



# Caratteristiche meccaniche

Tutorial SectionPro — Sezione quadrata, circolare cava & muro a L

BridgeKernel · 2026

## Introduzione

Le caratteristiche meccaniche di una sezione — area, momenti d'inerzia, baricentro, costante di torsione, aree di taglio — sono il punto di partenza di ogni calcolo strutturale. Questo articolo mostra come ottenerle con **SectionPro**, su tre geometrie diverse:

1. **Sezione quadrata** — il caso più semplice, tutte le proprietà sono calcolabili analiticamente.
2. **Sezione circolare cava** — la torsione e l'inerzia restano analitiche, ma le aree di taglio richiedono un calcolo numerico.
3. **Muro a L** — solo le proprietà geometriche sono analitiche. Torsione, taglio e ingobbamento sono puramente numerici. Questa sezione illustra il caso di una geometria asimmetrica ( $\alpha \neq 0$ ).

## Proprietà calcolate

SectionPro calcola le seguenti proprietà. I primi tre gruppi sono calcolati per la sezione lorda, netta (deduzione dei vuoti nelle posizioni delle armature) e omogeneizzata (considerazione delle armature tramite il coefficiente di omogeneizzazione  $n$ ):

### Risultati generali

$A$  — Area  
 $(z_G, y_G)$  — Baricentro  
 $P$  — Perimetro  
 $W$  — Peso lineare

### Assi baricentrici

$I_{zz}, I_{yy}$  — Momenti d'inerzia  
 $v^+, v^-$  — Fibre estreme ( $y$ )  
 $w^+, w^-$  — Fibre estreme ( $z$ )

### Assi principali

$\alpha$  — Angolo di rotazione  
 $I_1, I_2$  — Inerzie principali  
 $v^+, v^-, w^+, w^-$  — Fibre estreme

### Torsione & taglio (FEM)

$J$  — Costante di torsione  
 $A_{sy}, A_{sz}$  — Aree di taglio  
 $(y_T, z_T)$  — Centro di taglio  
 $\Gamma$  — Costante di ingobbamento

Le proprietà di torsione e taglio richiedono la risoluzione di un'equazione differenziale tramite il metodo degli elementi finiti.

# Sezione quadrata

## Dati

### Calcestruzzo

Lato  $a = 2.0$  m

Densità  $\rho = 2.5$  t/m<sup>3</sup>

### Armature

HA25 interasse 200 mm, copriferro 50 mm

1 strato — coefficiente di omogenizzazione  $n = 5$

## Inserimento e risultati

**Data**

Solid Square Section

**Concrete**

Side length (m)

2

**Reinforcement**

Mode: uniform spacing

Bar spacing (mm) 200 Bar diameter (mm) 25 Concrete cover (mm) 50 Layers (1 or 2) 1

Submit Infos

Figura 1: Inserimento della sezione quadrata.

**Analysis**

Mechanical characteristics

Specify the equivalence coefficient  $n=Es/Ec$  for homogenized properties and the mesh refinement for torsion and shear computations.

$n = Es/Ec$  5 Mesh refinement Fine

Compute Export

**Section drawing**

General results

The area A, perimeter P, weight per linear meter W and the coordinates of the center of gravity ( $z_G$ ,  $y_G$ ) are given below:

Cara	Unit	Raw	Net	Homog.
A	m <sup>2</sup>	4.0000	3.9823	4.0707
$z_G$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$y_G$	m	1.0000	1.0000	1.0000
P	m	8.0000	—	—
W	T/m	10.0000	—	—

Figura 2: Pagina dei risultati delle caratteristiche meccaniche.

Per doppia simmetria, il baricentro si trova al centro del quadrato, l'angolo principale è nullo e le due inerzie sono uguali.

## Risultati generali

	Unità	Lorda	Netta	Om.
A	m <sup>2</sup>	4.0000	3.9823	4.0707
$z_G$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$y_G$	m	1.0000	1.0000	1.0000
P	m	8.0000	—	—
W	T/m	10.0000	—	—

## Flessione

### 3.2.2.1 Assi baricentrici

	Unità	Lorda	Netta	Om.
$I_{zz}$	m <sup>4</sup>	1.3333	1.3226	1.3761
$I_{yy}$	m <sup>4</sup>	1.3333	1.3226	1.3761
$v^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$v^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000

### 3.2.2.2 Assi principali

	Unità	Lorda	Netta	Om.
$I_1$	m <sup>4</sup>	1.3333	1.3226	1.3761
$I_2$	m <sup>4</sup>	1.3333	1.3226	1.3761
$v^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$v^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$\alpha$	°	0.00	0.00	0.00

## Torsione e taglio (FEM)

Per doppia simmetria, il centro di taglio coincide con il baricentro ( $y_T = z_T = y_G = z_G = 1.0$  m). L'ingobbamento è quasi nullo ( $\Gamma \approx 0$ ). Il rapporto  $A_{sz}/A = 3.33/4.00 \approx 0.83$  è tipico di una sezione piena.

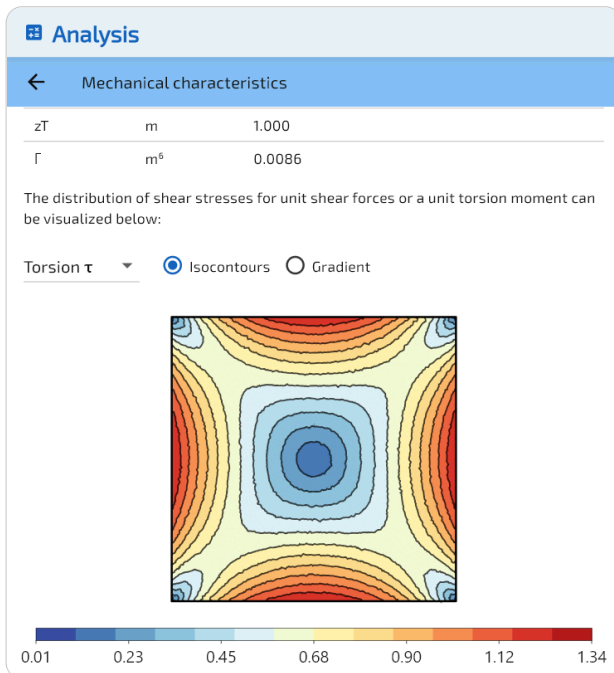


Figura 3: Tensioni di torsione  $\tau$  — massimo al centro dei lati.

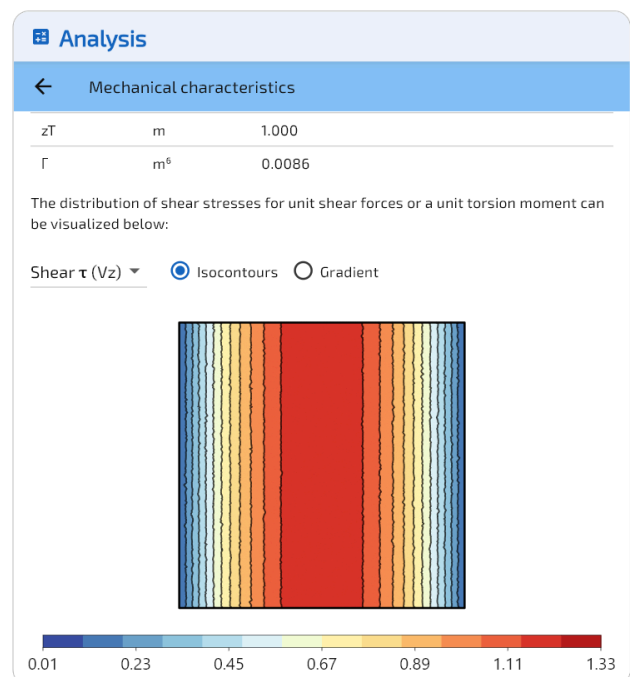


Figura 4: Tensioni di taglio.

	$J$	$A_{sz}$	$A_{sy}$	$y_T$	$z_T$	$\Gamma$
Unità	m <sup>4</sup>	m <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	m	m	m <sup>6</sup>
Valore	2.2492	3.3333	3.3333	1.0000	1.0000	0.0086

# Sezione circolare cava

## Dati

### Calcestruzzo

Diametro esterno  $D = 2.0$  m

Spessore parete  $e = 0.3$  m

Densità  $\rho = 2.5$  t/m<sup>3</sup>

### Armature

24 HA20, copriferro 50 mm

1 strato — coefficiente di omogenizzazione  $n = 5$

## Inserimento e risultati

**Data**

← Hollow Circular Section

**Concrete**

Outer diameter (m)  Wall thickness (m)

**Reinforcement** ⓘ

Mode: count

Number of rebars  Bar diameter (mm)  Concrete cover (mm)  Layers (1 or 2)

Submit Infos

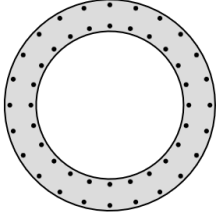


Figura 5: Inserimento della sezione circolare cava.

**Analysis**

← Mechanical characteristics

**General results**

The area  $A$ , perimeter  $P$ , weight per linear meter  $W$  and the coordinates of the center of gravity ( $z_G$ ,  $y_G$ ) are given below:

Cara	Unit	Raw	Net	Homog.
$A$	m <sup>2</sup>	1.6022	1.5871	1.6625
$z_G$	m	1.000	1.000	1.000
$y_G$	m	1.000	1.000	1.000
$P$	m	6.283	-	-
$W$	T/m	4.005	-	-

$z_G$  and  $y_G$  are given respectively with respect to the extreme fiber on the left and at the bottom of the section.

**Centroidal reference frame**

The central reference frame is positioned at the center of gravity of the gross section. The  $z$ -axis is horizontal, oriented to the right and the  $y$ -axis is vertical, oriented upwards.

The moments of inertia  $I_{zz}$  and  $I_{yy}$ , as well as the distances of the extreme fibers at the top ( $v^+$ ), at the bottom ( $v^-$ ), to the right ( $w^+$ ) and to the left ( $w^-$ ) with respect to this reference frame are given below:

Cara	Unit	Raw	Net	Homog.
$I_{zz}$	m <sup>4</sup>	0.5968	0.5913	0.6189
$I_{yy}$	m <sup>4</sup>	0.5968	0.5913	0.6189
$v^+$	m	1.000	1.000	1.000
$v^-$	m	1.000	1.000	1.000
$w^+$	m	1.000	1.000	1.000
$w^-$	m	1.000	1.000	1.000

Figura 6: Pagina dei risultati delle caratteristiche meccaniche.

Per simmetria circolare, le inerzie sono uguali e l'angolo principale è indeterminato (visualizzato come 0°).

## Risultati generali

	Unità	Lorda	Netta	Om.
$A$	m <sup>2</sup>	1.6022	1.5871	1.6625
$z_G$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$y_G$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$P$	m	6.2832	—	—
$W$	T/m	4.0055	—	—

## Flessione

### 4.2.2.1 Assi baricentrici

	Unità	Lorda	Netta	Om.
$I_{zz}$	m <sup>4</sup>	0.5968	0.5913	0.6189
$I_{yy}$	m <sup>4</sup>	0.5968	0.5913	0.6189
$v^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$v^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000

### 4.2.2.2 Assi principali

	Unità	Lorda	Netta	Om.
$I_1$	m <sup>4</sup>	0.5968	0.5913	0.6189
$I_2$	m <sup>4</sup>	0.5968	0.5913	0.6189
$v^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$v^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$\alpha$	°	0.00	0.00	0.00

## Torsione e taglio (FEM)

Per simmetria di rivoluzione, il centro di taglio coincide con il baricentro ( $y_T = z_T = y_G = z_G = 1.0$  m) e l'ingobbamento è nullo ( $\Gamma = 0$ ). Il rapporto  $A_{sz}/A = 0.84/1.60 \approx 0.53$ : la sezione cava è meno efficiente a taglio rispetto a una sezione piena.

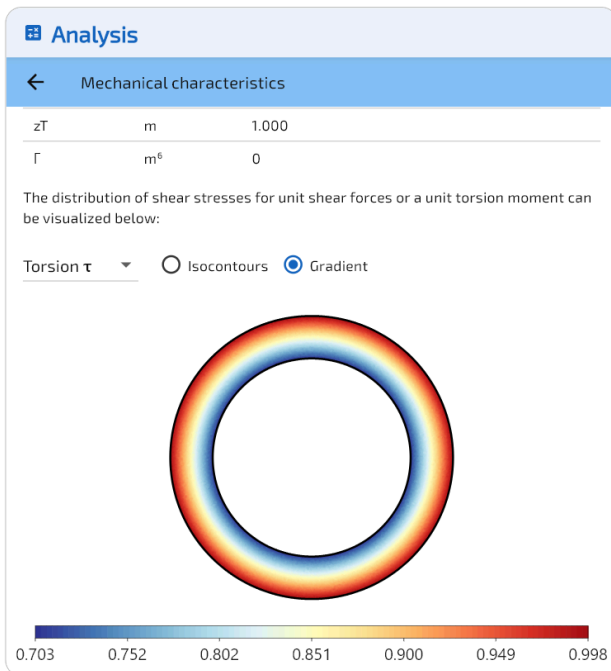


Figura 7: Tensioni di torsione  $\tau$  — massimo sul contorno esterno.

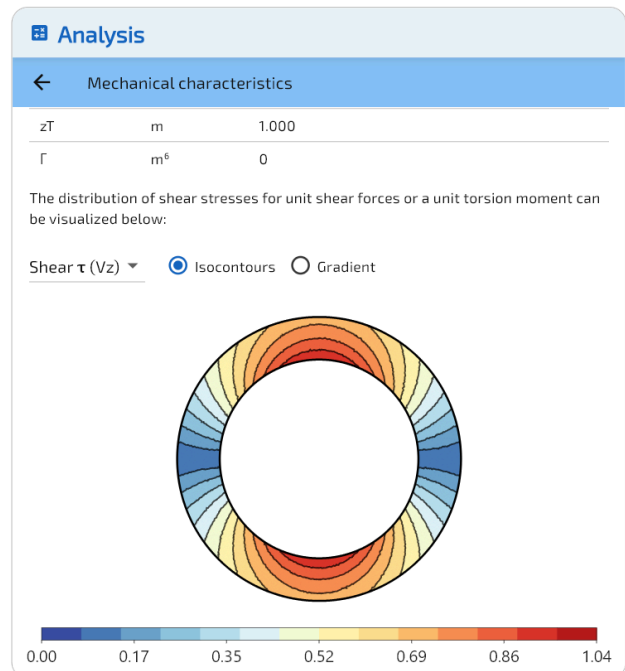


Figura 8: Tensioni di taglio.

	$J$	$A_{sz}$	$A_{sy}$	$y_T$	$z_T$	$\Gamma$
Unità	m <sup>4</sup>	m <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	m	m	m <sup>6</sup>
Valore	1.1936	0.8422	0.8422	1.0000	1.0000	0.0000

# Muro a L

## Dati

### Calcestruzzo

Tipo L — larghezza 2.0 m, altezza 2.0 m

Spessore  $t = 0.3$  m

Densità  $\rho = 2.5$  t/m<sup>3</sup>

### Armature

HA20 interasse 200 mm, copriferro 40 mm

1 strato — coefficiente di omogenizzazione  $n = 5$

## Inserimento e risultati

Figura 9: Inserimento del muro a L.

**General results**

The area A, perimeter P, weight per linear meter W and the coordinates of the center of gravity (z<sub>G</sub>, y<sub>G</sub>) are given below:

Cara	Unit	Raw	Net	Homog.
A	m <sup>2</sup>	1.1100	1.0974	1.1603
z <sub>G</sub>	m	0.609	0.609	0.610
y <sub>G</sub>	m	0.609	0.609	0.610
P	m	8.000	-	-
W	T/m	2.775	-	-

*z<sub>G</sub> and y<sub>G</sub> are given respectively with respect to the extreme fiber on the left and at the bottom of the section.*

**Centroidal reference frame**

The central reference frame is positioned at the center of gravity of the gross section. The z-axis is horizontal, oriented to the right and the y-axis is vertical, oriented upwards.

Figura 10: Pagina dei risultati delle caratteristiche meccaniche.

Essendo le ali di uguale lunghezza,  $I_{zz} = I_{yy}$  e l'angolo principale è esattamente  $\alpha = 45^\circ$ .

## Risultati generali

	Unità	Lorda	Netta	Om.
A	m <sup>2</sup>	1.1100	1.0974	1.1603
z <sub>G</sub>	m	0.6095	0.6093	0.6100
y <sub>G</sub>	m	0.6095	0.6093	0.6100
P	m	8.0000	—	—
W	T/m	2.7750	—	—

## Flessione

### 5.2.2.1 Assi baricentrici

	Unità	Lorda	Netta	Om.
$I_{zz}$	m <sup>4</sup>	0.4030	0.3981	0.4225
$I_{yy}$	m <sup>4</sup>	0.4030	0.3981	0.4225
$v^+$	m	1.3905	1.3907	1.3900
$v^-$	m	0.6095	0.6093	0.6100
$w^+$	m	1.3905	1.3907	1.3900
$w^-$	m	0.6095	0.6093	0.6100

### 5.2.2.2 Assi principali

	Unità	Lorda	Netta	Om.
$I_1$	m <sup>4</sup>	0.6373	0.6297	0.6679
$I_2$	m <sup>4</sup>	0.1687	0.1666	0.1771
$v^+$	m	1.4142	1.4142	1.4142
$v^-$	m	1.4142	1.4142	1.4142
$w^+$	m	0.7644	0.7644	0.7644
$w^-$	m	0.8619	0.8619	0.8619
$\alpha$	°	45.00	45.00	45.00

## Torsione e taglio (FEM)

Il centro di taglio ( $y_T = z_T = 0.16$  m) è spostato verso l'angolo rientrante, lontano dal baricentro ( $y_G = z_G = 0.61$  m). L'ingobbamento è significativo ( $\Gamma = 0.009$  m<sup>6</sup>). La costante di torsione  $J = 0.032$  m<sup>4</sup> è molto bassa — tipica di un profilo aperto in parete sottile. Il rapporto  $A_{sz}/A = 0.50/1.11 \approx 0.45$ .

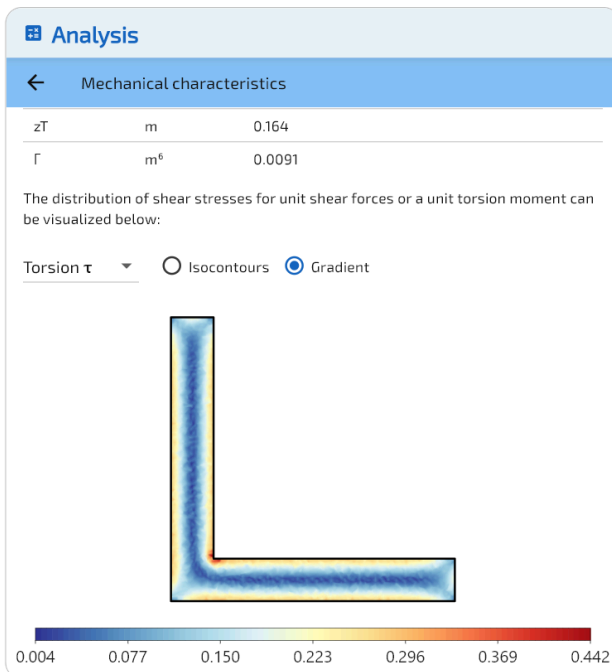


Figura 11: Tensioni di torsione  $\tau$  — singolarità all'angolo rientrante. Centro di taglio spostato.

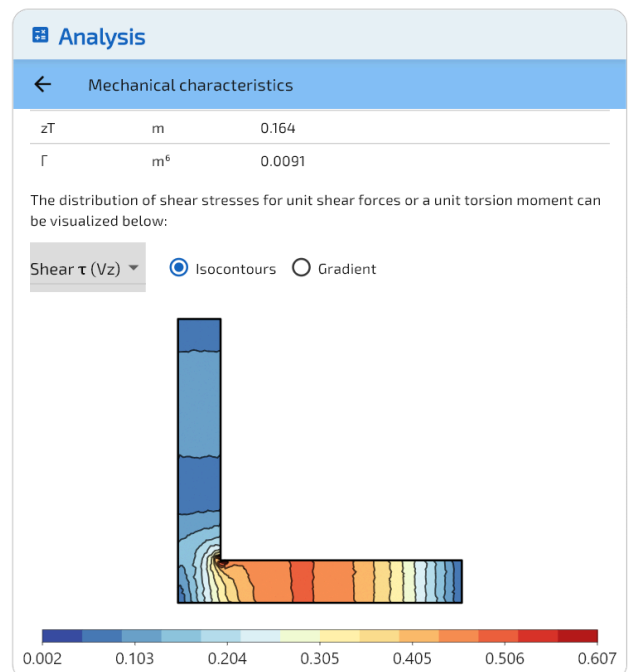


Figura 12: Tensioni di taglio.

	$J$	$A_{sz}$	$A_{sy}$	$y_T$	$z_T$	$\Gamma$
Unità	m <sup>4</sup>	m <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	m	m	m <sup>6</sup>
Valore	0.0322	0.5037	0.5037	0.1637	0.1637	0.0091

## Validazione dei risultati

I risultati di SectionPro sono validati in due modi: per confronto con le **formule analitiche** (quando esistono) e per **confronto incrociato** con un software di riferimento che utilizza un solutore agli elementi finiti indipendente.

### Riepilogo delle formule analitiche

Sezione quadrata ( $a = 2.0$  m)

$$A = a^2 = 4.0000 \quad I = \frac{a^4}{12} = 1.3333 \quad J = 0.1406a^4 = 2.2489 \quad A_s = \frac{5}{6}A = 3.3333$$

La costante di torsione è ottenuta tramite le serie di Saint-Venant:

$$J = \frac{a^4}{3} \left[ 1 - \frac{192}{\pi^5} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\tanh(n\pi/2)}{n^5} \right]$$

Sezione circolare cava ( $R = 1.0$  m,  $r = 0.7$  m)

$$A = \pi(R^2 - r^2) = 1.6022 \quad I = \frac{\pi}{4}(R^4 - r^4) = 0.5968 \quad J = \frac{\pi}{2}(R^4 - r^4) = 1.1936$$

Le aree di taglio non ammettono una formula semplice; l'equazione differenziale deve essere risolta numericamente.

Muro a L ( $L = 2.0$  m,  $t = 0.3$  m)

Per scomposizione (ala  $2.0 \times 0.3$  + anima  $0.3 \times 1.7$ ) e teorema di Huygens-Steiner:

$$A = 1.1100 \quad z_G = y_G = 0.6095 \quad I_{zz} = I_{yy} = 0.4030 \quad \alpha = 45^\circ$$

Non esiste una formula analitica esatta per la torsione, il taglio e l'ingobbamento. La teoria di Vlasov (profili aperti in parete sottile) fornisce tuttavia un ordine di grandezza:  $J \approx \frac{1}{3}(2L - t)t^3 = 0.0333$  m<sup>4</sup> e il centro di taglio si situa approssimativamente all'intersezione delle linee medie delle ali ( $y_T \approx z_T \approx t/2 = 0.15$  m). Queste stime suppongono uno spessore infinitamente piccolo rispetto alla lunghezza delle ali; qui  $t/L = 15\%$ , e gli effetti di spessore — in particolare l'irrigidimento della giunzione all'angolo — spostano i valori reali rispetto a questo modello semplificato.

### Sezioni netta e omogeneizzata

Per una sezione armata con  $N$  barre d'acciaio di sezione  $A_{s,i}$  alle coordinate  $(z_{s,i}, y_{s,i})$ , con un coefficiente di omogeneizzazione  $n$ :

$$A_{\text{net}} = A - \sum_{i=1}^N A_{s,i} \quad A_{\text{hom}} = A + (n-1) \sum_{i=1}^N A_{s,i}$$

Il baricentro si sposta leggermente (formula analoga per  $z_G$ ):

$$y_{G,\text{net}} = \frac{A \cdot y_G - \sum_i A_{s,i} y_{s,i}}{A_{\text{net}}} \quad y_{G,\text{hom}} = \frac{A \cdot y_G + (n-1) \sum_i A_{s,i} y_{s,i}}{A_{\text{hom}}}$$

L'inerzia si deduce tramite il teorema di Huygens-Steiner, tenendo conto dello spostamento  $\Delta y_G$  tra il baricentro della sezione considerata e quello della sezione lorda:

$$I_{zz,net} = I_{zz} + A(\Delta y_G)^2 - \sum_i A_{s,i} (y_{s,i} - y_{G,net})^2$$

$$I_{zz,hom} = I_{zz} + A(\Delta y_G)^2 + (n-1) \sum_i A_{s,i} (y_{s,i} - y_{G,hom})^2$$

## Validazione — Proprietà di flessione

Le formule analitiche sopra riportate sono state applicate alle tre sezioni utilizzando le coordinate esatte delle armature esportate da SectionPro. Tutti i risultati coincidono.

Sezione	Proprietà	Lorda	$\Delta$	Netta	$\Delta$	Om.	$\Delta$
Quadrata	$A$ (m <sup>2</sup> )	4.0000	0.00 %	3.9823	0.00 %	4.0707	0.00 %
	$z_G, y_G$ (m)	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %
	$I_{zz}, I_{yy}$ (m <sup>4</sup> )	1.3333	0.00 %	1.3226	0.00 %	1.3761	0.00 %
Circ. cava	$A$ (m <sup>2</sup> )	1.6022	0.00 %	1.5871	0.00 %	1.6625	0.00 %
	$z_G, y_G$ (m)	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %
	$I_{zz}, I_{yy}$ (m <sup>4</sup> )	0.5968	0.00 %	0.5913	0.00 %	0.6189	0.00 %
Muro a L	$A$ (m <sup>2</sup> )	1.1100	0.00 %	1.0974	0.00 %	1.1603	0.00 %
	$z_G, y_G$ (m)	0.6095	0.00 %	0.6093	0.00 %	0.6100	0.00 %
	$I_{zz}, I_{yy}$ (m <sup>4</sup> )	0.4030	0.00 %	0.3981	0.00 %	0.4225	0.00 %

## Validazione — Torsione e taglio (confronto incrociato)

Le proprietà di torsione e taglio, calcolate con il metodo degli elementi finiti, sono confrontate con un software di riferimento che utilizza un solutore indipendente.

Sezione	Proprietà	Analitica	SectionPro	$\Delta$	Rif.	$\Delta$
Quadrata	$J$ (m <sup>4</sup> )	2.2489	2.2492	0.01 %	2.2585	0.41 %
	$A_{sz}, A_{sy}$ (m <sup>2</sup> )	3.3333	3.3333	0.00 %	3.3355	0.07 %
	$y_T, z_T$ (m)	1.0000	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %
Circ. cava	$J$ (m <sup>4</sup> )	1.1936	1.1936	0.00 %	1.1920	0.13 %
	$A_{sz}, A_{sy}$ (m <sup>2</sup> )	—	0.8422	—	0.8418	—
	$y_T, z_T$ (m)	1.0000	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %
Muro a L	$J$ (m <sup>4</sup> )	—	0.0322	—	0.0328	—
	$A_{sz}$ (m <sup>2</sup> )	—	0.5037	—	0.5054	—
	$A_{sy}$ (m <sup>2</sup> )	—	0.5037	—	0.5024	—
	$y_T, z_T$ (m)	—	0.1637	—	0.1639	—

**Muro a L** — La teoria di Vlasov ( $J \approx 0.033$  m<sup>4</sup>,  $y_T \approx 0.15$  m) fornisce un ordine di grandezza comparabile, ma resta un'approssimazione poiché considera segmenti senza spessore (mentre  $t/L = 15\%$ ).

## Conclusione

Sezione	Validazione	Scarto flessione	Scarto torsione (rif.)
Quadrata	Analitica	0.00 %	0.41 %
Circ. cava	Analitica + riferimento ( $A_{sy}$ , $A_{sz}$ )	0.00 %	0.13 %
Muro a L	Analitica + riferimento ( $J$ , $A_{sy}$ , $A_{sz}$ , $y_T$ , $z_T$ )	0.00 %	1.86 %

Le proprietà di flessione (area, baricentro, momenti d'inerzia) sono riprodotte con precisione perfetta sulle tre geometrie, in sezione lorda, netta e omogeneizzata (scarto 0.00 % rispetto alle formule analitiche).

Le proprietà di torsione e taglio, calcolate con il metodo degli elementi finiti, dipendono dalla finezza della mesh. Il confronto incrociato con un software di riferimento mostra un'ottima concordanza tra i due solutori. SectionPro presenta inoltre una migliore convergenza, come testimoniato dalla sua corrispondenza esatta con le soluzioni analitiche di torsione e taglio quando queste esistono.