



Mechanische eigenschappen

SectionPro-handleiding — Vierkante doorsnede, holle cirkelvormige doorsnede & L-vormige wand

BridgeKernel · 2026

Inleiding

De mechanische eigenschappen van een doorsnede — oppervlakte, traagheidsmomenten, zwaartepunt, torsieconstante, afschuifoppervlakken — vormen het uitgangspunt van elke constructieberekening. Dit artikel laat zien hoe deze met **SectionPro** worden verkregen, voor drie verschillende geometrieën:

1. **Vierkante doorsnede** — het eenvoudigste geval, alle eigenschappen zijn analytisch berekenbaar.
2. **Holle cirkelvormige doorsnede** — de torsie en het traagheidsmoment blijven analytisch, maar de afschuifoppervlakken vereisen een numerieke berekening.
3. **L-vormige wand** — alleen de geometrische eigenschappen zijn analytisch. De torsie, de afschuiving en de welving zijn zuiver numeriek. Deze doorsnede illustreert het geval van een asymmetrische geometrie ($\alpha \neq 0$).

Berekende eigenschappen

SectionPro berekent de volgende eigenschappen. De eerste drie groepen worden berekend voor de bruto doorsnede, de netto doorsnede (aftrek van de openingen ter plaatse van de wapening) en de geïdealiseerde doorsnede (rekening houdend met de wapening via de equivalentiecoëfficiënt n):

Algemene resultaten

A — Oppervlakte
 (z_G, y_G) — Zwaartepunt
 P — Omtrek
 W — Lijngewicht

Centraal assenstelsel

I_{zz}, I_{yy} — Traagheidsmomenten
 v^+, v^- — Uiterste vezels (y)
 w^+, w^- — Uiterste vezels (z)

Hoofdassenstelsel

α — Rotatiehoek
 I_1, I_2 — Hoofdtraagheidsmomenten
 v^+, v^-, w^+, w^- — Uiterste vezels

Torsie & afschuiving (EEM)

J — Torsieconstante
 A_{sy}, A_{sz} — Afschuifoppervlakken
 (y_T, z_T) — Dwarskrachtmiddelpunt
 Γ — Welvconstante

De torsie- en afschuivingseigenschappen vereisen het oplossen van een differentiaalvergelijking met behulp van de eindige-elementenmethode.

Vierkante doorsnede

Gegevens

Beton

Zijde $a = 2.0$ m

Dichtheid $\rho = 2.5$ t/m³

Wapening

HA25 hart-op-hart 200 mm, betondekking 50 mm

1 laag — equivalentiecoëfficiënt $n = 5$

Invoer en resultaten

Data

Solid Square Section

Concrete

Side length (m)

2

Reinforcement

Mode: uniform spacing

Bar spacing (mm) 200

Bar diameter (mm) 25

Concrete cover (mm) 50

Layers (1 or 2) 1

Submit

Infos

Figuur 1: Invoer van de vierkante doorsnede.

Analysis

Mechanical characteristics

Specify the equivalence coefficient $n=Es/Ec$ for homogenized properties and the mesh refinement for torsion and shear computations.

$n = Es/Ec$ 5

Mesh refinement Fine

Compute

Export

Section drawing

General results

The area A , perimeter P , weight per linear meter W and the coordinates of the center of gravity (z_G , y_G) are given below:

Cara	Unit	Raw	Net	Homog.
A	m ²	4.0000	3.9823	4.0707
z_G	m	1.000	1.000	1.000
y_G	m	1.000	1.000	1.000
P	m	8.0000	—	—
W	T/m	10.0000	—	—

Figuur 2: Resultatenpagina van de mechanische eigenschappen.

Door de dubbele symmetrie ligt het zwaartepunt in het midden van het vierkant, is de hoofdhoek nul en zijn de twee traagheidsmomenten gelijk.

Algemene resultaten

	Eenheid	Bruto	Netto	Hom.
A	m ²	4.0000	3.9823	4.0707
z_G	m	1.0000	1.0000	1.0000
y_G	m	1.0000	1.0000	1.0000
P	m	8.0000	—	—
W	T/m	10.0000	—	—

Buiging

3.2.2.1 Centraal assenstelsel

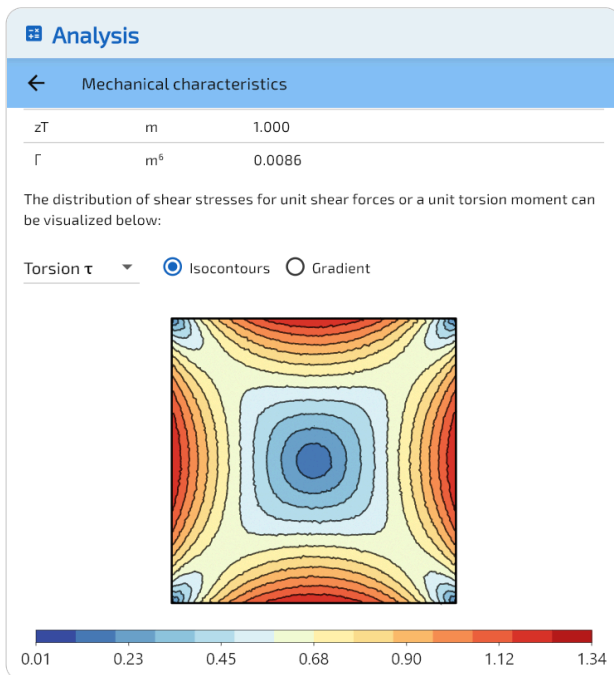
	Eenheid	Bruto	Netto	Hom.
I_{zz}	m ⁴	1.3333	1.3226	1.3761
I_{yy}	m ⁴	1.3333	1.3226	1.3761
v^+	m	1.0000	1.0000	1.0000
v^-	m	1.0000	1.0000	1.0000
w^+	m	1.0000	1.0000	1.0000
w^-	m	1.0000	1.0000	1.0000

3.2.2.2 Hoofdassenstelsel

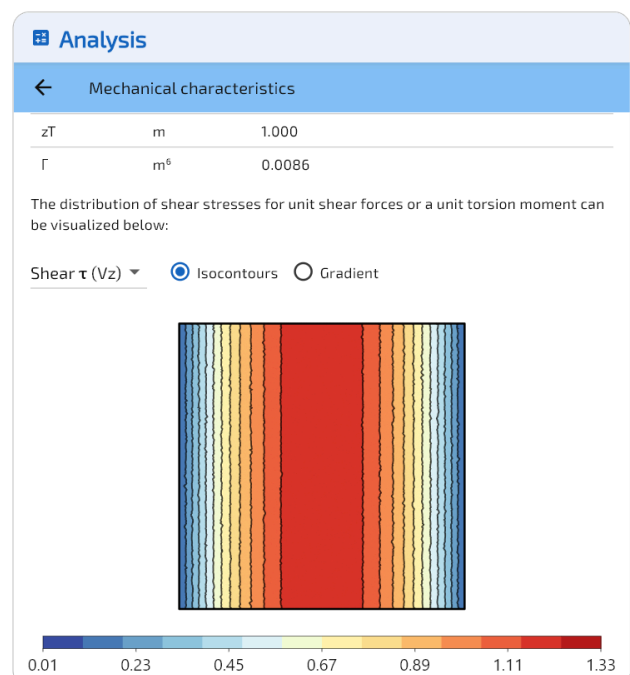
	Eenheid	Bruto	Netto	Hom.
I_1	m ⁴	1.3333	1.3226	1.3761
I_2	m ⁴	1.3333	1.3226	1.3761
v^+	m	1.0000	1.0000	1.0000
v^-	m	1.0000	1.0000	1.0000
w^+	m	1.0000	1.0000	1.0000
w^-	m	1.0000	1.0000	1.0000
α	°	0.00	0.00	0.00

Torsie en afschuiving (EEM)

Door de dubbele symmetrie valt het dwarskrachtmiddelpunt samen met het zwaartepunt ($y_T = z_T = y_G = z_G = 1.0$ m). De welving is vrijwel nul ($\Gamma \approx 0$). De verhouding $A_{sz}/A = 3.33/4.00 \approx 0.83$, typisch voor een massieve doorsnede.



Figuur 3: Torsiespanningen τ — maximum in het midden van de zijden.



Figuur 4: Afschuifspanningen.

	J	A_{sz}	A_{sy}	y_T	z_T	Γ
Eenheid	m ⁴	m ²	m ²	m	m	m ⁶
Waarde	2.2492	3.3333	3.3333	1.0000	1.0000	0.0086

Holle cirkelvormige doorsnede

Gegevens

Beton

Buitendiameter $D = 2.0$ m

Wanddikte $e = 0.3$ m

Dichtheid $\rho = 2.5$ t/m³

Wapening

24 HA20, betondekking 50 mm

1 laag — equivalentiecoëfficiënt $n = 5$

Invoer en resultaten

Data

← Hollow Circular Section

Concrete

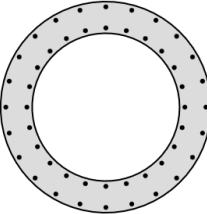
Outer diameter (m) Wall thickness (m)

Reinforcement ⓘ

Mode: count

Number of rebars Bar diameter (mm) Concrete cover (mm) Layers (1 or 2)

Submit
Infos



Figuur 5: Invoer van de holle cirkelvormige doorsnede.

Analysis

← Mechanical characteristics

General results

The area A , perimeter P , weight per linear meter W and the coordinates of the center of gravity (z_G , y_G) are given below:

Cara	Unit	Raw	Net	Homog.
A	m ²	1.6022	1.5871	1.6625
z_G	m	1.000	1.000	1.000
y_G	m	1.000	1.000	1.000
P	m	6.283	-	-
W	T/m	4.005	-	-

z_G and y_G are given respectively with respect to the extreme fiber on the left and at the bottom of the section.

Centroidal reference frame

The central reference frame is positioned at the center of gravity of the gross section. The z -axis is horizontal, oriented to the right and the y -axis is vertical, oriented upwards.

The moments of inertia I_{zz} and I_{yy} , as well as the distances of the extreme fibers at the top (v^+), at the bottom (v^-), to the right (w^+) and to the left (w^-) with respect to this reference frame are given below:

Cara	Unit	Raw	Net	Homog.
I_{zz}	m ⁴	0.5968	0.5913	0.6189
I_{yy}	m ⁴	0.5968	0.5913	0.6189
v^+	m	1.000	1.000	1.000
v^-	m	1.000	1.000	1.000
w^+	m	1.000	1.000	1.000
w^-	m	1.000	1.000	1.000

Figuur 6: Resultatenpagina van de mechanische eigenschappen.

Door de cirkelvormige symmetrie zijn de traagheidsmomenten gelijk en is de hoofdhoek onbepaald (weergegeven als 0°).

Algemene resultaten

	Eenheid	Bruto	Netto	Hom.
A	m ²	1.6022	1.5871	1.6625
z_G	m	1.0000	1.0000	1.0000
y_G	m	1.0000	1.0000	1.0000
P	m	6.2832	—	—
W	T/m	4.0055	—	—

Buiging

4.2.2.1 Centraal assenstelsel

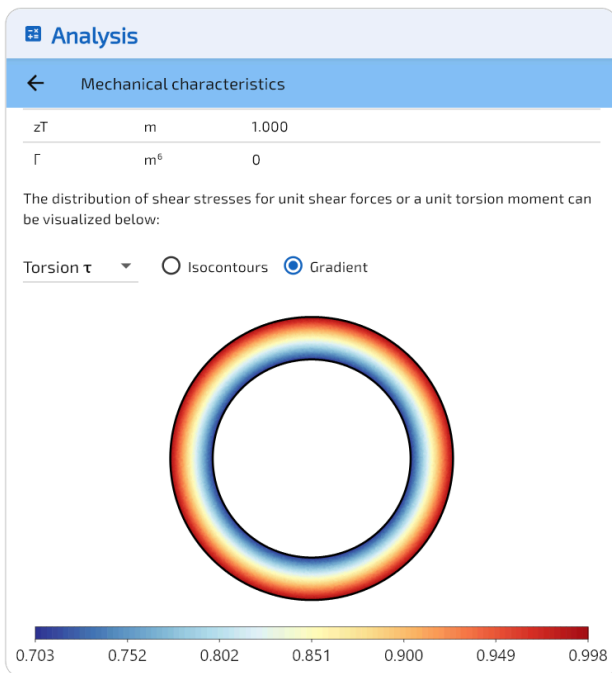
	Eenheid	Bruto	Netto	Hom.
I_{zz}	m ⁴	0.5968	0.5913	0.6189
I_{yy}	m ⁴	0.5968	0.5913	0.6189
v^+	m	1.0000	1.0000	1.0000
v^-	m	1.0000	1.0000	1.0000
w^+	m	1.0000	1.0000	1.0000
w^-	m	1.0000	1.0000	1.0000

4.2.2.2 Hoofdassenstelsel

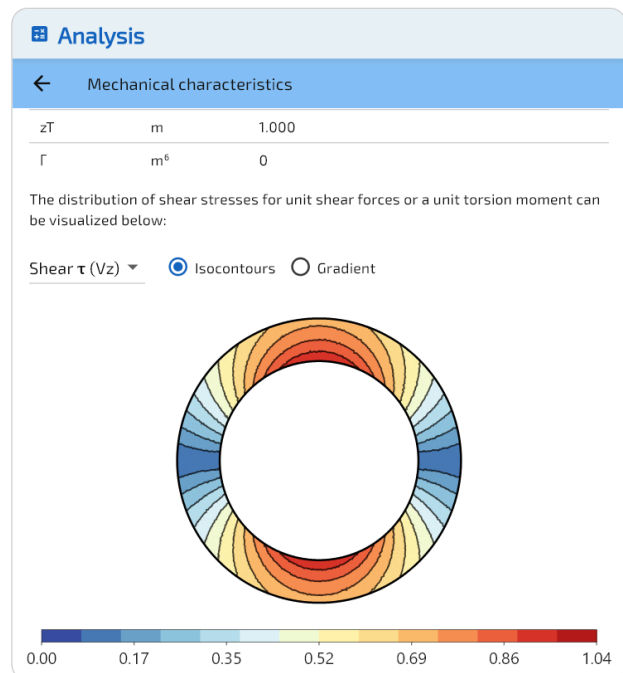
	Eenheid	Bruto	Netto	Hom.
I_1	m ⁴	0.5968	0.5913	0.6189
I_2	m ⁴	0.5968	0.5913	0.6189
v^+	m	1.0000	1.0000	1.0000
v^-	m	1.0000	1.0000	1.0000
w^+	m	1.0000	1.0000	1.0000
w^-	m	1.0000	1.0000	1.0000
α	°	0.00	0.00	0.00

Torsie en afschuiving (EEM)

Door de omwentelingsymmetrie valt het dwarskrachtmiddelpunt samen met het zwaartepunt ($y_T = z_T = y_G = z_G = 1.0$ m) en is de welving nul ($\Gamma = 0$). De verhouding $A_{sz}/A = 0.84/1.60 \approx 0.53$: de holle doorsnede is minder effectief in afschuiving dan een massieve doorsnede.



Figuur 7: Torsiespanningen τ — maximum op de buitencontour.



Figuur 8: Afschuifspanningen.

	J	A_{sz}	A_{sy}	y_T	z_T	Γ
Eenheid	m ⁴	m ²	m ²	m	m	m ⁶
Waarde	1.1936	0.8422	0.8422	1.0000	1.0000	0.0000

L-vormige wand

Gegevens

Beton

L-vorm — breedte 2.0 m, hoogte 2.0 m
 Wanddikte $t = 0.3$ m
 Dichtheid $\rho = 2.5$ t/m³

Wapening

HA20 hart-op-hart 200 mm, betondekking 40 mm
 1 laag — equivalentiecoëfficiënt $n = 5$

Invoer en resultaten

Figuur 9: Invoer van de L-vormige wand.

General results

The area A , perimeter P , weight per linear meter W and the coordinates of the center of gravity (z_G , y_G) are given below:

Cara	Unit	Raw	Net	Homog.
A	m ²	1.1100	1.0974	1.1603
z_G	m	0.609	0.609	0.610
y_G	m	0.609	0.609	0.610
P	m	8.000	-	-
W	T/m	2.775	-	-

z_G and y_G are given respectively with respect to the extreme fiber on the left and at the bottom of the section.

Centroidal reference frame

The central reference frame is positioned at the center of gravity of the gross section. The z -axis is horizontal, oriented to the right and the y -axis is vertical, oriented upwards.

Figuur 10: Resultatenpagina van de mechanische eigenschappen.

Aangezien de flenzen dezelfde lengte hebben, geldt $I_{zz} = I_{yy}$ en is de hoofdhoek precies $\alpha = 45^\circ$.

Algemene resultaten

	Eenheid	Bruto	Netto	Hom.
A	m ²	1.1100	1.0974	1.1603
z_G	m	0.6095	0.6093	0.6100
y_G	m	0.6095	0.6093	0.6100
P	m	8.0000	—	—
W	T/m	2.7750	—	—

Buiging

5.2.2.1 Centraal assenstelsel

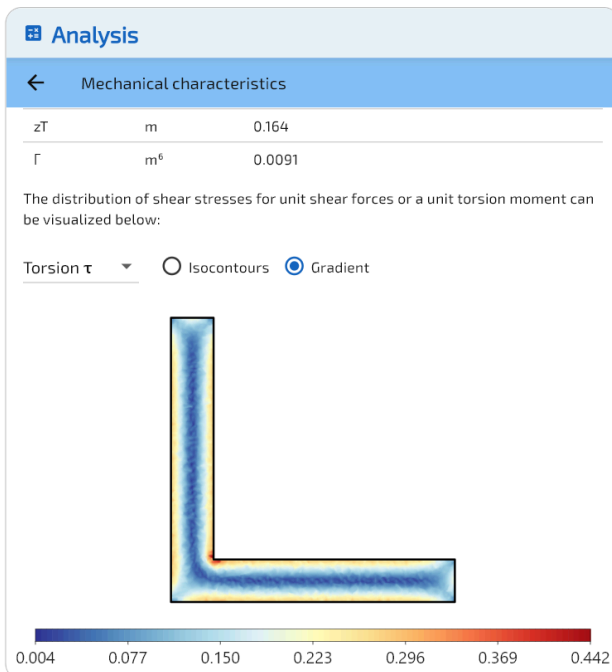
	Eenheid	Bruto	Netto	Hom.
I_{zz}	m ⁴	0.4030	0.3981	0.4225
I_{yy}	m ⁴	0.4030	0.3981	0.4225
v^+	m	1.3905	1.3907	1.3900
v^-	m	0.6095	0.6093	0.6100
w^+	m	1.3905	1.3907	1.3900
w^-	m	0.6095	0.6093	0.6100

5.2.2.2 Hoofdassenstelsel

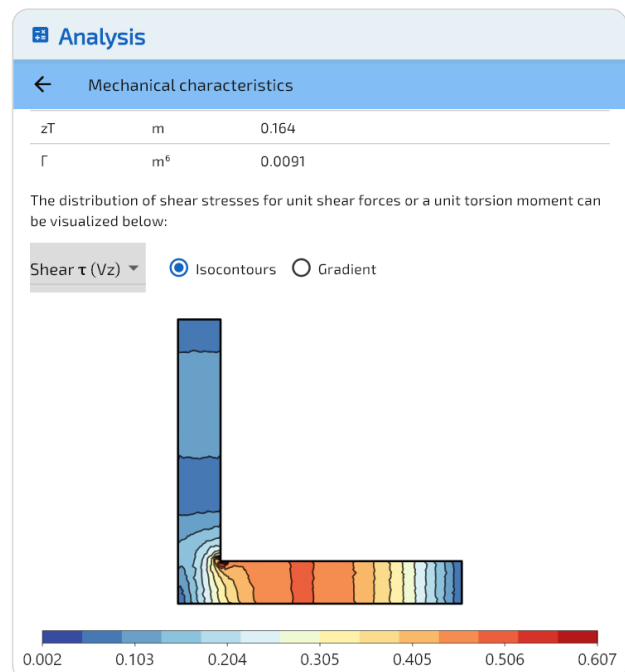
	Eenheid	Bruto	Netto	Hom.
I_1	m ⁴	0.6373	0.6297	0.6679
I_2	m ⁴	0.1687	0.1666	0.1771
v^+	m	1.4142	1.4142	1.4142
v^-	m	1.4142	1.4142	1.4142
w^+	m	0.7644	0.7644	0.7644
w^-	m	0.8619	0.8619	0.8619
α	°	45.00	45.00	45.00

Torsie en afschuiving (EEM)

Het dwarskrachtmiddelpunt ($y_T = z_T = 0.16$ m) ligt verschoven naar de inspringende hoek, ver van het zwaartepunt ($y_G = z_G = 0.61$ m). De welving is significant ($\Gamma = 0.009$ m⁶). De torsieconstante $J = 0.032$ m⁴ is zeer laag — typisch voor een open profiel met dunne wanden. De verhouding $A_{sz}/A = 0.50/1.11 \approx 0.45$.



Figuur 11: Torsiespanningen τ — singulariteit bij de inspringende hoek. Vershoven dwarskrachtmiddelpunt.



Figuur 12: Afschuifspanningen.

	J	A_{sz}	A_{sy}	y_T	z_T	Γ
Eenheid	m ⁴	m ²	m ²	m	m	m ⁶

	J	A_{sz}	A_{sy}	y_T	z_T	Γ
Waarde	0.0322	0.5037	0.5037	0.1637	0.1637	0.0091

Validatie van de resultaten

De resultaten van SectionPro worden op twee manieren gevalideerd: door vergelijking met **analytische formules** (wanneer deze bestaan) en door **kruisvalidatie** met een referentieprogramma dat een onafhankelijke eindige-elementensolver gebruikt.

Overzicht van de analytische formules

Vierkante doorsnede ($a = 2.0$ m)

$$A = a^2 = 4.0000 \quad I = \frac{a^4}{12} = 1.3333 \quad J = 0.1406a^4 = 2.2489 \quad A_s = \frac{5}{6}A = 3.3333$$

De torsieconstante wordt verkregen via de reeksen van Saint-Venant:

$$J = \frac{a^4}{3} \left[1 - \frac{192}{\pi^5} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\tanh(n\pi/2)}{n^5} \right]$$

Holle cirkelvormige doorsnede ($R = 1.0$ m, $r = 0.7$ m)

$$A = \pi(R^2 - r^2) = 1.6022 \quad I = \frac{\pi}{4}(R^4 - r^4) = 0.5968 \quad J = \frac{\pi}{2}(R^4 - r^4) = 1.1936$$

De afschuifoppervlakken kennen geen eenvoudige formule; de differentiaalvergelijking moet numeriek worden opgelost.

L-vormige wand ($L = 2.0$ m, $t = 0.3$ m)

Door ontbinding (flens 2.0×0.3 + lijf 0.3×1.7) en de stelling van Steiner:

$$A = 1.1100 \quad z_G = y_G = 0.6095 \quad I_{zz} = I_{yy} = 0.4030 \quad \alpha = 45^\circ$$

Er bestaat geen exacte analytische formule voor de torsie, de afschuiving en de welving. De theorie van Vlasov (open profielen met dunne wanden) geeft echter een orde van grootte: $J \approx \frac{1}{3}(2L - t)t^3 = 0.0333$ m⁴ en het dwarskrachtmiddelpunt ligt bij benadering op het snijpunt van de middellijnen van de flenzen ($y_T \approx z_T \approx t/2 = 0.15$ m). Deze schattingen veronderstellen een oneindig kleine dikte ten opzichte van de flenslengte; hier is $t/L = 15\%$, en de dikte-effecten — met name de verstijving van de knooppuntzone — verschuiven de werkelijke waarden ten opzichte van dit vereenvoudigde model.

Netto en geïdealiseerde doorsnede

Voor een doorsnede gewapend met N staven met doorsnede $A_{s,i}$ op de coördinaten $(z_{s,i}, y_{s,i})$, met een equivalentiecoëfficiënt n :

$$A_{\text{net}} = A - \sum_{i=1}^N A_{s,i} \quad A_{\text{hom}} = A + (n-1) \sum_{i=1}^N A_{s,i}$$

Het zwaartepunt verschuift licht (analoge formule voor z_G):

$$y_{G,\text{net}} = \frac{A \cdot y_G - \sum_i A_{s,i} y_{s,i}}{A_{\text{net}}} \quad y_{G,\text{hom}} = \frac{A \cdot y_G + (n-1) \sum_i A_{s,i} y_{s,i}}{A_{\text{hom}}}$$

Het traagheidsmoment wordt afgeleid met de stelling van Steiner, rekening houdend met de verschuiving Δy_G tussen het zwaartepunt van de beschouwde doorsnede en dat van de bruto doorsnede:

$$I_{zz,\text{net}} = I_{zz} + A(\Delta y_G)^2 - \sum_i A_{s,i} (y_{s,i} - y_{G,\text{net}})^2$$

$$I_{zz,\text{hom}} = I_{zz} + A(\Delta y_G)^2 + (n - 1) \sum_i A_{s,i} (y_{s,i} - y_{G,\text{hom}})^2$$

Validatie — Buigingseigenschappen

De bovenstaande analytische formules zijn toegepast op de drie doorsneden met gebruikmaking van de exacte coördinaten van de wapening die door SectionPro zijn geëxporteerd. Alle resultaten komen overeen.

Doorsnede	Eigenschap	Bruto	Δ	Netto	Δ	Hom.	Δ
Vierkant	A (m ²)	4.0000	0.00 %	3.9823	0.00 %	4.0707	0.00 %
	z_G, y_G (m)	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %
	I_{zz}, I_{yy} (m ⁴)	1.3333	0.00 %	1.3226	0.00 %	1.3761	0.00 %
Hol cirkelv.	A (m ²)	1.6022	0.00 %	1.5871	0.00 %	1.6625	0.00 %
	z_G, y_G (m)	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %
	I_{zz}, I_{yy} (m ⁴)	0.5968	0.00 %	0.5913	0.00 %	0.6189	0.00 %
L-wand	A (m ²)	1.1100	0.00 %	1.0974	0.00 %	1.1603	0.00 %
	z_G, y_G (m)	0.6095	0.00 %	0.6093	0.00 %	0.6100	0.00 %
	I_{zz}, I_{yy} (m ⁴)	0.4030	0.00 %	0.3981	0.00 %	0.4225	0.00 %

Validatie — Torsie en afschuiving (kruisvalidatie)

De torsie- en afschuivingseigenschappen, berekend met de eindige-elementenmethode, worden vergeleken met een referentieprogramma dat een onafhankelijke solver gebruikt.

Doorsnede	Eigenschap	Analytisch	SectionPro	Δ	Ref.	Δ
Vierkant	J (m ⁴)	2.2489	2.2492	0.01 %	2.2585	0.41 %
	A_{sz}, A_{sy} (m ²)	3.3333	3.3333	0.00 %	3.3355	0.07 %
	y_T, z_T (m)	1.0000	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %
Hol cirkelv.	J (m ⁴)	1.1936	1.1936	0.00 %	1.1920	0.13 %
	A_{sz}, A_{sy} (m ²)	—	0.8422	—	0.8418	—
	y_T, z_T (m)	1.0000	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %
L-wand	J (m ⁴)	—	0.0322	—	0.0328	—
	A_{sz} (m ²)	—	0.5037	—	0.5054	—
	A_{sy} (m ²)	—	0.5037	—	0.5024	—
	y_T, z_T (m)	—	0.1637	—	0.1639	—

L-vormige wand — De theorie van Vlasov ($J \approx 0.033 \text{ m}^4$, $y_T \approx 0.15 \text{ m}$) geeft een vergelijkbare orde van grootte, maar blijft een benadering omdat zij uitgaat van segmenten zonder dikte (terwijl $t/L = 15\%$).

Conclusie

Doorsnede	Validatie	Afwijking buiging	Afwijking torsie (ref.)
Vierkant	Analytisch	0.00 %	0.41 %
Hol cirkelv.	Analytisch + referentie (A_{sy} , A_{sz})	0.00 %	0.13 %
L-wand	Analytisch + referentie (J , A_{sy} , A_{sz} , y_T , z_T)	0.00 %	1.86 %

De buigingseigenschappen (oppervlakte, zwaartepunt, traagheidsmomenten) worden met perfecte nauwkeurigheid gereproduceerd voor de drie geometrieën, in bruto, netto en geïdealiseerde doorsnede (afwijking 0.00 % ten opzichte van de analytische formules).

De torsie- en afschuivings eigenschappen, berekend met de eindige-elementenmethode, zijn afhankelijk van de fijnheid van het netwerk. De kruisvalidatie met een referentieprogramma toont een zeer goede overeenstemming tussen beide solvers. SectionPro vertoont echter een betere convergentie, zoals blijkt uit de exacte overeenkomst met de analytische oplossingen voor torsie en afschuiving wanneer deze bestaan.