

# Caracteristici mecanice

Tutorial SectionPro — Secțiuni pătrată, circulară tubulară și perete în formă de L

BridgeKernel · 2026

## Introducere

Caracteristicile mecanice ale unei secțiuni — arie, momente de inerție, centru de greutate, constanta de torsiune, arii de forfecare — reprezintă punctul de plecare al oricărui calcul structural. Acest articol arată cum se obțin cu **SectionPro**, pe trei geometrii diferite:

- Secțiune pătrată** — cazul cel mai simplu, toate proprietățile sunt calculabile analitic.
- Secțiune circulară tubulară** — torsiunea și inerția rămân analitice, dar ariile de forfecare necesită un calcul numeric.
- Perete în formă de L** — numai proprietățile geometrice sunt analitice. Torsiunea, forfecarea și gauchirea sunt pur numerice. Această secțiune ilustrează cazul unei geometrii asimetrice ( $\alpha \neq 0$ ).

## Proprietăți calculate

SectionPro calculează următoarele proprietăți. Primele trei grupuri sunt calculate pentru secțiunea brută, netă (deducerea golurilor la locația armăturilor) și omogenizată (luarea în considerare a armăturilor prin coeficientul de echivalență  $n$ ):

### Rezultate generale

$A$  — Aria  
 $(z_G, y_G)$  — Centru de greutate  
 $P$  — Perimetru  
 $W$  — Greutate liniară

### Reper central

$I_{zz}, I_{yy}$  — Momente de inerție  
 $v^+, v^-$  — Fibre extreme ( $y$ )  
 $w^+, w^-$  — Fibre extreme ( $z$ )

### Reper principal

$\alpha$  — Unghi de rotație  
 $I_1, I_2$  — Inerții principale  
 $v^+, v^-, w^+, w^-$  — Fibre extreme

### Torsiune și forfecare (MEF)

$J$  — Constanta de torsiune  
 $A_{sy}, A_{sz}$  — Arii de forfecare  
 $(y_T, z_T)$  — Centrul de forfecare  
 $\Gamma$  — Constanta de gauchire

Caracteristicile de torsiune și forfecare necesită rezolvarea unei ecuații diferențiale prin metoda elementelor finite.

# Secțiune pătrată

## Date

### Beton

Latură  $a = 2.0$  m

Densitate  $\rho = 2.5$  t/m<sup>3</sup>

### Armături

HA25 distanță 200 mm, acoperire cu beton 50 mm

1 strat — coeficient de echivalență  $n = 5$

## Introducerea datelor și rezultate

**Data**

Solid Square Section

**Concrete**

Side length (m)

2

**Reinforcement**

Mode: uniform spacing

Bar spacing (mm) 200 Bar diameter (mm) 25 Concrete cover (mm) 50 Layers (1 or 2) 1

Submit Infos

Figura 1: Introducerea datelor secțiunii pătrate.

**Analysis**

Mechanical characteristics

Specify the equivalence coefficient  $n=Es/Ec$  for homogenized properties and the mesh refinement for torsion and shear computations.

$n = Es/Ec$  5 Mesh refinement Fine

Compute Export

Section drawing

General results

The area  $A$ , perimeter  $P$ , weight per linear meter  $W$  and the coordinates of the center of gravity ( $z_G$ ,  $y_G$ ) are given below:

Cara	Unit	Raw	Net	Homog.
$A$	m <sup>2</sup>	4.0000	3.9823	4.0707
$z_G$	m	1.000	1.000	1.000
$y_G$	m	1.000	1.000	1.000
$P$	m	8.0000	—	—
$W$	T/m	10.0000	—	—

Figura 2: Pagina de rezultate ale caracteristicilor mecanice.

Prin dubla simetrie, centrul de greutate se află în centrul pătratului, unghiul principal este nul, iar cele două momente de inerție sunt egale.

## Rezultate generale

	Unitate	Brută	Netă	Omog.
$A$	m <sup>2</sup>	4.0000	3.9823	4.0707
$z_G$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$y_G$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$P$	m	8.0000	—	—
$W$	T/m	10.0000	—	—

## Încovoiere

### 3.2.2.1 Reper central

	Unitate	Brută	Netă	Omog.
$I_{zz}$	m <sup>4</sup>	1.3333	1.3226	1.3761
$I_{yy}$	m <sup>4</sup>	1.3333	1.3226	1.3761
$v^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$v^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000

### 3.2.2.2 Reper principal

	Unitate	Brută	Netă	Omog.
$I_1$	m <sup>4</sup>	1.3333	1.3226	1.3761
$I_2$	m <sup>4</sup>	1.3333	1.3226	1.3761
$v^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$v^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$\alpha$	°	0.00	0.00	0.00

## Torsiune și forfecare (MEF)

Prin dubla simetrie, centrul de forfecare coincide cu centrul de greutate ( $y_T = z_T = y_G = z_G = 1.0$  m). Gauchirea este practic nulă ( $\Gamma \approx 0$ ). Raportul  $A_{sz}/A = 3.33/4.00 \approx 0.83$ , tipic pentru o secțiune plină.

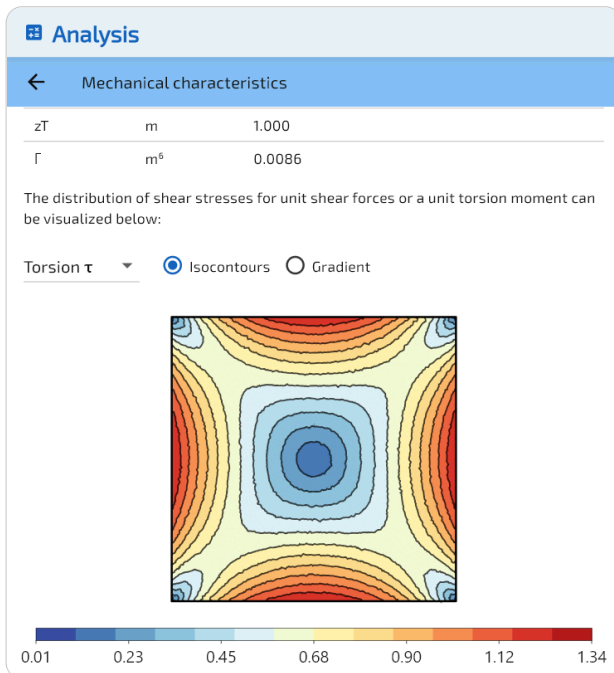


Figura 3: Tensiuni de torsiune  $\tau$  — maxim la mijlocul laturilor.

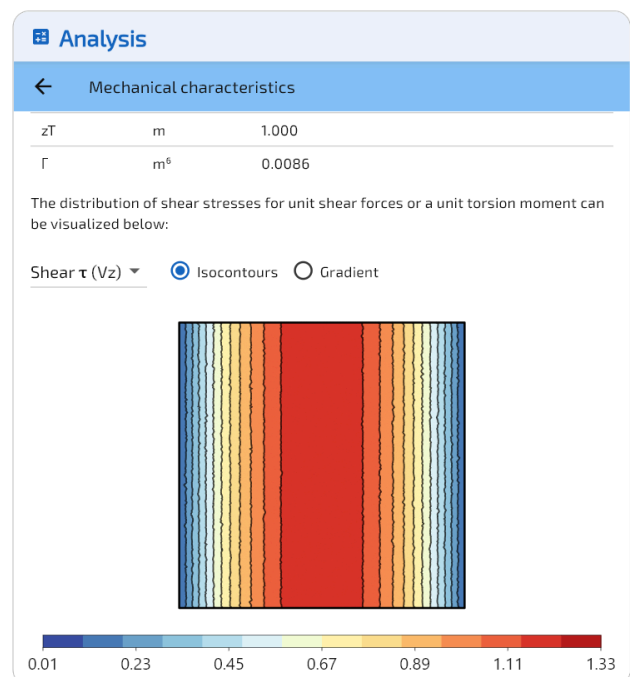


Figura 4: Tensiuni de forfecare.

	$J$	$A_{sz}$	$A_{sy}$	$y_T$	$z_T$	$\Gamma$
Unitate	m <sup>4</sup>	m <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	m	m	m <sup>6</sup>
Valoare	2.2492	3.3333	3.3333	1.0000	1.0000	0.0086

# Secțiune circulară tubulară

## Date

### Beton

Diametru exterior  $D = 2.0$  m

Grosimea peretelui  $e = 0.3$  m

Densitate  $\rho = 2.5$  t/m<sup>3</sup>

### Armături

24 HA20, acoperire cu beton 50 mm

1 strat — coeficient de echivalență  $n = 5$

## Introducerea datelor și rezultate

**Data**

Hollow Circular Section

**Concrete**

Outer diameter (m) 2.0 Wall thickness (m) 0.3

**Reinforcement**

Mode: count

Number of rebars 24 Bar diameter (mm) 20 Concrete cover (mm) 50 Layers (1 or 2) 1

Submit Infos

Figura 5: Introducerea datelor secțiunii circulare tubulare.

**Analysis**

Mechanical characteristics

**General results**

The area A, perimeter P, weight per linear meter W and the coordinates of the center of gravity (zG, yG) are given below:

Cara	Unit	Raw	Net	Homog.
A	m <sup>2</sup>	1.6022	1.5871	1.6625
zG	m	1.000	1.000	1.000
yG	m	1.000	1.000	1.000
P	m	6.283	-	-
W	T/m	4.005	-	-

zG and yG are given respectively with respect to the extreme fiber on the left and at the bottom of the section.

**Centroidal reference frame**

The central reference frame is positioned at the center of gravity of the gross section. The z-axis is horizontal, oriented to the right and the y-axis is vertical, oriented upwards.

The moments of inertia Izz and Iyy, as well as the distances of the extreme fibers at the top (v+), at the bottom (v-), to the right (w+) and to the left (w-) with respect to this reference frame are given below:

Cara	Unit	Raw	Net	Homog.
Izz	m <sup>4</sup>	0.5968	0.5913	0.6189
Iyy	m <sup>4</sup>	0.5968	0.5913	0.6189
v+	m	1.000	1.000	1.000
v-	m	1.000	1.000	1.000
w+	m	1.000	1.000	1.000
w-	m	1.000	1.000	1.000

Figura 6: Pagina de rezultate ale caracteristicilor mecanice.

Prin simetria circulară, inerțiile sunt egale, iar unghiul principal este nedeterminat (afișat ca 0°).

## Rezultate generale

	Unitate	Brută	Netă	Omog.
A	m <sup>2</sup>	1.6022	1.5871	1.6625
z <sub>G</sub>	m	1.0000	1.0000	1.0000
y <sub>G</sub>	m	1.0000	1.0000	1.0000
P	m	6.2832	—	—
W	T/m	4.0055	—	—

## Încovoiere

### 4.2.2.1 Reper central

	Unitate	Brută	Netă	Omog.
$I_{zz}$	m <sup>4</sup>	0.5968	0.5913	0.6189
$I_{yy}$	m <sup>4</sup>	0.5968	0.5913	0.6189
$v^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$v^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000

### 4.2.2.2 Reper principal

	Unitate	Brută	Netă	Omog.
$I_1$	m <sup>4</sup>	0.5968	0.5913	0.6189
$I_2$	m <sup>4</sup>	0.5968	0.5913	0.6189
$v^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$v^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$\alpha$	°	0.00	0.00	0.00

## Torsiune și forfecare (MEF)

Prin simetria de revoluție, centrul de forfecare coincide cu centrul de greutate ( $y_T = z_T = y_G = z_G = 1.0$  m), iar gauchirea este nulă ( $\Gamma = 0$ ). Raportul  $A_{sz}/A = 0.84/1.60 \approx 0.53$ : secțiunea tubulară este mai puțin eficientă la forfecare decât o secțiune plină.

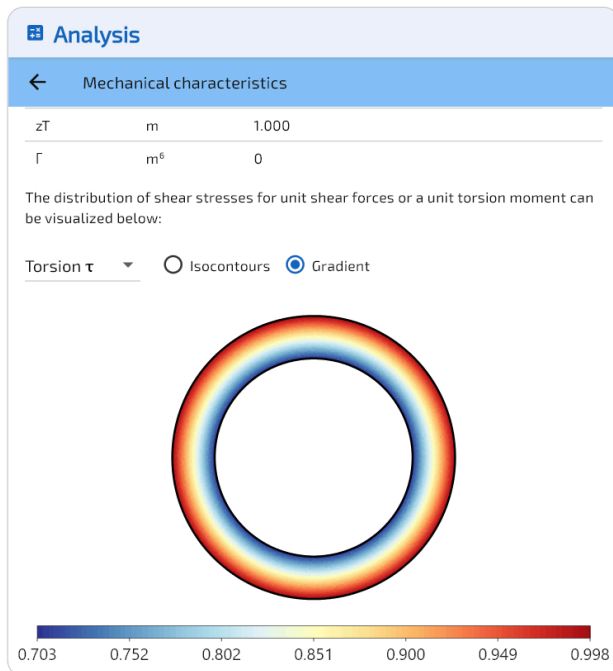


Figura 7: Tensiuni de torsiune  $\tau$  — maxim pe conturul exterior.

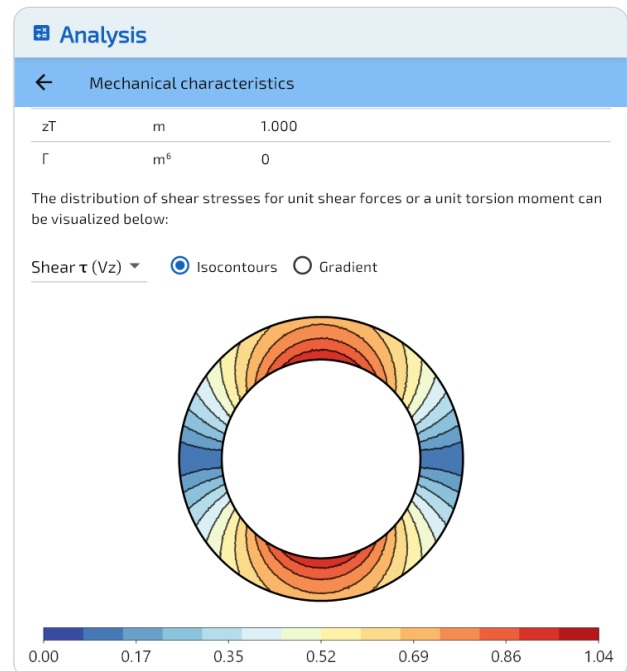


Figura 8: Tensiuni de forfecare.

	$J$	$A_{sz}$	$A_{sy}$	$y_T$	$z_T$	$\Gamma$
Unitate	m <sup>4</sup>	m <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	m	m	m <sup>6</sup>
Valoare	1.1936	0.8422	0.8422	1.0000	1.0000	0.0000

# Perete în formă de L

## Date

### Beton

Tip L — lățime 2.0 m, înălțime 2.0 m

Grosime  $t = 0.3$  m

Densitate  $\rho = 2.5$  t/m<sup>3</sup>

### Armături

HA20 distanță 200 mm, acoperire cu beton 40 mm

1 strat — coeficient de echivalență  $n = 5$

## Introducerea datelor și rezultate

Figura 9: Introducerea datelor peretelui în formă de L.

**General results**

The area A, perimeter P, weight per linear meter W and the coordinates of the center of gravity (z<sub>G</sub>, y<sub>G</sub>) are given below:

Cara	Unit	Raw	Net	Homog.
A	m <sup>2</sup>	1.1100	1.0974	1.1603
z <sub>G</sub>	m	0.609	0.609	0.610
y <sub>G</sub>	m	0.609	0.609	0.610
P	m	8.000	-	-
W	T/m	2.775	-	-

*z<sub>G</sub> and y<sub>G</sub> are given respectively with respect to the extreme fiber on the left and at the bottom of the section.*

**Centroidal reference frame**

The central reference frame is positioned at the center of gravity of the gross section. The z-axis is horizontal, oriented to the right and the y-axis is vertical, oriented upwards.

Figura 10: Pagina de rezultate ale caracteristicilor mecanice.

Aripile având aceeași lungime,  $I_{zz} = I_{yy}$ , iar unghiul principal este exact  $\alpha = 45^\circ$ .

## Rezultate generale

	Unitate	Brută	Netă	Omog.
A	m <sup>2</sup>	1.1100	1.0974	1.1603
z <sub>G</sub>	m	0.6095	0.6093	0.6100
y <sub>G</sub>	m	0.6095	0.6093	0.6100
P	m	8.0000	—	—
W	T/m	2.7750	—	—

## Încovoiere

### 5.2.2.1 Reper central

	Unitate	Brută	Netă	Omog.
$I_{zz}$	m <sup>4</sup>	0.4030	0.3981	0.4225
$I_{yy}$	m <sup>4</sup>	0.4030	0.3981	0.4225
$v^+$	m	1.3905	1.3907	1.3900
$v^-$	m	0.6095	0.6093	0.6100
$w^+$	m	1.3905	1.3907	1.3900
$w^-$	m	0.6095	0.6093	0.6100

### 5.2.2.2 Reper principal

	Unitate	Brută	Netă	Omog.
$I_1$	m <sup>4</sup>	0.6373	0.6297	0.6679
$I_2$	m <sup>4</sup>	0.1687	0.1666	0.1771
$v^+$	m	1.4142	1.4142	1.4142
$v^-$	m	1.4142	1.4142	1.4142
$w^+$	m	0.7644	0.7644	0.7644
$w^-$	m	0.8619	0.8619	0.8619
$\alpha$	°	45.00	45.00	45.00

## Torsiune și forfecare (MEF)

Centrul de forfecare ( $y_T = z_T = 0.16$  m) este deplasat spre colțul rentrant, departe de centrul de greutate ( $y_G = z_G = 0.61$  m). Gauchirea este semnificativă ( $\Gamma = 0.009$  m<sup>6</sup>). Constanta de torsiune  $J = 0.032$  m<sup>4</sup> este foarte mică — tipică pentru un profil deschis cu pereți subțiri. Raportul  $A_{sz}/A = 0.50/1.11 \approx 0.45$ .

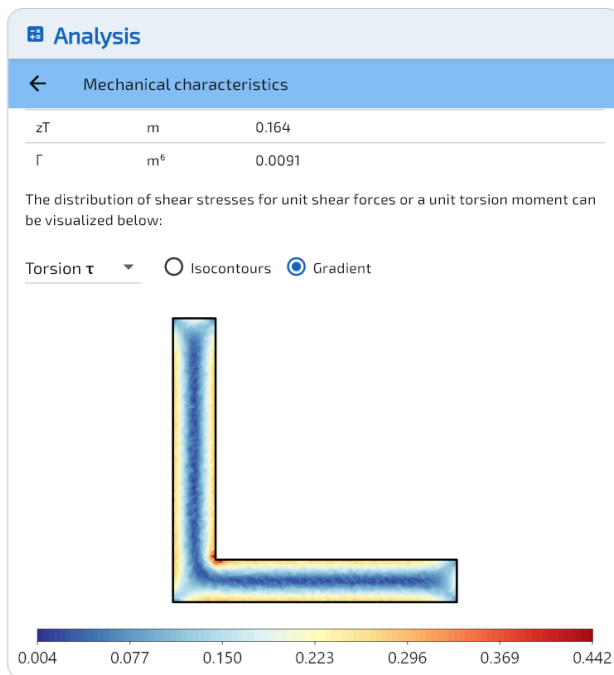


Figura 11: Tensiuni de torsiune  $\tau$  — singularitate la colțul rentrant. Centrul de forfecare deplasat.

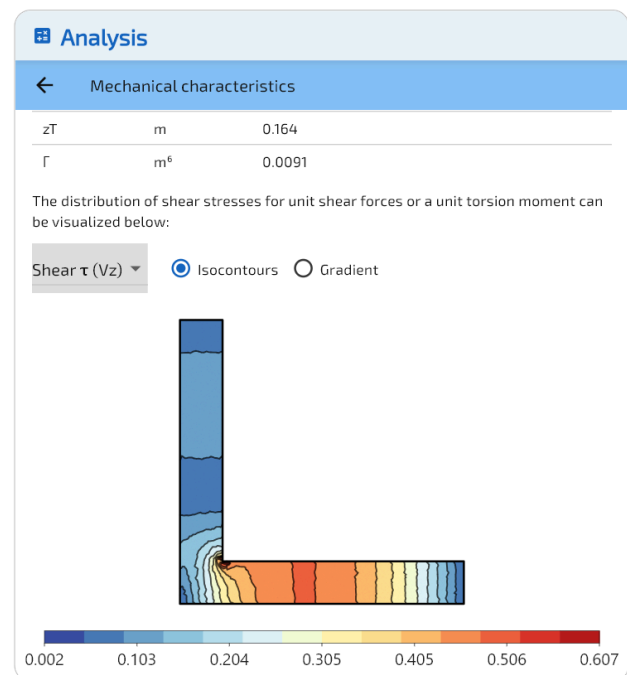


Figura 12: Tensiuni de forfecare.

	$J$	$A_{sz}$	$A_{sy}$	$y_T$	$z_T$	$\Gamma$
Unitate	m <sup>4</sup>	m <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	m	m	m <sup>6</sup>
Valoare	0.0322	0.5037	0.5037	0.1637	0.1637	0.0091

# Validarea rezultatelor

Rezultatele SectionPro sunt validate în două moduri: prin comparație cu **formulele analitice** (când acestea există) și prin **comparație încrucișată** cu un software de referință care utilizează un solver de elemente finite independent.

## Reamintirea formulelor analitice

Secțiune pătrată ( $a = 2.0$  m)

$$A = a^2 = 4.0000 \quad I = \frac{a^4}{12} = 1.3333 \quad J = 0.1406a^4 = 2.2489 \quad A_s = \frac{5}{6}A = 3.3333$$

Constanta de torsiune este obținută prin seriile Saint-Venant:

$$J = \frac{a^4}{3} \left[ 1 - \frac{192}{\pi^5} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\tanh(n\pi/2)}{n^5} \right]$$

Secțiune circulară tubulară ( $R = 1.0$  m,  $r = 0.7$  m)

$$A = \pi(R^2 - r^2) = 1.6022 \quad I = \frac{\pi}{4}(R^4 - r^4) = 0.5968 \quad J = \frac{\pi}{2}(R^4 - r^4) = 1.1936$$

Ariile de forfecare nu au o formulă simplă; ecuația diferențială trebuie rezolvată numeric.

Perete în formă de L ( $L = 2.0$  m,  $t = 0.3$  m)

Prin descompunere (talpă  $2.0 \times 0.3$  + inimă  $0.3 \times 1.7$ ) și teorema lui Steiner:

$$A = 1.1100 \quad z_G = y_G = 0.6095 \quad I_{zz} = I_{yy} = 0.4030 \quad \alpha = 45^\circ$$

Nu există o formulă analitică exactă pentru torsiune, forfecare și gauchire. Teoria lui Vlasov (profile deschise cu pereți subțiri) furnizează totuși un ordin de mărime:  $J \approx \frac{1}{3}(2L - t)t^3 = 0.0333$  m<sup>4</sup>, iar centrul de forfecare se situează aproximativ la intersecția liniilor mediane ale aripilor ( $y_T \approx z_T \approx t/2 = 0.15$  m). Aceste estimări presupun o grosime infinit mică față de lungimea aripilor; aici  $t/L = 15\%$ , iar efectele de grosime — în special rigidizarea joncțiunii la colț — deplasează valorile reale față de acest model simplificat.

## Secțiuni netă și omogenizată

Pentru o secțiune armată cu  $N$  bare de oțel cu aria  $A_{s,i}$  la coordonatele  $(z_{s,i}, y_{s,i})$ , cu un coeficient de echivalență  $n$ :

$$A_{\text{net}} = A - \sum_{i=1}^N A_{s,i} \quad A_{\text{hom}} = A + (n-1) \sum_{i=1}^N A_{s,i}$$

Centrul de greutate se deplasează ușor (formulă analogă pentru  $z_G$ ):

$$y_{G,\text{net}} = \frac{A \cdot y_G - \sum_i A_{s,i} y_{s,i}}{A_{\text{net}}} \quad y_{G,\text{hom}} = \frac{A \cdot y_G + (n-1) \sum_i A_{s,i} y_{s,i}}{A_{\text{hom}}}$$

Inerția se deduce prin teorema lui Steiner, ținând cont de deplasarea  $\Delta y_G$  între centrul de greutate al secțiunii considerate și cel al secțiunii brute:

$$I_{zz,\text{net}} = I_{zz} + A(\Delta y_G)^2 - \sum_i A_{s,i} (y_{s,i} - y_{G,\text{net}})^2$$

$$I_{zz,\text{hom}} = I_{zz} + A(\Delta y_G)^2 + (n-1) \sum_i A_{s,i} (y_{s,i} - y_{G,\text{hom}})^2$$

## Validare — Proprietăți de încovoiere

Formulele analitice de mai sus au fost aplicate celor trei secțiuni utilizând coordonatele exacte ale armăturilor exportate de SectionPro. Toate rezultatele coincid.

Secțiune	Proprietate	Brută	$\Delta$	Netă	$\Delta$	Omog.	$\Delta$
<b>Pătrată</b>	$A$ (m <sup>2</sup> )	4.0000	0.00 %	3.9823	0.00 %	4.0707	0.00 %
	$z_G, y_G$ (m)	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %
	$I_{zz}, I_{yy}$ (m <sup>4</sup> )	1.3333	0.00 %	1.3226	0.00 %	1.3761	0.00 %
<b>Circ. tubulară</b>	$A$ (m <sup>2</sup> )	1.6022	0.00 %	1.5871	0.00 %	1.6625	0.00 %
	$z_G, y_G$ (m)	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %
	$I_{zz}, I_{yy}$ (m <sup>4</sup> )	0.5968	0.00 %	0.5913	0.00 %	0.6189	0.00 %
<b>Perete L</b>	$A$ (m <sup>2</sup> )	1.1100	0.00 %	1.0974	0.00 %	1.1603	0.00 %
	$z_G, y_G$ (m)	0.6095	0.00 %	0.6093	0.00 %	0.6100	0.00 %
	$I_{zz}, I_{yy}$ (m <sup>4</sup> )	0.4030	0.00 %	0.3981	0.00 %	0.4225	0.00 %

## Validare — Torsiune și forfecare (comparație încrucișată)

Proprietățile de torsiune și forfecare, calculate prin elemente finite, sunt comparate cu un software de referință care utilizează un solver independent.

Secțiune	Proprietate	Analitic	SectionPro	$\Delta$	Ref.	$\Delta$
<b>Pătrată</b>	$J$ (m <sup>4</sup> )	2.2489	2.2492	0.01 %	2.2585	0.41 %
	$A_{sz}, A_{sy}$ (m <sup>2</sup> )	3.3333	3.3333	0.00 %	3.3355	0.07 %
	$y_T, z_T$ (m)	1.0000	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %
<b>Circ. tubulară</b>	$J$ (m <sup>4</sup> )	1.1936	1.1936	0.00 %	1.1920	0.13 %
	$A_{sz}, A_{sy}$ (m <sup>2</sup> )	—	0.8422	—	0.8418	—
	$y_T, z_T$ (m)	1.0000	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %
<b>Perete L</b>	$J$ (m <sup>4</sup> )	—	0.0322	—	0.0328	—
	$A_{sz}$ (m <sup>2</sup> )	—	0.5037	—	0.5054	—
	$A_{sy}$ (m <sup>2</sup> )	—	0.5037	—	0.5024	—
	$y_T, z_T$ (m)	—	0.1637	—	0.1639	—

**Perete în formă de L** — Teoria lui Vlasov ( $J \approx 0.033$  m<sup>4</sup>,  $y_T \approx 0.15$  m) furnizează un ordin de mărime comparabil, dar rămâne o aproximare deoarece consideră segmente fără grosime (în timp ce  $t/L = 15\%$ ).

## Concluzie

Secțiune	Validare	Abatere încovoiere	Abatere torsiune (ref.)
Pătrată	Analitic	0.00 %	0.41 %
Circ. tubulară	Analitic + referință ( $A_{sy}$ , $A_{sz}$ )	0.00 %	0.13 %
Perete L	Analitic + referință ( $J$ , $A_{sy}$ , $A_{sz}$ , $y_T$ , $z_T$ )	0.00 %	1.86 %

Proprietățile de încovoiere (arie, centru de greutate, momente de inerție) sunt reproduse cu precizie perfectă pentru cele trei geometrii, în secțiune brută, netă și omogenizată (abatere de 0.00 % față de formulele analitice).

Proprietățile de torsiune și forfecare, calculate prin elemente finite, depind de finețea rețelei. Comparația încrucișată cu un software de referință arată o concordanță foarte bună între cele două solvere. SectionPro prezintă totuși o convergență mai bună, așa cum demonstrează corespondența sa exactă cu soluțiile analitice de torsiune și forfecare atunci când acestea există.