

Superfície de interacção

Tutorial SectionPro: domínios de resistência 3D em flexão desviada

BridgeKernel · 2026

Introdução

Verificar uma seção de betão armado sob esforço normal e flexão combinados é simples quando a flexão é uniaxial: um único diagrama de interação (N, M) descreve a totalidade do domínio de resistência. Em flexão desviada, contudo, a resistência depende simultaneamente de N , M_z e M_y , e nenhuma curva 2D é suficiente. O domínio de resistência completo torna-se uma superfície tridimensional no espaço (N, M_z, M_y) .

O SectionPro calcula esta superfície de interação para cada estado limite definido pelo utilizador. Um ponto de carga no interior da superfície significa que a seção é segura; um ponto no exterior significa que a capacidade foi excedida. A superfície é apresentada num visualizador 3D interativo com rotação, zoom e deslocamento, e exportável em PDF, Excel e texto.

Este artigo apresenta a análise da superfície de interação em duas geometrias e dois códigos normativos: uma **seção octogonal** (Eurocode 2) e uma **seção elíptica** (ACI 318), cada uma analisada no ELU e no ELS.

Resultados calculados

O SectionPro fornece três categorias de resultados para cada superfície de interação:

Domínio de resistência 3D

- Superfície triangulada interactiva
- Uma superfície por estado limite
- Resolução da malha ajustável
- Rotação, zoom, deslocamento
- Opacidade da superfície ajustável

Caixa delimitadora

- N_{\min}, N_{\max} : gama de esforço normal
- $M_{z, \min}, M_{z, \max}$: gama de momento
- $M_{y, \min}, M_{y, \max}$: gama de momento
- Capacidade extrema por direcção

Exportações

- PDF: caixa delimitadora + vistas 3D
- XLS: coordenadas da malha + triângulos
- TXT: coordenadas da malha (colunas)

Cenários de teste

Seção octogonal (Eurocode 2). No ELU, o betão segue uma lei parábola-rectângulo com $\gamma_c = 1.50$ e o aço é elastoplástico com endurecimento ($\gamma_s = 1.15$). No ELS, ambos os materiais são elásticos lineares com tensoes admissíveis.

Seccao eliptica (ACI 318). No ELU, o betao segue o bloco rectangular equivalente de Whitney com factores φ (0.65 a 0.90, $\varphi_N = 0.80$). Para $\rho < 1\%$, uma reducao arquitectonica aplica-se. No ELS, ambos os materiais sao elasticos lineares com tensoes admissiveis.

Seccao octogonal (Eurocode 2)

Dados de entrada

Betao

- Seccao transversal octogonal
- $b_1 = 2.00$ m, $b_2 = 0.50$ m
- $h_1 = 1.00$ m, $h_2 = 0.60$ m

Armaduras

- 48 varoes, espacamento uniforme 150 mm
- Diametro $\varphi = 32$ mm
- Recobrimento 50 mm, 1 camada

Leis de materiais (EC2)

- Betao C30/37: $f_{ck} = 30$ MPa
- Aco B500B: $f_{yk} = 500$ MPa

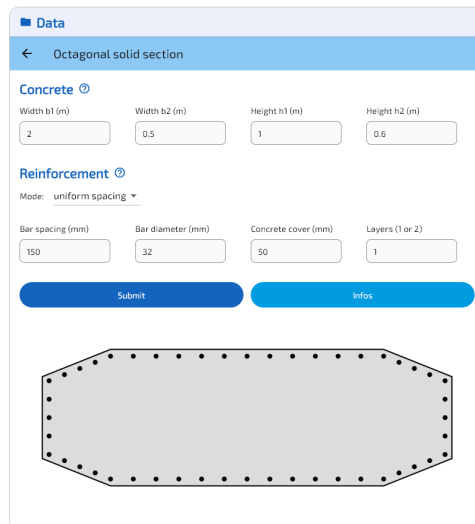


Figura 1: Seccao octogonal: geometria e disposicao das armaduras.

ELU (Fundamental)

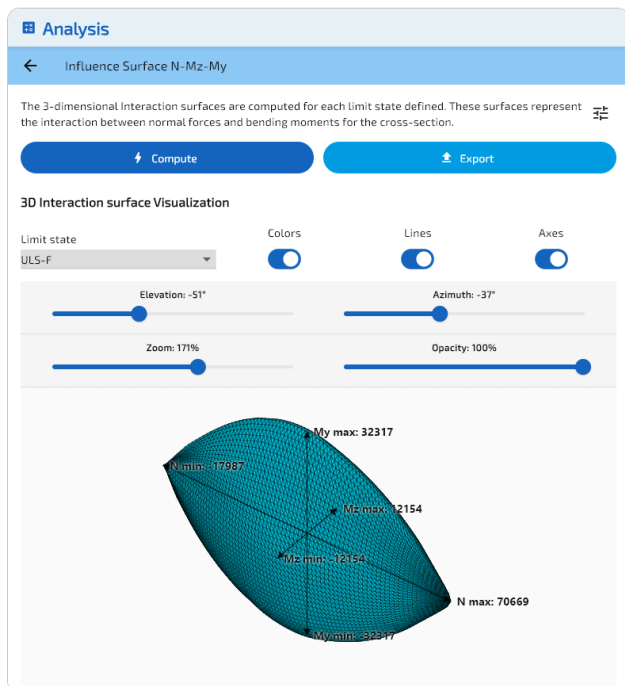


Figura 2: Superficie de interaccão no ELU, triangulos coloridos.

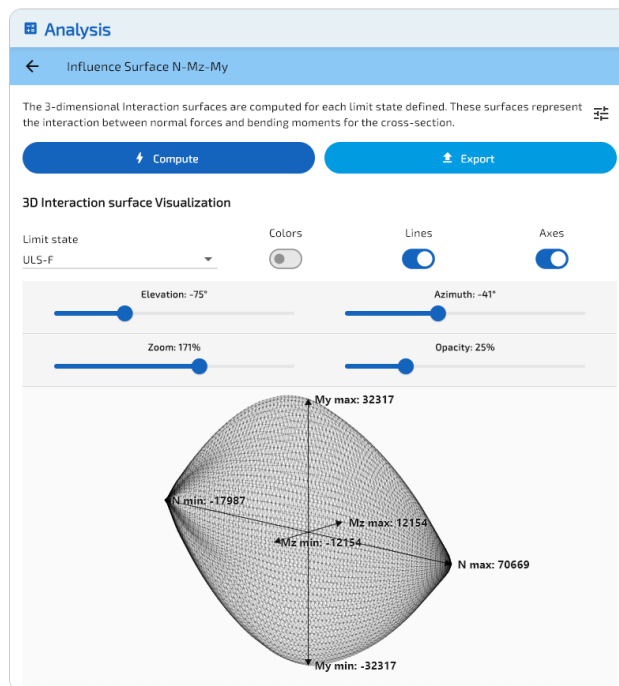


Figura 3: Superficie de interaccão no ELU, vista em arame.

ELS (Característico)

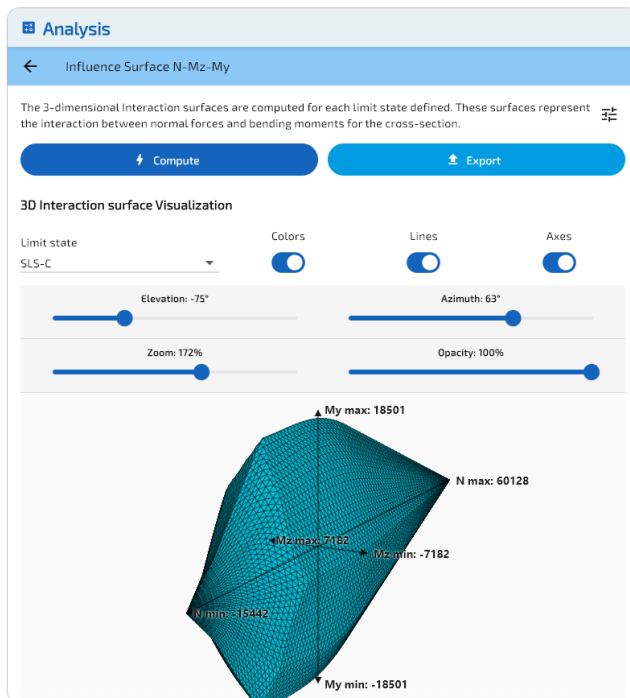


Figura 4: Superfície de interação no ELS, triângulos coloridos.

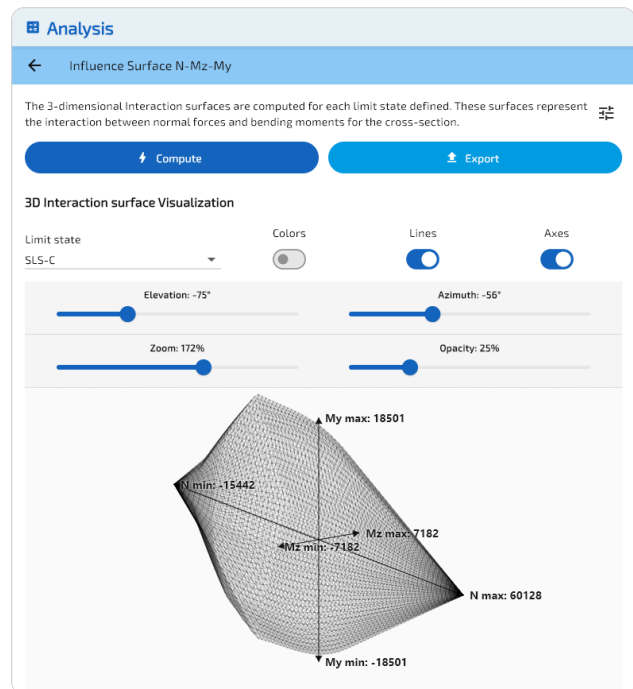


Figura 5: Superfície de interação no ELS, vista em arame.

Caixa delimitadora

	Esforço normal N (kN)	Momento M_z (kN·m)	Momento M_y (kN·m)
ELU min	-17987	-12154	-32317
ELU max	70669	12154	32317
ELS min	-15442	-7182	-18501
ELS max	60128	7182	18501

- $M_y > M_z$ porque a seção é mais larga do que alta.
- A superfície ELU é maior do que a do ELS, pois a lei parábola-retângulo oferece capacidade superior a lei elástica linear.

Seccao eliptica (ACI 318)

Dados de entrada

Betao

- Seccao transversal eliptica
- Largura = 3.00 m (eixo forte)
- Altura = 2.00 m (eixo fraco)

Armaduras

- 40 varoes ao longo do perimetro
- Diametro $\varphi = 40$ mm
- Recobrimento 50 mm, 1 camada

Leis de materiais (ACI 318)

- Betao: $f'_c = 30$ MPa
- Aco: $f_y = 500$ MPa

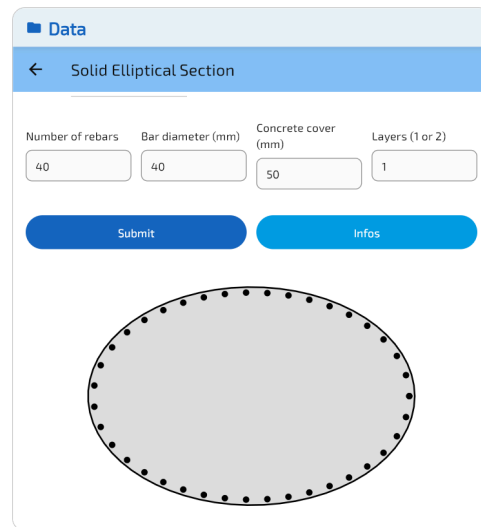


Figura 6: Seccao eliptica: geometria e disposicao das armaduras.

No ELU, a distribuicao de tensoes no betao e substituida pelo bloco rectangular equivalente de Whitney, onde $\beta_1 = 0.832$ relaciona a profundidade do bloco com a profundidade do eixo neutro.

A superficie e ponderada por factores φ (0.90 em traccao, 0.65 em compressao, limite $\varphi_N = 0.80$). Com $\rho = 1.07\% > 1\%$, nao ha reducao arquitectonica.

ELU

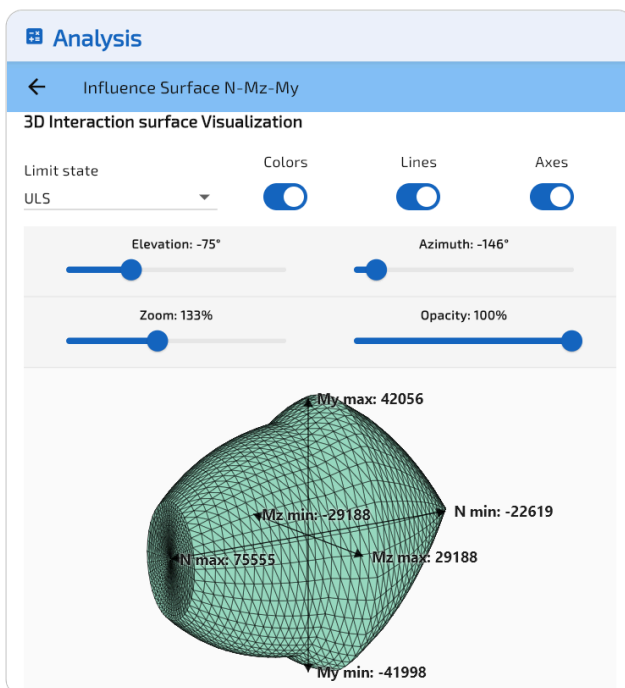


Figura 7: Superficie de interacciao no ELU, triangulos coloridos.

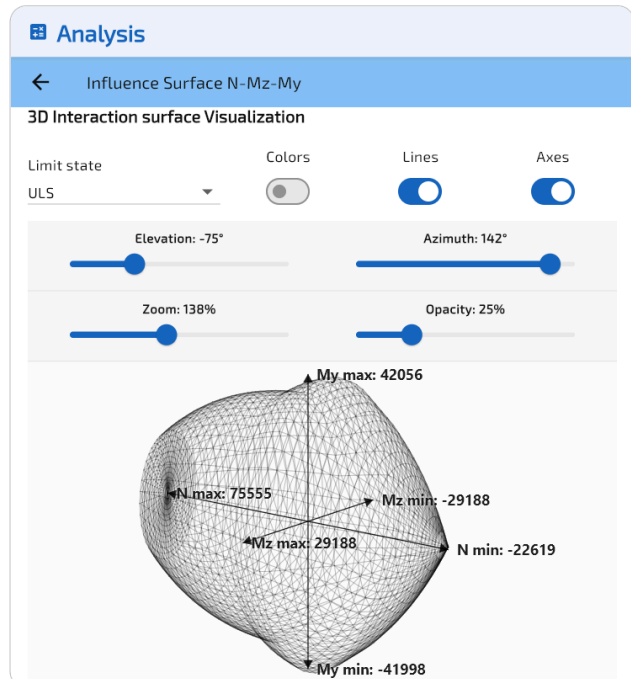


Figura 8: Superficie de interacciao no ELU, vista em arame.

ELS

No ELS, o bloco de Whitney e os factores φ deixam de se aplicar. O betao e o aco seguem leis elasticas lineares, limitadas por tensoes admissiveis ($\sigma_c = 11.5 \text{ MPa}$, $\sigma_s = 250 \text{ MPa}$). A baixa tensao admissivel do betao comparada com a tensao do bloco no ELU ($0.85f'_c = 25.5 \text{ MPa}$) explica a superficie ELS mais pequena.

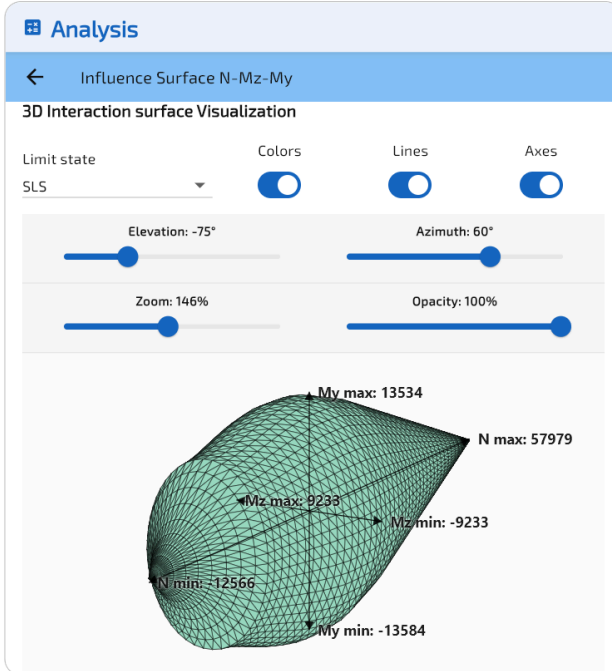


Figura 9: Superficie de interacao no ELS, triangulos coloridos.

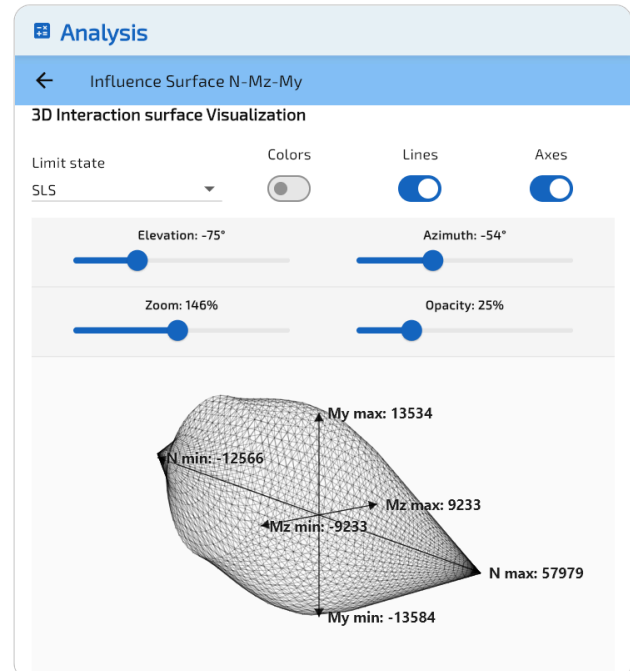


Figura 10: Superficie de interacao no ELS, vista em arame.

Caixa delimitadora

	Esforço normal N (kN)	Momento M_z (kN·m)	Momento M_y (kN·m)
ELU min	-22619	-29188	-41998
ELU max	75555	29188	42056
ELS min	-12566	-9233	-13584
ELS max	57979	9233	13534

- $M_y > M_z$ porque a seccao e mais larga do que alta, mas a diferenca e atenuada pela geometria eliptica suave.
- A superficie ELU e maior do que a do ELS devido aos factores φ (efectivo 0.52) versus a tensao admissivel $\sigma_c = 11.5 \text{ MPa}$ no ELS.

Exportacao

O SectionPro exporta os dados da superficie de interacao em tres formatos. O relatorio PDF contem a caixa delimitadora e duas vistas 3D. O ficheiro Excel fornece duas folhas por estado limite: coordenadas dos nos (N, M_z, M_y) e conectividade dos triangulos, permitindo reconstruir a superficie

em qualquer ferramenta externa. Uma exportacao em texto lista as coordenadas dos nos em colunas de largura fixa.

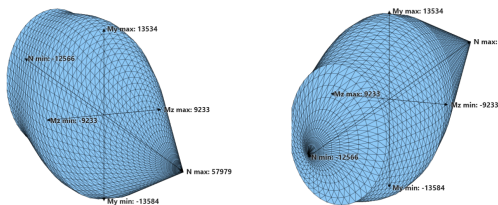
INFLUENCE SURFACE CALCULATION RESULTS

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-16 22:30

Below are figures allowing 3D visualization of the resistance domains of the studied reinforced concrete section. The bounding boxes represent the extreme values of the resisting forces.

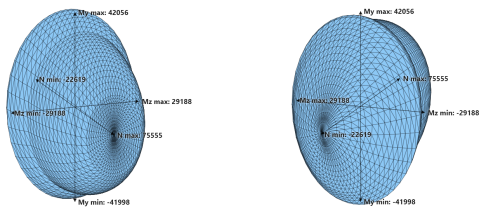
SLS : Serviceability limit state

Bounding box	Axial force N (kN)	Moment Mz (kN-m)	Moment My (kN-m)
Minimum value	-12566	-9232.7	-13584
Maximum value	57979	9232.7	13534



ULS : Ultimate limit state

Bounding box	Axial force N (kN)	Moment Mz (kN-m)	Moment My (kN-m)
Minimum value	-22619	-29188	-41998
Maximum value	75555	29188	42056



GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

INFLUENCE SURFACE CALCULATION RESULTS

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-16 22:32

INFLUENCE SURFACE NODES

ID	SLS N kN	SLS Mz kN-m	SLS My kN-m	ULS N kN	ULS Mz kN-m	ULS My kN-m
1	-12566.37	0.00	455.54	-22619.47	0.00	819.97
2	-11126.67	735.28	403.35	-19892.39	2557.77	811.22
3	-11126.67	729.70	297.26	-19892.39	2516.78	108.24
4	-11126.67	714.06	192.56	-19892.39	2391.21	-557.84
5	-11126.67	689.11	90.35	-19892.39	2204.62	-1146.42
6	-11126.67	655.70	-8.52	-19892.39	1989.45	-1625.51
7	-11126.67	613.41	-104.44	-19892.39	1741.43	-2023.96
8	-11126.67	562.89	-196.03	-19892.39	1489.98	-2328.95
9	-11126.67	501.17	-280.80	-19892.39	1275.81	-2547.72
10	-11126.67	429.11	-355.88	-19892.39	926.37	-2780.14
11	-11126.67	348.12	-422.33	-19892.39	704.46	-2900.77
12	-11126.67	257.87	-478.01	-19892.39	455.63	-2996.54
13	-11126.67	158.72	-517.58	-19892.39	281.52	-3046.76
14	-11126.67	53.15	-534.98	-19892.39	78.28	-3072.02
15	-11126.67	-54.09	-534.86	-19892.39	-78.28	-3072.02
16	-11126.67	-159.62	-517.22	-19892.39	-281.52	-3046.76
17	-11126.67	-258.70	-477.68	-19892.39	-455.63	-2996.54
18	-11126.67	-348.90	-421.81	-19892.39	-704.46	-2900.77
19	-11126.67	-429.75	-355.24	-19892.39	-926.37	-2780.14
20	-11126.67	-501.72	-280.06	-19892.39	-1275.81	-2547.72
21	-11126.67	-563.41	-195.32	-19892.39	-1489.98	-2328.95
22	-11126.67	-613.84	-103.63	-19892.39	-1741.43	-2023.96
23	-11126.67	-656.03	-7.68	-19892.39	-1989.45	-1625.51
24	-11126.67	-689.34	91.23	-19892.39	-2204.62	-1146.42
25	-11126.67	-714.20	193.48	-19892.39	-2391.21	-557.84
26	-11126.67	-729.84	298.18	-19892.39	-2516.78	108.24
27	-11126.67	-735.33	404.28	-19892.39	-2557.77	811.22
28	-11126.67	-732.29	510.75	-19892.39	-2511.26	1542.12
29	-11126.67	-720.56	617.04	-19892.39	-2384.84	2227.62
30	-11126.67	-700.44	722.57	-19892.39	-2200.96	2795.51
31	-11126.67	-671.42	826.17	-19892.39	-1977.22	3277.78
32	-11126.67	-630.20	926.34	-19892.39	-1738.23	3662.90
33	-11126.67	-579.44	1021.31	-19892.39	-1507.85	3960.63
34	-11126.67	-518.39	1111.70	-19892.39	-1238.45	4214.13
35	-11126.67	-447.15	1195.20	-19892.39	-1039.81	4368.97
36	-11126.67	-364.46	1268.31	-19892.39	-770.16	4517.62
37	-11126.67	-269.76	1325.50	-19892.39	-572.99	4603.18
38	-11126.67	-166.18	1367.41	-19892.39	-322.42	4665.74
39	-11126.67	-55.99	1391.86	-19892.39	-122.30	4694.04
40	-11126.67	56.98	1391.86	-19892.39	122.30	4694.04
41	-11126.67	167.13	1367.14	-19892.39	322.42	4665.74
42	-11126.67	270.60	1325.03	-19892.39	572.99	4603.18
43	-11126.67	365.22	1267.64	-19892.39	770.16	4517.62
44	-11126.67	447.84	1194.58	-19892.39	1039.81	4368.97
45	-11126.67	518.97	1110.97	-19892.39	1238.45	4214.13
46	-11126.67	579.90	1020.51	-19892.39	1507.85	3960.63
47	-11126.67	630.56	925.45	-19892.39	1738.23	3662.90
48	-11126.67	671.68	825.27	-19892.39	1977.22	3277.78
49	-11126.67	700.69	721.67	-19892.39	2200.96	2795.51
50	-11126.67	720.72	616.12	-19892.39	2384.84	2227.62
51	-11126.67	732.34	509.81	-19892.39	2511.26	1542.12
52	-11126.67	735.28	403.35	-19892.39	2557.77	811.22
53	-9686.97	1470.57	351.16	-17165.31	5075.23	836.95

Figura 11: Exportacao PDF: caixa delimitadora e vistas 3D. Figura 12: Exportacao Excel: coordenadas dos nos e triangulos.

Desempenho

O calculo da superficie de interacao e instantaneo na pratica. A tabela abaixo apresenta os tempos de calculo puros (excluindo renderizacao grafica) medidos num PC de secretaria para as duas seccoes deste artigo, a tres resolucoes de malha (25 x 25, 50 x 50 e 100 x 100).

Seccao	Grossoiro (1.2k tri)	Medio (4.9k tri)	Fino (19.8k tri)
Octogonal – EC2	7 ms	17 ms	24 ms
Eliptica – ACI 318	7 ms	6 ms	10 ms

O EC2 produz cinco superficies numa unica chamada; o ACI 318 calcula duas em chamadas separadas. Todas as superficies sao calculadas em menos de 25 ms, mesmo na resolucao mais fina.

Conclusao

A superficie de interacao fornece uma visao completa do dominio de resistencia de uma seccao de betao armado sob flexao desviada. O engenheiro pode visualizar a envolvente de capacidade e avaliar de imediato se as suas combinacoes de cargas se encontram dentro ou fora do dominio. E exactamente

isto que o modulo de verificacao do SectionPro faz: projecta cada combinacao na superficie e devolve o coeficiente de seguranca, tema do proximo artigo.

Os formatos de exportacao (PDF, Excel, texto) fornecem os dados necessarios para notas de calculo ou pos-processamento externo.