



# Mechanische Eigenschaften

SectionPro-Tutorial — Quadratischer Querschnitt, Kreisringquerschnitt & L-förmige Wand

BridgeKernel · 2026

## Einleitung

Die mechanischen Eigenschaften eines Querschnitts — Fläche, Trägheitsmomente, Schwerpunkt, Torsionskonstante, Schubflächen — sind der Ausgangspunkt jeder Tragwerksberechnung. Dieser Artikel zeigt, wie man sie mit **SectionPro** für drei verschiedene Geometrien ermittelt:

- Quadratischer Querschnitt** — der einfachste Fall, alle Eigenschaften sind analytisch berechenbar.
- Kreisringquerschnitt** — Torsion und Trägheit bleiben analytisch, aber die Schubflächen erfordern eine numerische Berechnung.
- L-förmige Wand** — nur die geometrischen Eigenschaften sind analytisch. Torsion, Schub und Wölbung sind rein numerisch. Dieser Querschnitt veranschaulicht den Fall einer asymmetrischen Geometrie ( $\alpha \neq 0$ ).

## Berechnete Eigenschaften

SectionPro berechnet die folgenden Eigenschaften. Die ersten drei Gruppen werden für den Bruttoquerschnitt, den Nettoquerschnitt (Abzug der Hohlräume an den Bewehrungspositionen) und den ideellen Querschnitt (Berücksichtigung der Bewehrung über die Verhältniszahl  $n$ ) berechnet:

### Allgemeine Ergebnisse

$A$  — Fläche  
 $(z_G, y_G)$  — Schwerpunkt  
 $P$  — Umfang  
 $W$  — Streckengewicht

### Schwerpunktachsen

$I_{zz}, I_{yy}$  — Trägheitsmomente  
 $v^+, v^-$  — Randfasern ( $y$ )  
 $w^+, w^-$  — Randfasern ( $z$ )

### Hauptachsen

$\alpha$  — Drehwinkel  
 $I_1, I_2$  — Hauptträgheitsmomente  
 $v^+, v^-, w^+, w^-$  — Randfasern

### Torsion & Schub (FEM)

$J$  — Torsionskonstante  
 $A_{sy}, A_{sz}$  — Schubflächen  
 $(y_T, z_T)$  — Schubmittelpunkt  
 $\Gamma$  — Wölbkonstante

Die Torsions- und Schubeigenschaften erfordern die Lösung einer Differentialgleichung mittels der Finite-Elemente-Methode.

# Quadratischer Querschnitt

## Eingabedaten

### Beton

Seitenlänge  $a = 2.0$  m

Dichte  $\rho = 2.5$  t/m<sup>3</sup>

### Bewehrung

HA25 Abstand 200 mm, Betondeckung 50 mm

1 Lage — Verhältniszahl  $n = 5$

## Eingabe und Ergebnisse

**Data**

Solid Square Section

**Concrete**

Side length (m)

2

**Reinforcement**

Mode: uniform spacing

Bar spacing (mm) Bar diameter (mm) Concrete cover (mm) Layers (1 or 2)

200 25 50 1

Submit Infos

Abbildung 1: Eingabe des quadratischen Querschnitts.

**Analysis**

Mechanical characteristics

Specify the equivalence coefficient  $n=Es/Ec$  for homogenized properties and the mesh refinement for torsion and shear computations.

$n = Es/Ec$  Mesh refinement

5 Fine

Compute Export

**Section drawing**

General results

The area  $A$ , perimeter  $P$ , weight per linear meter  $W$  and the coordinates of the center of gravity ( $z_G$ ,  $y_G$ ) are given below:

Caract.	Unit	Raw	Net	Homog.
$A$	m <sup>2</sup>	4.0000	3.9823	4.0707
$z_G$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$y_G$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$P$	m	8.0000	—	—
$W$	T/m	10.0000	—	—

Abbildung 2: Ergebnisseite der mechanischen Eigenschaften.

Aufgrund der doppelten Symmetrie liegt der Schwerpunkt in der Mitte des Quadrats, der Hauptachsenwinkel ist null und die beiden Trägheitsmomente sind gleich.

## Allgemeine Ergebnisse

	Einheit	Brutto	Netto	Ideal.
$A$	m <sup>2</sup>	4.0000	3.9823	4.0707
$z_G$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$y_G$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$P$	m	8.0000	—	—
$W$	T/m	10.0000	—	—

## Biegung

### 3.2.2.1 Schwerpunktsachsen

	Einheit	Brutto	Netto	Ideal.
$I_{zz}$	m <sup>4</sup>	1.3333	1.3226	1.3761
$I_{yy}$	m <sup>4</sup>	1.3333	1.3226	1.3761
$v^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$v^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000

### 3.2.2.2 Hauptachsen

	Einheit	Brutto	Netto	Ideal.
$I_1$	m <sup>4</sup>	1.3333	1.3226	1.3761
$I_2$	m <sup>4</sup>	1.3333	1.3226	1.3761
$v^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$v^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$\alpha$	°	0.00	0.00	0.00

## Torsion und Schub (FEM)

Aufgrund der doppelten Symmetrie fällt der Schubmittelpunkt mit dem Schwerpunkt zusammen ( $y_T = z_T = y_G = z_G = 1.0$  m). Die Verwölbung ist nahezu null ( $\Gamma \approx 0$ ). Das Verhältnis  $A_{sz}/A = 3.33/4.00 \approx 0.83$  ist typisch für einen Vollquerschnitt.

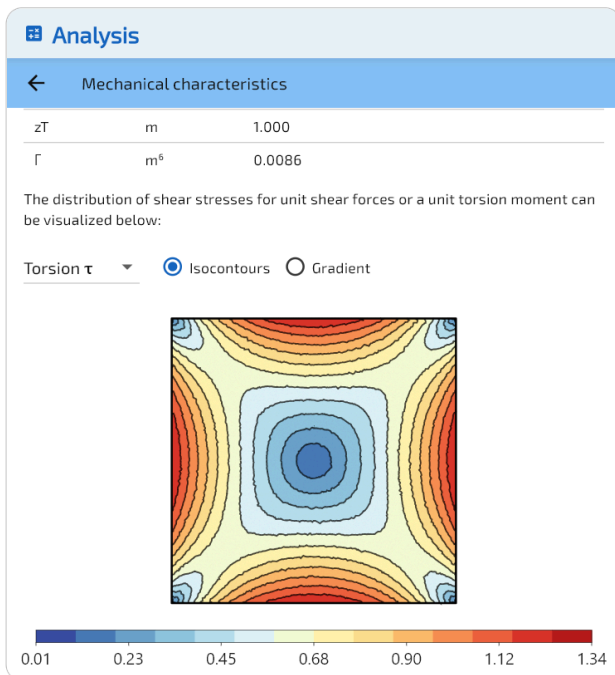


Abbildung 3: Torsionsspannungen  $\tau$  — Maximum in der Mitte der Seiten.

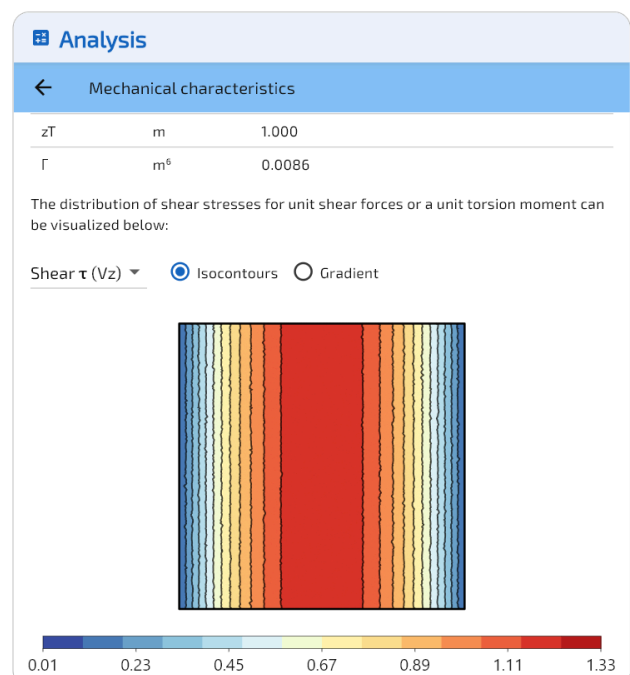


Abbildung 4: Schubspannungen.

	$J$	$A_{sz}$	$A_{sy}$	$y_T$	$z_T$	$\Gamma$
Einheit	m <sup>4</sup>	m <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	m	m	m <sup>6</sup>
Wert	2.2492	3.3333	3.3333	1.0000	1.0000	0.0086

# Kreisringquerschnitt

## Eingabedaten

### Beton

Außendurchmesser  $D = 2.0$  m

Wandstärke  $e = 0.3$  m

Dichte  $\rho = 2.5$  t/m<sup>3</sup>

### Bewehrung

24 HA20, Betondeckung 50 mm

1 Lage — Verhältniszahl  $n = 5$

## Eingabe und Ergebnisse

**Data**

← Hollow Circular Section

**Concrete**

Outer diameter (m)  Wall thickness (m)

**Reinforcement** ⓘ

Mode: count

Number of rebars  Bar diameter (mm)  Concrete cover (mm)  Layers (1 or 2)

Submit
Infos

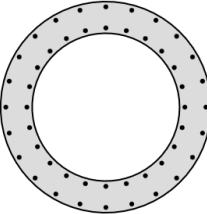


Abbildung 5: Eingabe des Kreisringquerschnitts.

**Analysis**

← Mechanical characteristics

**General results**

The area  $A$ , perimeter  $P$ , weight per linear meter  $W$  and the coordinates of the center of gravity ( $z_G$ ,  $y_G$ ) are given below:

Cara	Unit	Raw	Net	Homog.
$A$	m <sup>2</sup>	1.6022	1.5871	1.6625
$z_G$	m	1.000	1.000	1.000
$y_G$	m	1.000	1.000	1.000
$P$	m	6.283	-	-
$W$	T/m	4.005	-	-

$z_G$  and  $y_G$  are given respectively with respect to the extreme fiber on the left and at the bottom of the section.

**Centroidal reference frame**

The central reference frame is positioned at the center of gravity of the gross section. The  $z$ -axis is horizontal, oriented to the right and the  $y$ -axis is vertical, oriented upwards.

The moments of inertia  $I_{zz}$  and  $I_{yy}$ , as well as the distances of the extreme fibers at the top ( $v^+$ ), at the bottom ( $v^-$ ), to the right ( $w^+$ ) and to the left ( $w^-$ ) with respect to this reference frame are given below:

Cara	Unit	Raw	Net	Homog.
$I_{zz}$	m <sup>4</sup>	0.5968	0.5913	0.6189
$I_{yy}$	m <sup>4</sup>	0.5968	0.5913	0.6189
$v^+$	m	1.000	1.000	1.000
$v^-$	m	1.000	1.000	1.000
$w^+$	m	1.000	1.000	1.000
$w^-$	m	1.000	1.000	1.000

Abbildung 6: Ergebnisseite der mechanischen Eigenschaften.

Aufgrund der Kreissymmetrie sind die Trägheitsmomente gleich und der Hauptachsenwinkel ist unbestimmt (angezeigt als 0°).

## Allgemeine Ergebnisse

	Einheit	Brutto	Netto	Ideal.
$A$	m <sup>2</sup>	1.6022	1.5871	1.6625
$z_G$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$y_G$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$P$	m	6.2832	—	—
$W$	T/m	4.0055	—	—

## Biegung

### 4.2.2.1 Schwerpunktsachsen

	Einheit	Brutto	Netto	Ideal.
$I_{zz}$	m <sup>4</sup>	0.5968	0.5913	0.6189
$I_{yy}$	m <sup>4</sup>	0.5968	0.5913	0.6189
$v^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$v^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000

### 4.2.2.2 Hauptachsen

	Einheit	Brutto	Netto	Ideal.
$I_1$	m <sup>4</sup>	0.5968	0.5913	0.6189
$I_2$	m <sup>4</sup>	0.5968	0.5913	0.6189
$v^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$v^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^+$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$w^-$	m	1.0000	1.0000	1.0000
$\alpha$	°	0.00	0.00	0.00

## Torsion und Schub (FEM)

Aufgrund der Rotationssymmetrie fällt der Schubmittelpunkt mit dem Schwerpunkt zusammen ( $y_T = z_T = y_G = z_G = 1.0$  m) und die Verwölbung ist null ( $\Gamma = 0$ ). Das Verhältnis  $A_{sz}/A = 0.84/1.60 \approx 0.53$ : Der Hohlquerschnitt ist im Schub weniger effektiv als ein Vollquerschnitt.

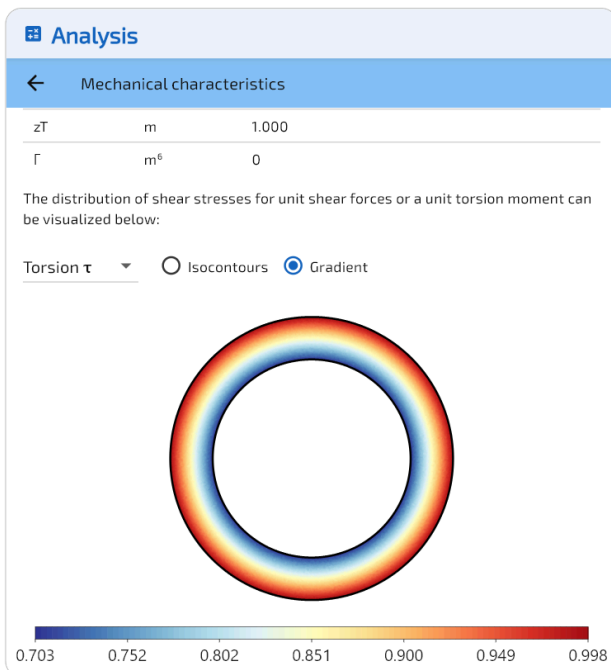


Abbildung 7: Torsionsspannungen  $\tau$  — Maximum auf dem Außenrand.

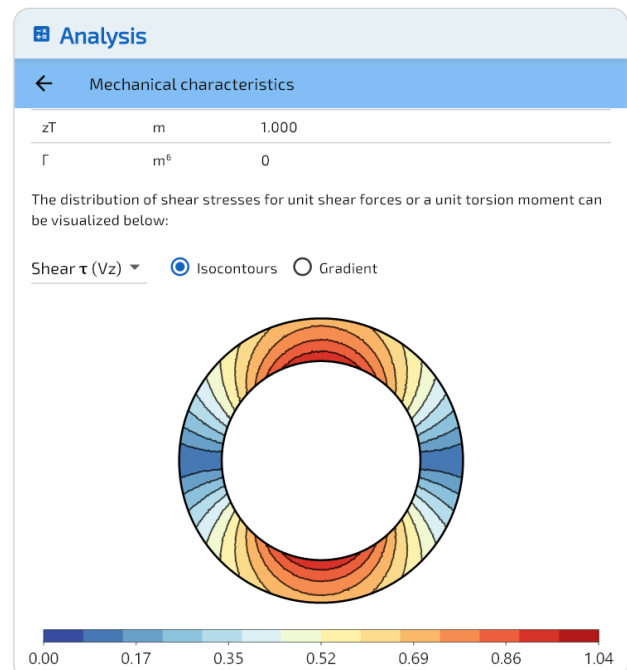


Abbildung 8: Schubspannungen.

	$J$	$A_{sz}$	$A_{sy}$	$y_T$	$z_T$	$\Gamma$
Einheit	m <sup>4</sup>	m <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	m	m	m <sup>6</sup>
Wert	1.1936	0.8422	0.8422	1.0000	1.0000	0.0000

# L-förmige Wand

## Eingabedaten

### Beton

L-Form — Breite 2.0 m, Höhe 2.0 m

Wandstärke  $t = 0.3$  m

Dichte  $\rho = 2.5$  t/m<sup>3</sup>

### Bewehrung

HA20 Abstand 200 mm, Betondeckung 40 mm

1 Lage — Verhältniszahl  $n = 5$

## Eingabe und Ergebnisse

Abbildung 9: Eingabe der L-förmigen Wand.

Cara	Unit	Raw	Net	Homog.
A	m <sup>2</sup>	1.1100	1.0974	1.1603
z <sub>G</sub>	m	0.609	0.609	0.610
y <sub>G</sub>	m	0.609	0.609	0.610
P	m	8.000	-	-
W	T/m	2.775	-	-

Abbildung 10: Ergebnisseite der mechanischen Eigenschaften.

Da die Schenkel gleich lang sind, gilt  $I_{zz} = I_{yy}$  und der Hauptachsenwinkel beträgt genau  $\alpha = 45^\circ$ .

## Allgemeine Ergebnisse

	Einheit	Brutto	Netto	Ideal.
A	m <sup>2</sup>	1.1100	1.0974	1.1603
z <sub>G</sub>	m	0.6095	0.6093	0.6100
y <sub>G</sub>	m	0.6095	0.6093	0.6100
P	m	8.0000	—	—
W	T/m	2.7750	—	—

## Biegung

### 5.2.2.1 Schwerpunktachsen

	Einheit	Brutto	Netto	Ideal.
$I_{zz}$	m <sup>4</sup>	0.4030	0.3981	0.4225
$I_{yy}$	m <sup>4</sup>	0.4030	0.3981	0.4225
$v^+$	m	1.3905	1.3907	1.3900
$v^-$	m	0.6095	0.6093	0.6100
$w^+$	m	1.3905	1.3907	1.3900
$w^-$	m	0.6095	0.6093	0.6100

### 5.2.2.2 Hauptachsen

	Einheit	Brutto	Netto	Ideal.
$I_1$	m <sup>4</sup>	0.6373	0.6297	0.6679
$I_2$	m <sup>4</sup>	0.1687	0.1666	0.1771
$v^+$	m	1.4142	1.4142	1.4142
$v^-$	m	1.4142	1.4142	1.4142
$w^+$	m	0.7644	0.7644	0.7644
$w^-$	m	0.8619	0.8619	0.8619
$\alpha$	°	45.00	45.00	45.00

## Torsion und Schub (FEM)

Der Schubmittelpunkt ( $y_T = z_T = 0.16$  m) ist zur einspringenden Ecke hin verschoben, weit entfernt vom Schwerpunkt ( $y_G = z_G = 0.61$  m). Die Verwölbung ist bedeutend ( $\Gamma = 0.009$  m<sup>6</sup>). Die Torsionskonstante  $J = 0.032$  m<sup>4</sup> ist sehr gering — typisch für ein dünnwandiges offenes Profil. Das Verhältnis  $A_{sz}/A = 0.50/1.11 \approx 0.45$ .

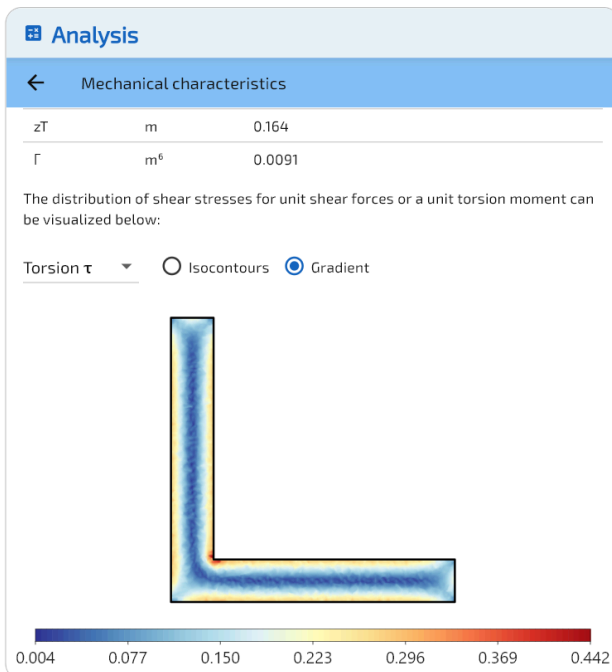


Abbildung 11: Torsionsspannungen  $\tau$  — Singularität an der einspringenden Ecke. Verschobener Schubmittelpunkt.

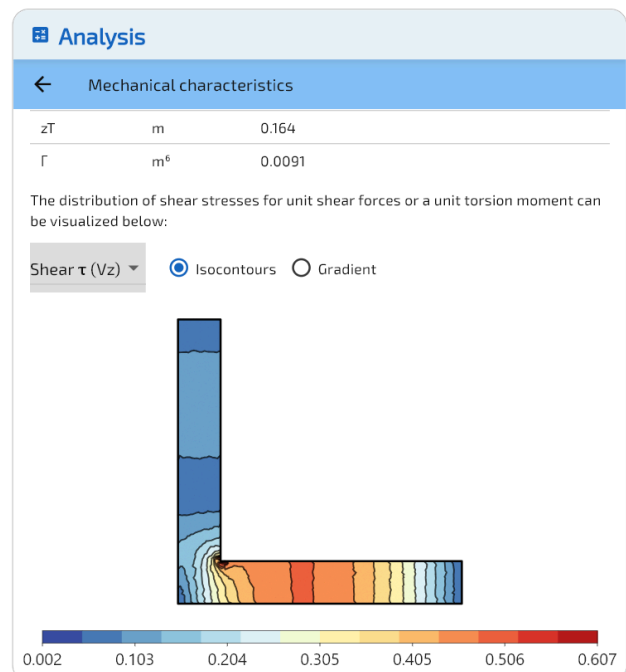


Abbildung 12: Schubspannungen.

	$J$	$A_{sz}$	$A_{sy}$	$y_T$	$z_T$	$\Gamma$
Einheit	m <sup>4</sup>	m <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	m	m	m <sup>6</sup>

	$J$	$A_{sz}$	$A_{sy}$	$y_T$	$z_T$	$\Gamma$
Wert	0.0322	0.5037	0.5037	0.1637	0.1637	0.0091

# Validierung der Ergebnisse

Die Ergebnisse von SectionPro werden auf zwei Arten validiert: durch Vergleich mit den **analytischen Formeln** (sofern vorhanden) und durch **Kreuzvergleich** mit einer Referenzsoftware, die einen unabhängigen Finite-Elemente-Löser verwendet.

## Zusammenfassung der analytischen Formeln

**Quadratischer Querschnitt** ( $a = 2.0$  m)

$$A = a^2 = 4.0000 \quad I = \frac{a^4}{12} = 1.3333 \quad J = 0.1406a^4 = 2.2489 \quad A_s = \frac{5}{6}A = 3.3333$$

Die Torsionskonstante wird über die Saint-Venant-Reihen ermittelt:

$$J = \frac{a^4}{3} \left[ 1 - \frac{192}{\pi^5} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\tanh(n\pi/2)}{n^5} \right]$$

**Kreisringquerschnitt** ( $R = 1.0$  m,  $r = 0.7$  m)

$$A = \pi(R^2 - r^2) = 1.6022 \quad I = \frac{\pi}{4}(R^4 - r^4) = 0.5968 \quad J = \frac{\pi}{2}(R^4 - r^4) = 1.1936$$

Die Schubflächen besitzen keine einfache geschlossene Formel; die Differentialgleichung muss numerisch gelöst werden.

**L-förmige Wand** ( $L = 2.0$  m,  $t = 0.3$  m)

Durch Zerlegung (Flansch  $2.0 \times 0.3$  + Steg  $0.3 \times 1.7$ ) und den Satz von Steiner:

$$A = 1.1100 \quad z_G = y_G = 0.6095 \quad I_{zz} = I_{yy} = 0.4030 \quad \alpha = 45^\circ$$

Es existiert keine exakte analytische Formel für Torsion, Schub und Verwölbung. Die Wölbkrafttheorie nach Vlasov (dünnwandige offene Profile) liefert jedoch eine Größenordnung:  $J \approx \frac{1}{3}(2L - t)t^3 = 0.0333$  m<sup>4</sup> und der Schubmittelpunkt liegt näherungsweise am Schnittpunkt der Mittellinien der Schenkel ( $y_T \approx z_T \approx t/2 = 0.15$  m). Diese Abschätzungen setzen eine gegenüber der Schenkellänge unendlich kleine Wandstärke voraus; hier beträgt  $t/L = 15\%$ , und die Dickeneffekte — insbesondere die Versteifung der Verbindung an der Ecke — verschieben die tatsächlichen Werte gegenüber diesem vereinfachten Modell.

## Netto- und ideeller Querschnitt

Für einen mit  $N$  Bewehrungsstäben der Querschnittsfläche  $A_{s,i}$  an den Koordinaten  $(z_{s,i}, y_{s,i})$  bewehrten Querschnitt mit der Verhältniszahl  $n$ :

$$A_{\text{net}} = A - \sum_{i=1}^N A_{s,i} \quad A_{\text{hom}} = A + (n-1) \sum_{i=1}^N A_{s,i}$$

Der Schwerpunkt verschiebt sich geringfügig (analoge Formel für  $z_G$ ):

$$y_{G,\text{net}} = \frac{A \cdot y_G - \sum_i A_{s,i} y_{s,i}}{A_{\text{net}}} \quad y_{G,\text{hom}} = \frac{A \cdot y_G + (n-1) \sum_i A_{s,i} y_{s,i}}{A_{\text{hom}}}$$

Das Trägheitsmoment ergibt sich nach dem Satz von Steiner unter Berücksichtigung der Verschiebung  $\Delta y_G$  zwischen dem Schwerpunkt des betrachteten Querschnitts und dem des Bruttoquerschnitts:

$$I_{zz,\text{net}} = I_{zz} + A(\Delta y_G)^2 - \sum_i A_{s,i} (y_{s,i} - y_{G,\text{net}})^2$$

$$I_{zz,\text{hom}} = I_{zz} + A(\Delta y_G)^2 + (n-1) \sum_i A_{s,i} (y_{s,i} - y_{G,\text{hom}})^2$$

## Validierung — Biegeeigenschaften

Die obigen analytischen Formeln wurden auf die drei Querschnitte angewendet, wobei die von SectionPro exportierten exakten Bewehrungskordinaten verwendet wurden. Alle Ergebnisse stimmen überein.

Querschnitt	Eigenschaft	Brutto	$\Delta$	Netto	$\Delta$	Ideal.	$\Delta$
<b>Quadrat.</b>	$A$ (m <sup>2</sup> )	4.0000	0.00 %	3.9823	0.00 %	4.0707	0.00 %
	$z_G, y_G$ (m)	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %
	$I_{zz}, I_{yy}$ (m <sup>4</sup> )	1.3333	0.00 %	1.3226	0.00 %	1.3761	0.00 %
<b>Kreisring</b>	$A$ (m <sup>2</sup> )	1.6022	0.00 %	1.5871	0.00 %	1.6625	0.00 %
	$z_G, y_G$ (m)	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %
	$I_{zz}, I_{yy}$ (m <sup>4</sup> )	0.5968	0.00 %	0.5913	0.00 %	0.6189	0.00 %
<b>L-Wand</b>	$A$ (m <sup>2</sup> )	1.1100	0.00 %	1.0974	0.00 %	1.1603	0.00 %
	$z_G, y_G$ (m)	0.6095	0.00 %	0.6093	0.00 %	0.6100	0.00 %
	$I_{zz}, I_{yy}$ (m <sup>4</sup> )	0.4030	0.00 %	0.3981	0.00 %	0.4225	0.00 %

## Validierung — Torsion und Schub (Kreuzvergleich)

Die Torsions- und Schubeigenschaften, berechnet mittels Finite-Elemente-Methode, werden mit einer Referenzsoftware verglichen, die einen unabhängigen Löser verwendet.

Querschnitt	Eigenschaft	Analytisch	SectionPro	$\Delta$	Ref.	$\Delta$
<b>Quadrat.</b>	$J$ (m <sup>4</sup> )	2.2489	2.2492	0.01 %	2.2585	0.41 %
	$A_{sz}, A_{sy}$ (m <sup>2</sup> )	3.3333	3.3333	0.00 %	3.3355	0.07 %
	$y_T, z_T$ (m)	1.0000	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %
<b>Kreisring</b>	$J$ (m <sup>4</sup> )	1.1936	1.1936	0.00 %	1.1920	0.13 %
	$A_{sz}, A_{sy}$ (m <sup>2</sup> )	—	0.8422	—	0.8418	—
	$y_T, z_T$ (m)	1.0000	1.0000	0.00 %	1.0000	0.00 %
<b>L-Wand</b>	$J$ (m <sup>4</sup> )	—	0.0322	—	0.0328	—
	$A_{sz}$ (m <sup>2</sup> )	—	0.5037	—	0.5054	—
	$A_{sy}$ (m <sup>2</sup> )	—	0.5037	—	0.5024	—
	$y_T, z_T$ (m)	—	0.1637	—	0.1639	—

**L-förmige Wand** — Die Wölbkrafttheorie nach Vlasov ( $J \approx 0.033 \text{ m}^4$ ,  $y_T \approx 0.15 \text{ m}$ ) liefert eine vergleichbare Größenordnung, bleibt aber eine Näherung, da sie von wandstärkelosen Segmenten ausgeht (während  $t/L = 15\%$ ).

## Schlussfolgerung

Querschnitt	Validierung	Abw. Biegung	Abw. Torsion (Ref.)
<b>Quadrat.</b>	Analytisch	<b>0.00 %</b>	0.41 %
<b>Kreisring</b>	Analytisch + Referenz ( $A_{sy}$ , $A_{sz}$ )	<b>0.00 %</b>	0.13 %
<b>L-Wand</b>	Analytisch + Referenz ( $J$ , $A_{sy}$ , $A_{sz}$ , $y_T$ , $z_T$ )	<b>0.00 %</b>	1.86 %

Die Biegeeigenschaften (Fläche, Schwerpunkt, Trägheitsmomente) werden mit perfekter Genauigkeit für alle drei Geometrien im Brutto-, Netto- und ideellen Querschnitt reproduziert (Abweichung 0.00 % gegenüber den analytischen Formeln).

Die Torsions- und Schubeigenschaften, berechnet mittels Finite-Elemente-Methode, hängen von der Netzfeinheit ab. Der Kreuzvergleich mit einer Referenzsoftware zeigt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen beiden Lösern. SectionPro weist dabei eine bessere Konvergenz auf, wie die exakte Übereinstimmung mit den analytischen Lösungen für Torsion und Schub zeigt, sofern diese existieren.