4. – Distribution des contraintes.

Visualization of stresses and strains

Load 2 ☐ σ ☒ ε ☐ N ☐ Q ☐ Q ☐ Details

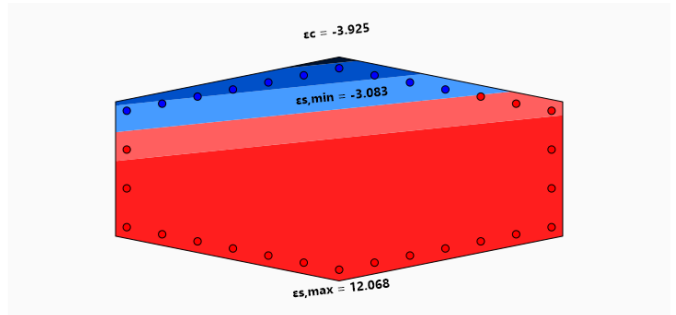


Fig. 5. – Distribution des déformations.

Contraintes & déformations + dimensionnement

σ_c	-20.00 MPa
$\sigma_{s,\min}$	-435.21 MPa
$\sigma_{s,\max}$	440.81 MPa
ε_c	-3.500‰
$\varepsilon_{s,\min}$	-2.766‰
$\varepsilon_{s,\max}$	10.455‰
Pivot	B
φ_s	25.12 mm

Forces internes

N_c	5827.2 kN
N_t	-3827.2 kN
x_C	-0.255 m
y_C	0.355 m
x_T	0.082 m
y_T	-0.243 m
z	0.687 m

Convergence

N_{iter}	43
Tol	3.66×10^{-8}
N_{int}	2000.0 kN
$M_{z,\text{int}}$	3000.0 kN · m
$M_{y,\text{int}}$	1800.0 kN · m
ε_0	3.845×10^{-3}
κ_x	-14.689×10^{-3}
κ_y	-1.556×10^{-3}

Pivot B : le béton gouverne ($\varepsilon_c = -3.500\text{‰} = \varepsilon_{cu}$). Diamètre requis : $\varphi_s = 25.12$ mm (ELU biaxial).

Section carrée creuse

Données d'entrée

Béton

- Section carrée creuse
- Côté extérieur $a = 2.0$ m
- Épaisseur de paroi $t = 0.30$ m

Disposition des armatures

- Espacement uniforme 150 mm
- 64 positions de barres
- Enrobage 40 mm
- 1 nappe par face (intérieure + extérieure)
- Diamètre φ_s : à déterminer

Lois matériaux (NBR-6118)

- Béton C30 : $f_{ck} = 30$ MPa
- Acier : $f_{yk} = 500$ MPa

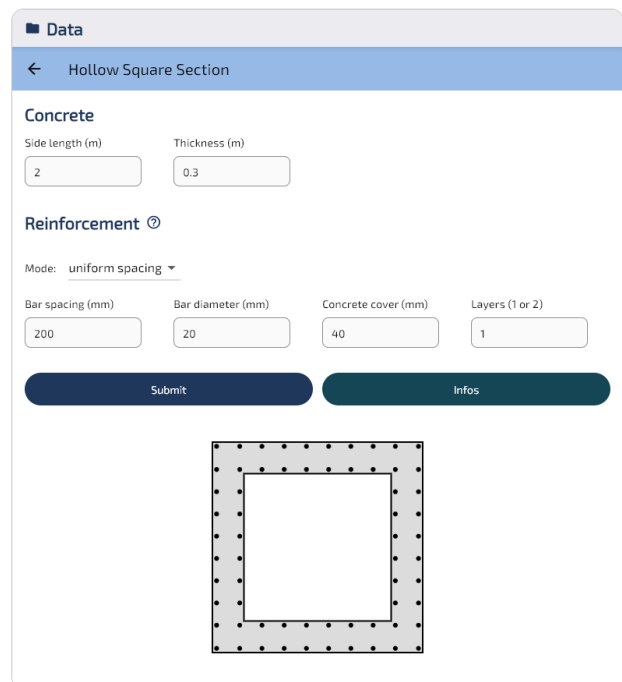


Fig. 6. – Section carrée creuse — géométrie et disposition des armatures.

ELS — Flexion biaxiale ($N + M_y + M_z$)

Charges imposées : $N = -400$ kN, $M_z = 900$ kN · m, $M_y = 400$ kN · m

Visualization of stresses and strains

Load 1 ☒ σ ☐ ε ☐ N ☐ M_y ☐ M_z ☐ Details

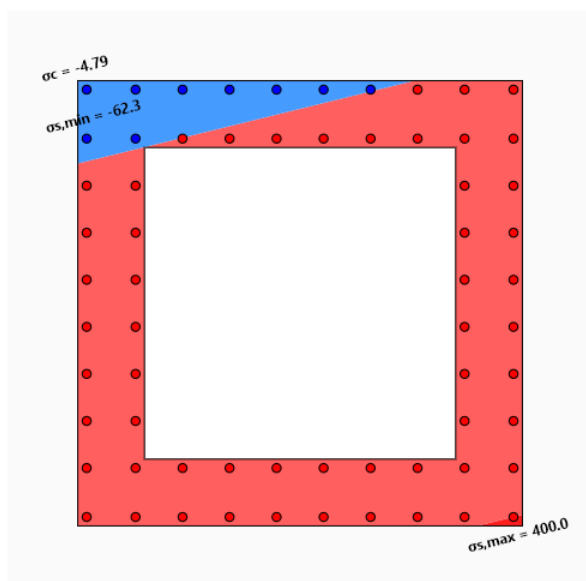


Fig. 7. – Distribution des contraintes.

Visualization of stresses and strains

Load 1 ☐ σ ☒ ε ☐ N ☐ M_y ☐ M_z ☐ Details

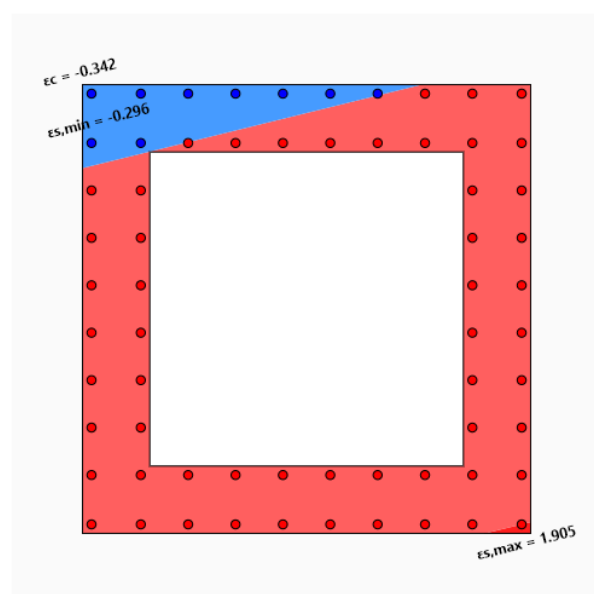


Fig. 8. – Distribution des déformations.

Pivot B : le béton gouverne ($\varepsilon_c = -3.500\text{‰} = \varepsilon_{cu}$). Diamètre requis : $\varphi_s = 19.38 \text{ mm}$ (ELU biaxial).

Section personnalisée — Poutre en U

Données d'entrée

Cette section utilise la **géométrie solide personnalisée**. Le contour extérieur est défini par une liste de points XY, et les armatures par un tableau de positions (x, y) . Procédure recommandée pour les géométries non standard ne correspondant pas aux formes paramétriques prédéfinies.

Béton

- Poutre en U avec âmes inclinées
- Hauteur totale $h = 1.20 \text{ m}$

Disposition des armatures

- Espacement uniforme 150 mm
- Dalle inférieure : 11 positions
- Âmes : 49 positions
- 2 nappes par âme
- Diamètre φ_s : à déterminer

Lois matériaux (BAEL 91)

- Béton : $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$, $\theta = 0.85$
- Acier fe500 : $f_e = 500 \text{ MPa}$

Fig. 11. – Poutre en U — géométrie et disposition des armatures.

ELS — Flexion simple (M_z)

Charges imposées : $N = 0 \text{ kN}$, $M_z = 1500 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $M_y = 0$

Visualization of stresses and strains

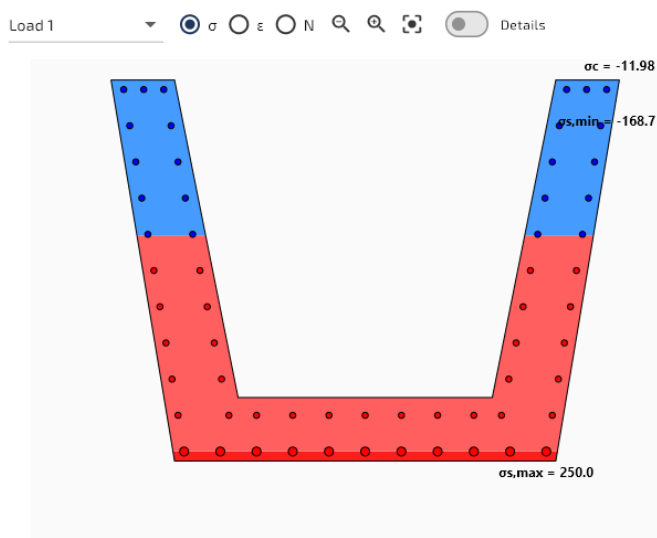


Fig. 12. – Distribution des contraintes.

Visualization of stresses and strains

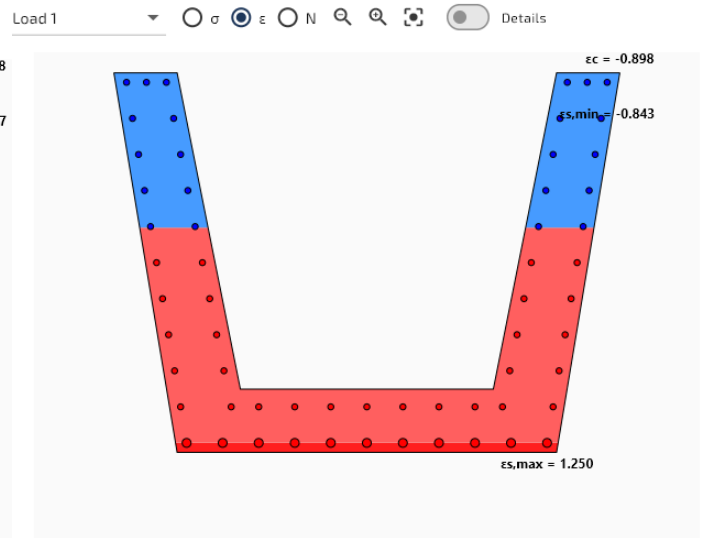


Fig. 13. – Distribution des déformations.

Contraintes & déformations + dimensionnement

σ_c	-11.98 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-168.65 MPa
$\sigma_{s, \max}$	250.00 MPa
ε_c	-0.898‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-0.843‰
$\varepsilon_{s, \max}$	1.250‰
Pivot	A
φ_s	17.88 mm

Forces internes

N_c	1680.9 kN
N_t	-1680.9 kN
x_C	0.000 m
y_C	0.571 m
x_T	0.000 m
y_T	-0.321 m
z	0.892 m

Convergence

N_{iter}	4
Tol	2.21×10^{-7}
N_{int}	0.0 kN
$M_{z, \text{int}}$	1500.0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	0.0 kN · m
ε_0	0.434×10^{-3}
κ_x	-1.836×10^{-3}
κ_y	0.000×10^{-3}

Pivot A : l'acier gouverne ($\sigma_{s, \max} = 250.00 \text{ MPa} = \bar{\sigma}_s$, contrainte admissible BAEI, fissuration préjudiciable). Diamètre requis : $\varphi_s = 17.88 \text{ mm}$ (60 barres).

ELU — Flexion biaxiale ($M_y + M_z$)

Charges imposées : $N = 0 \text{ kN}$, $M_z = 2000 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $M_y = 500 \text{ kN} \cdot \text{m}$

Visualization of stresses and strains

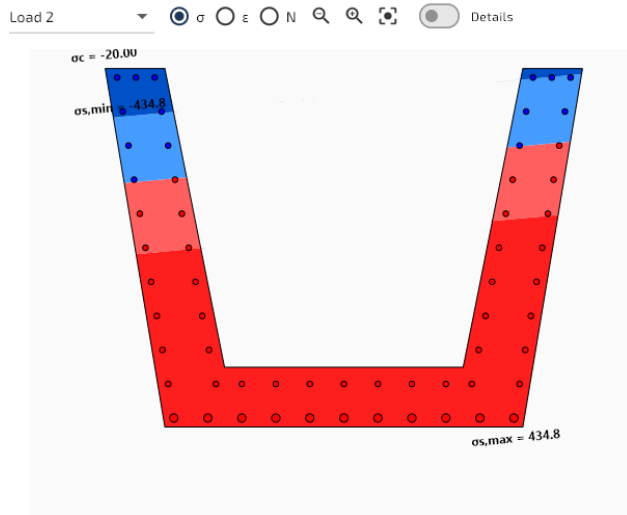


Fig. 14. – Distribution des contraintes.

Visualization of stresses and strains

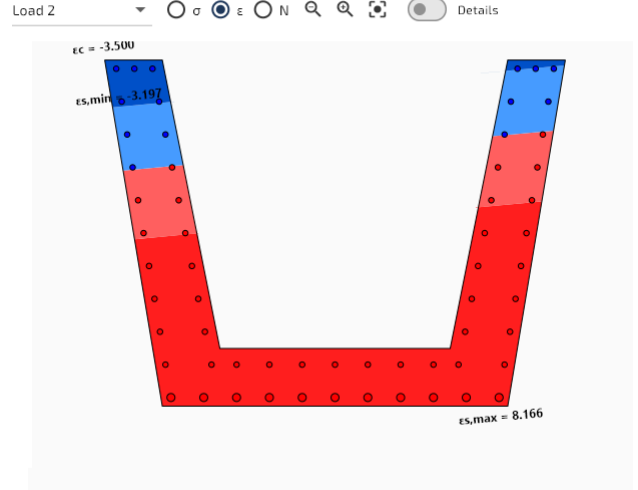


Fig. 15. – Distribution des déformations.

Contraintes & déformations + dimensionnement

σ_c	-20.00 MPa
$\sigma_{s, \min}$	-434.78 MPa
$\sigma_{s, \max}$	434.78 MPa
ε_c	-3.500‰
$\varepsilon_{s, \min}$	-3.197‰
$\varepsilon_{s, \max}$	8.166‰
Pivot	B
φ_s	13.26 mm

Forces internes

N_c	2386.2 kN
N_t	-405.4 kN
x_C	-0.142 m
y_C	0.596 m
x_T	-0.060 m
y_T	0.191 m
z	0.413 m

Convergence

N_{iter}	39
Tol	3.29×10^{-8}
N_{int}	0.0 kN
$M_{z, \text{int}}$	2000.0 kN · m
$M_{y, \text{int}}$	500.0 kN · m
ε_0	3.693×10^{-3}
κ_x	-8.996×10^{-3}
κ_y	-0.833×10^{-3}

Pivot B : le béton gouverne ($\varepsilon_c = -3.500\text{‰} = \varepsilon_{cu}$). Diamètre requis : $\varphi_s = 13.26 \text{ mm}$ (ELU biaxial).

Validation des résultats

Vérification de l'équilibre interne

Les charges imposées (N, M_y, M_z) sont les **entrées**. SectionPro trouve le diamètre φ_s et l'état de déformation correspondant $(\varepsilon_0, \kappa_y, \kappa_z)$ par résolution itérative, puis intègre les contraintes sur la section pour obtenir les forces **internes** $(N_{\text{int}}, M_{y,\text{int}}, M_{z,\text{int}})$. À convergence, celles-ci doivent correspondre aux charges imposées :

$$N_{\text{int}} \approx N \qquad M_{y,\text{int}} \approx M_y \qquad M_{z,\text{int}} \approx M_z$$

Section	Charge	N (kN)	N_{int} (kN)	M_z (kN·m)	$M_{z,\text{int}}$ (kN·m)	Δ
Hexagonale	ELS	500.0	500.0	1000.0	1000.0	0.00 %
	ELU	2000.0	2000.0	3000.0	3000.0	0.00 %
Carrée cr.	ELS	−400.0	−400.0	900.0	900.0	0.00 %
	ELU	0.0	0.0	6000.0	6000.0	0.00 %
Poutre en U	ELS	0.0	0.0	1500.0	1500.0	0.00 %
	ELU	0.0	0.0	2000.0	2000.0	0.00 %

L'équilibre interne est satisfait à la précision machine pour les six cas de charge — trois géométries différentes, trois codes réglementaires, et des lois matériaux linéaires (ELS) et non linéaires (ELU).

Référence croisée avec l'Article #2

Le tableau ci-dessous compare le facteur de sécurité de l'Article #2 (ferraillage fixé) avec le φ_s requis calculé dans cet article. Le dimensionnement applique un φ_s uniforme à toutes les positions de barres.

Section	Charge	φ_s (Art. #2)	FS (Art. #2)	Vérif. (Art. #2)	Pivot	φ_s requis
Hexagonale	ELS	25 mm	0.527	OK	A	17.6 mm
	ELU	25 mm	1.121	KO	B	25.1 mm
Carrée cr.	ELS	20 mm	0.274	OK	A	10.0 mm
	ELU	20 mm	0.634	OK	B	19.4 mm
Poutre en U	ELS	20/12 mm	1.209	KO	A	17.9 mm
	ELU	20/12 mm	0.436	OK	B	13.3 mm

Pour les sections à ferraillage uniforme, la corrélation est directe : $\text{FS} > 1$ implique $\varphi_{s,\text{requis}} > \varphi_{s,\text{original}}$ et inversement. Pour la poutre en U, qui avait des diamètres mixtes, la comparaison doit porter sur la section d'acier totale plutôt que sur φ_s seul.

Benchmark — 100 000 cas de charge

Pour démontrer l'aptitude de SectionPro au dimensionnement systématique, nous exécutons 100 000 cas de charge sur **chacune des trois sections** définies ci-dessus. Les cas de charge combinent ELS

et ELU, flexion uniaxiale et biaxiale. Le benchmark mesure le temps de calcul pur, hors interface. La convergence a été obtenue pour les 300 000 cas.

Métrique	Hexagonale	Carrée creuse	Poutre en U
Cas de charge	100 000	100 000	100 000
Temps de calcul	5,26 s	5,30 s	5,35 s
Cadence	19 000 charges/s	18 900 charges/s	18 700 charges/s

Les trois sections sont traitées en environ 5,3 secondes pour 100 000 cas — soit des cadences de 18 700 à 19 000 dimensionnements par seconde. C’est plus lent que la vérification des contraintes (Article #2), ce qui est attendu : le dimensionnement ajoute une boucle d’itération externe sur φ_s , chaque itération nécessitant une résolution complète sur l’état de déformation ($\varepsilon_0, \kappa_y, \kappa_z$).

La convergence a été obtenue pour les 300 000 cas de charge, sur les trois géométries, codes réglementaires et états limites. Malgré cette couche supplémentaire, SectionPro dimensionne 100 000 cas de charge en moins de 6 secondes, rendant l’outil adapté au dimensionnement systématique pour de grandes enveloppes de charges.

Export

SectionPro exporte les résultats en trois formats : **PDF**, **texte** (colonnes à largeur fixe) et **Excel** (.xlsx). Les données exportées comprennent, par cas de charge : contraintes et déformations, pivot de rupture, diamètre requis φ_s , forces internes (avec centres de gravité et bras de levier), et informations complètes de convergence.

REINFORCEMENT DESIGN RESULTS

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-13 13:49

Load case #2 is the most unfavorable

ε , σ and ϕ_s

ϕ_s is the calculated reinforcement diameter, σ and ε are the stresses and strains of concrete and steel (indices c and s). The pivot indicates the limit strain reached (A: steel, B: concrete, As0: concrete alone sufficient).

Param	Unit	#2	#1
σ_c	MPa	-20.00	-11.30
$\sigma_{s,min}$	MPa	-435.21	-139.49
$\sigma_{s,max}$	MPa	440.81	400.00
ε_c	‰	-3.500	-0.847
$\varepsilon_{s,min}$	‰	-2.766	-0.697
$\varepsilon_{s,max}$	‰	10.455	2.000
Pivot	-	B	A
ϕ_s	mm	25.12	17.60

Internal forces

Nc and Nt are the compression and tension forces resulting from the integration of stresses over the section. The application coordinates of these forces are given by xy. The lever arm z is the distance between these forces.

Param	Unit	#2	#1
Nc	kN	5827.2	1697.8
Nt	kN	-3827.2	-1197.8
x _C	m	-0.255	-0.000
y _C	m	0.355	0.363
x _T	m	0.082	0.000
y _T	m	-0.243	-0.320
z	m	0.687	0.683

Convergence

Given below are the number of iterations necessary for convergence of the solution algorithm, the tolerance achieved, the internal forces (N,Mz,My) and the deformation state of the section ($\varepsilon_0, \kappa_x, \kappa_y$).

Param	Unit	#2	#1
N _{iter}	-	43	4
Tol	-	3.66e-8	3.57e-8
N _{int}	kN	2000.0	500.00
M _{z,int}	kN·m	3000.0	1000.00
M _{y,int}	kN·m	1800.0	0.0
ε_0	‰	3.845	0.651
κ_x	‰	-14.689	-2.997
κ_y	‰	-1.556	-0.000

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

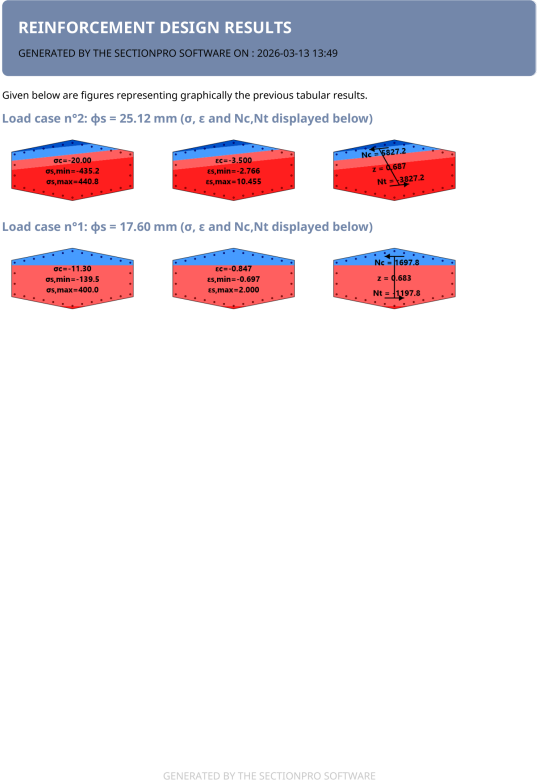


Fig. 16. – Export PDF — page 1 : tableaux de résultats.

Fig. 17. – Export PDF — page 2 : figures.

Conclusion

En pratique, l'ingénieur structure fait face à deux problèmes complémentaires : soit vérifier une section avec un ferrailage connu — comme traité dans l'Article #2 — soit déterminer le ferrailage nécessaire pour résister à un ensemble de charges donné. La fonctionnalité de dimensionnement traite directement le second cas. Lorsque la disposition des barres est connue mais que le diamètre n'est pas encore fixé, SectionPro trouve le φ_s minimal tel que la section est chargée exactement à 100% de sa capacité sous les limites réglementaires de déformation. Cela fournit à l'ingénieur le ferrailage strictement minimal comme point de départ, à partir duquel un diamètre de barre pratique peut être sélectionné.

Les résultats sont cohérents avec la formulation du problème inverse : l'équilibre interne est satisfait à la précision machine pour tous les cas de charge, sur trois géométries différentes, trois codes réglementaires, et les états limites ELS et ELU. Le solveur converge de manière fiable dans tous les cas. Concernant les performances, le benchmark de 100 000 cas de charge constitue une borne supérieure — en pratique, un ingénieur travaille typiquement avec quelques centaines de combinaisons de charges. À la cadence mesurée de 19 000 dimensionnements par seconde, 500 combinaisons s'exécutent en moins de 30 millisecondes : le calcul est essentiellement instantané.