



# Powierzchnia interakcji

Poradnik SectionPro: 3D dziedziny nośności przy zginaniu ukośnym

BridgeKernel · 2026

## Wprowadzenie

Weryfikacja przekroju żelbetowego pod działaniem siły osiowej i zginania jest prosta, gdy zginanie jest jednokierunkowe: pojedynczy wykres interakcji  $(N, M)$  opisuje całą dziedzinę nośności. Przy zginaniu ukośnym nośność zależy jednak jednocześnie od  $N$ ,  $M_z$  i  $M_y$ , a żadna pojedyncza krzywa 2D nie jest wystarczająca. Pełna dziedzina nośności staje się trójwymiarową powierzchnią w przestrzeni  $(N, M_z, M_y)$ .

SectionPro oblicza tę powierzchnię interakcji dla każdego stanu granicznego zdefiniowanego przez użytkownika, wyznaczając pełną dziedzinę nośności w interaktywnej przeglądarce 3D z możliwością eksportu do PDF, Excel i formatu tekstowego.

Niniejszy artykuł prezentuje analizę powierzchni interakcji na dwóch geometriach i dwóch kodach normatywnych: **przekroju ośmiokątnym** (Eurocode 2) oraz **przekroju eliptycznym** (ACI 318), z których każdy jest analizowany zarówno w SGN, jak i SGU.

## Obliczone wyniki

SectionPro dostarcza trzy kategorie wyników dla każdej powierzchni interakcji:

### 3D dziedzina nośności

Interaktywna powierzchnia triangulowana  
Jedna powierzchnia na stan graniczny  
Regulowana rozdzielczość siatki  
Obracanie, powiększanie, przesuwanie

### Scenariusze testowe

### Ramka ograniczająca

$N_{\min}, N_{\max}$ : zakres siły osiowej  
 $M_{z, \min}, M_{z, \max}$ : zakres momentu  
 $M_{y, \min}, M_{y, \max}$ : zakres momentu  
Ekstremalna nośność w każdym kierunku

### Eksporty

PDF: ramka ograniczająca + widoki 3D  
XLS: współrzędne siatki + trójkąty  
TXT: współrzędne siatki (kolumny)

**Przekrój ośmiokątny (Eurocode 2).** W SGN beton podlega prawu parabola-prostokąt ( $\gamma_c = 1,50$ ), a stal jest sprężysto-plastyczna z umocnieniem ( $\gamma_s = 1,15$ ). W SGU oba materiały są liniowo sprężyste z naprężeniami dopuszczalnymi.

**Przekrój eliptyczny (ACI 318).** W SGN beton podlega blokowi Whitney, a nośność jest redukowana współczynnikami  $\varphi$  (0,65 do 0,90, z ograniczeniem  $\varphi_N = 0,80$ ); przy  $\rho = 1,07\% > 1\%$  nie

stosuje się redukcji architektonicznej. W SGU oba materiały są liniowo sprężyste z naprężeniami dopuszczalnymi.

## Przekrój ośmiokątny (Eurocode 2)

### Dane wejściowe

#### Beton

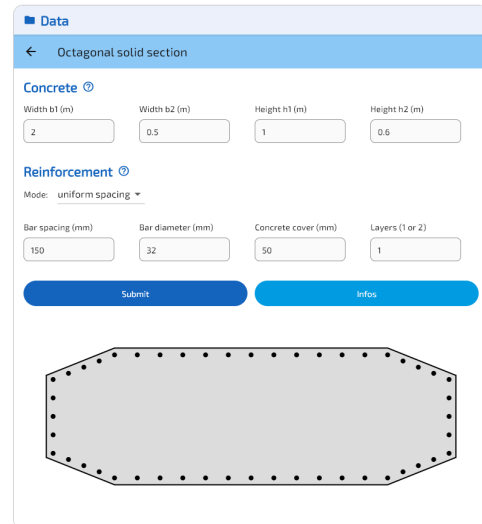
- Przekrój poprzeczny ośmiokątny
- $b_1 = 2,00$  m,  $b_2 = 0,50$  m
- $h_1 = 1,00$  m,  $h_2 = 0,60$  m

#### Zbrojenie

- 48 prętów, równomierny rozstaw 150 mm
- Średnica  $\varphi = 32$  mm
- Otulina 50 mm, 1 warstwa

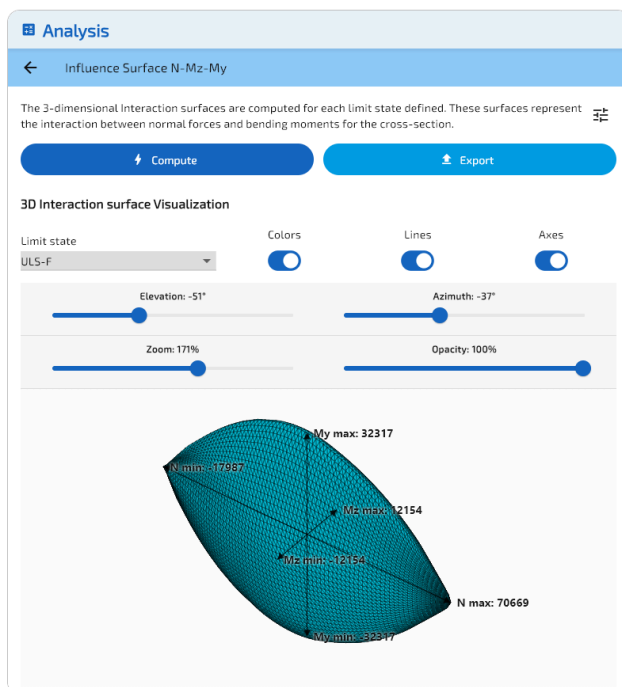
#### Prawa materiałowe (EC2)

- Beton C30/37:  $f_{ck} = 30$  MPa
- Stal B500B:  $f_{yk} = 500$  MPa

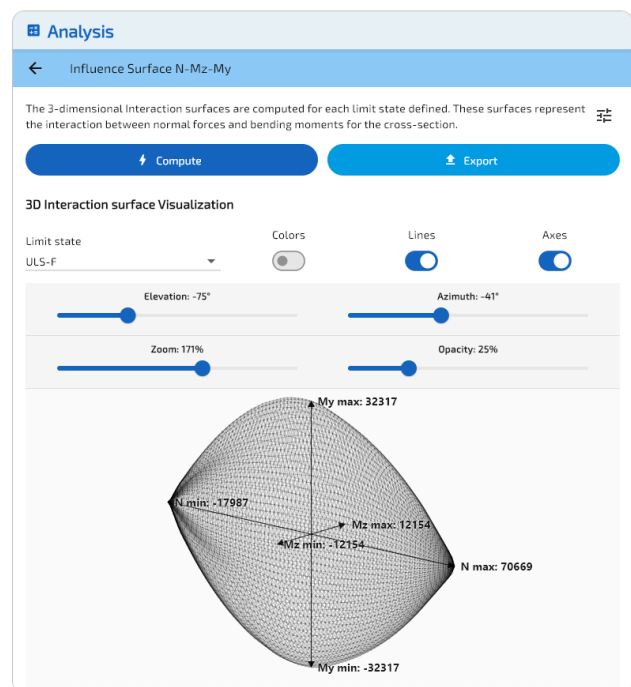


Rysunek 1: Przekrój ośmiokątny: geometria i rozkład zbrojenia.

### SGN (Podstawowy)

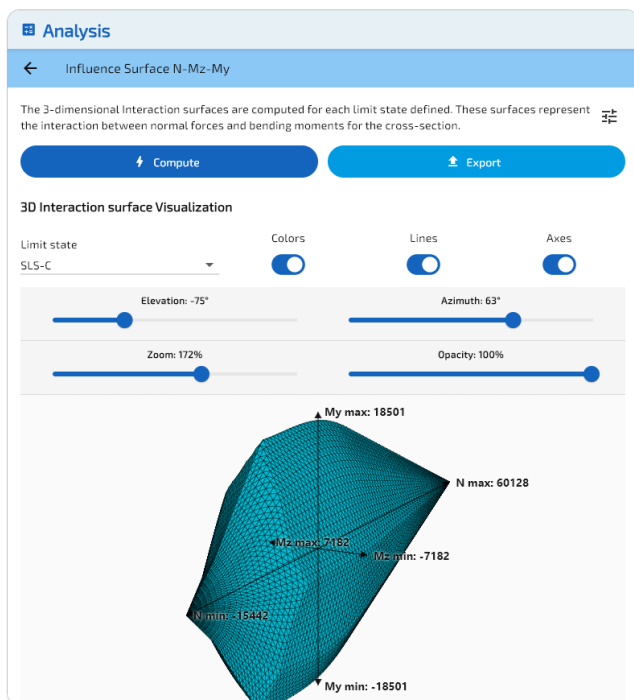


Rysunek 2: Powierzchnia interakcji w SGN, kolorowe trójkąty.

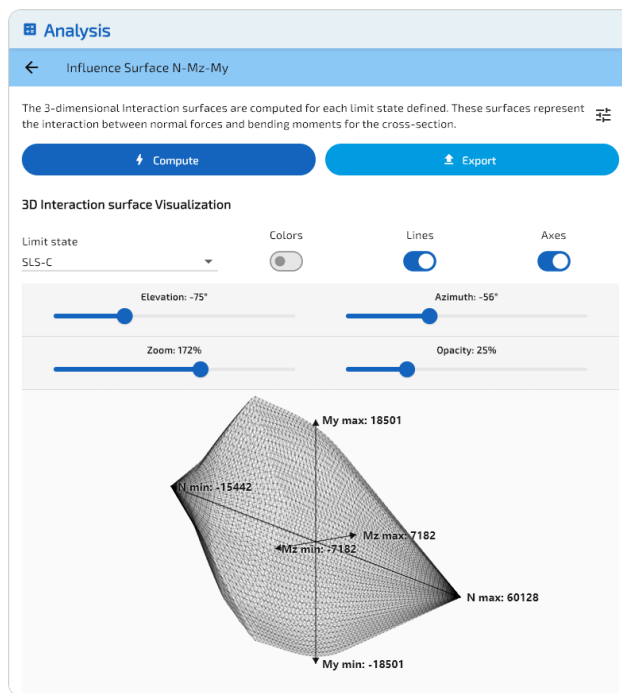


Rysunek 3: Powierzchnia interakcji w SGN, widok szkieletowy.

## SGU (Charakterystyczny)



Rysunek 4: Powierzchnia interakcji w SGU, kolorowe trójkąty.



Rysunek 5: Powierzchnia interakcji w SGU, widok szkieletowy.

## Ramka ograniczająca

	Siła osiowa $N$ (kN)	Moment $M_z$ (kN·m)	Moment $M_y$ (kN·m)
SGN min	-17987	-12154	-32317
SGN max	70669	12154	32317
SGU min	-15442	-7182	-18501
SGU max	60128	7182	18501

- Przekrój jest szerszy niż wysoki, więc wartości skrajne  $M_y$  znacznie przewyższają  $M_z$ .
- Powierzchnia SGN jest większa niż SGU we wszystkich kierunkach, ponieważ nieliniowe prawo EC2 zapewnia większą nośność niż liniowo sprężyste prawo SGU.

# Przekrój eliptyczny (ACI 318)

## Dane wejściowe

### Beton

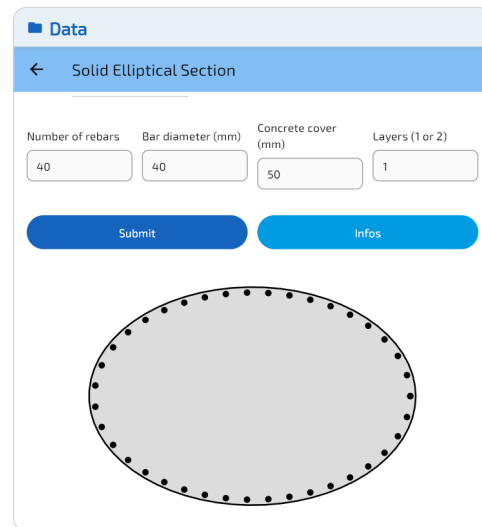
- Przekrój poprzeczny eliptyczny
- Szerokość = 3,00 m (oś silna)
- Wysokość = 2,00 m (oś słaba)

### Zbrojenie

- 40 prętów wzdłuż obwodu
- Średnica  $\varphi = 40$  mm
- Otulina 50 mm, 1 warstwa

### Prawa materiałowe (ACI 318)

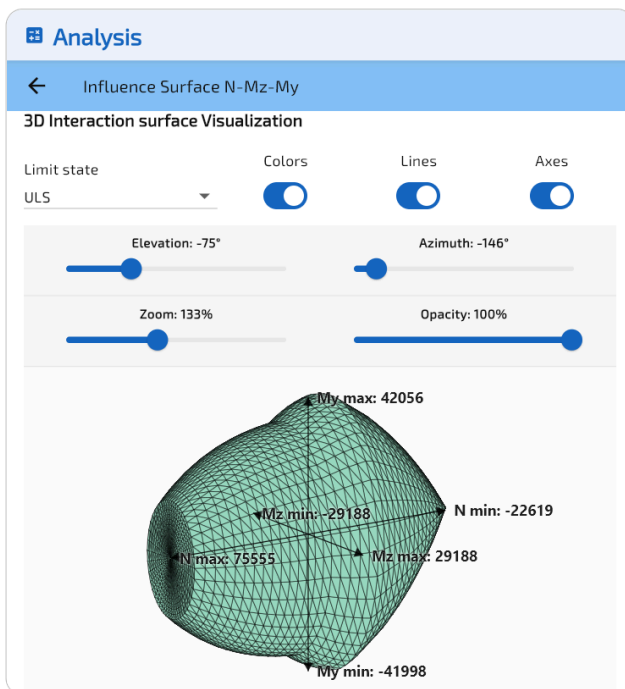
- Beton:  $f'_c = 30$  MPa
- Stal:  $f_y = 500$  MPa



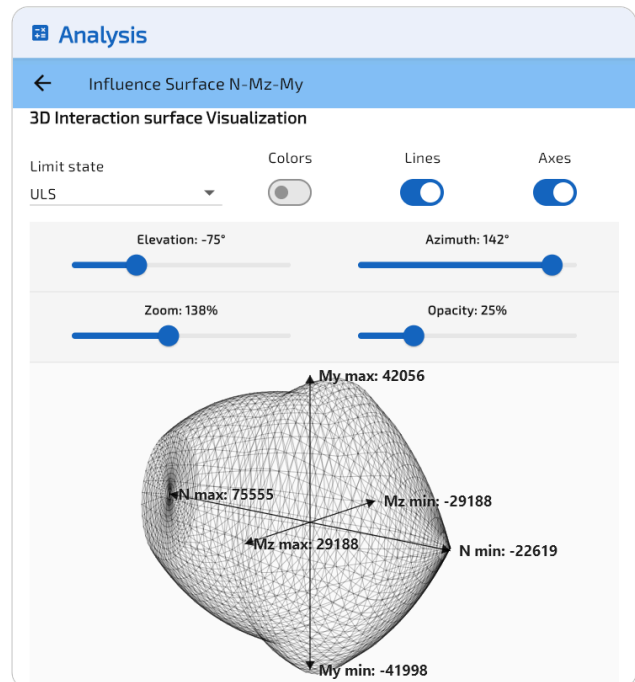
Rysunek 6: Przekrój eliptyczny: geometria i rozkład zbrojenia.

W SGN beton podlega blokowi Whitney ( $\beta_1 = 0,832$ ). Powierzchnia jest następnie ważona współczynnikami  $\varphi$  (0,90/0,65 odpowiednio dla rozciągania/ściskania, z ograniczeniem  $\varphi_N = 0,80$ ); przy  $\rho = 1,07\% > 1\%$  nie stosuje się redukcji architektonicznej.

## SGN



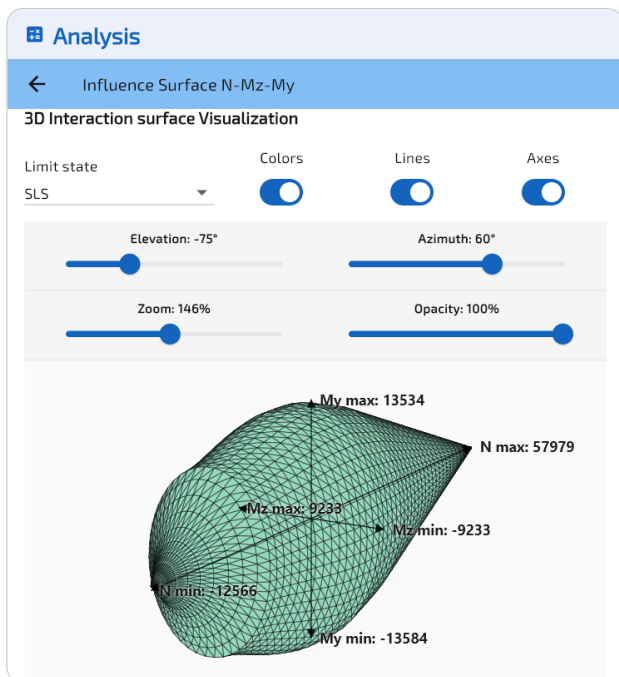
Rysunek 7: Powierzchnia interakcji w SGN, kolorowe trójkąty.



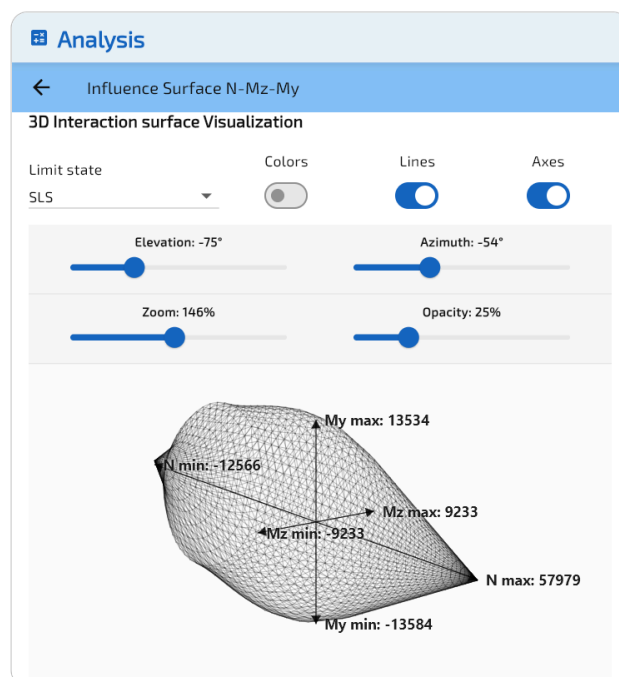
Rysunek 8: Powierzchnia interakcji w SGN, widok szkieletowy.

## SGU

W SGU oba materiały podlegają prawom liniowo sprężystym z naprężeniami dopuszczalnymi ( $\sigma_c = 11,5 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_s = 250 \text{ MPa}$ ), co przy niższym  $\sigma_c$  względem SGN ( $0,85f'_c = 25,5 \text{ MPa}$ ) daje mniejszą powierzchnię.



Rysunek 9: Powierzchnia interakcji w SGU, kolorowe trójkąty.



Rysunek 10: Powierzchnia interakcji w SGU, widok szkieletowy.

## Ramka ograniczająca

	Siła osiowa $N$ (kN)	Moment $M_z$ (kN·m)	Moment $M_y$ (kN·m)
SGN min	-22619	-29188	-41998
SGN max	75555	29188	42056
SGU min	-12566	-9233	-13584
SGU max	57979	9233	13534

- Przekrój jest szerszy niż wysoki ( $3,00 \times 2,00 \text{ m}$ ), więc  $M_y > M_z$ , ale różnica jest mniejsza niż dla ośmiokąta dzięki gładkiej geometrii eliptycznej.
- Powierzchnia SGN jest większa niż SGU przy ściskaniu: współczynniki  $\varphi$  ACI dają efektywny współczynnik 0,52, podczas gdy w SGU beton jest ograniczony do  $\sigma_c = 11,5 \text{ MPa}$ .

## Eksport

SectionPro eksportuje dane powierzchni interakcji w trzech formatach. Raport PDF zawiera ramkę ograniczającą i widoki 3D; plik Excel dostarcza współrzędne węzłów ( $N, M_z, M_y$ ) oraz łączność trójkątów; eksport tekstowy podaje współrzędne w kolumnach o stałej szerokości.

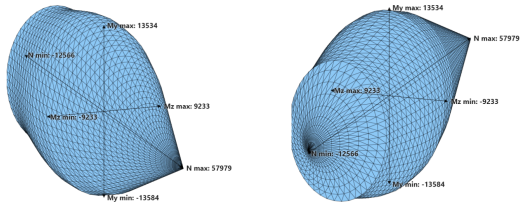
## INFLUENCE SURFACE CALCULATION RESULTS

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-16 22:30

Below are figures allowing 3D visualization of the resistance domains of the studied reinforced concrete section. The bounding boxes represent the extreme values of the resisting forces.

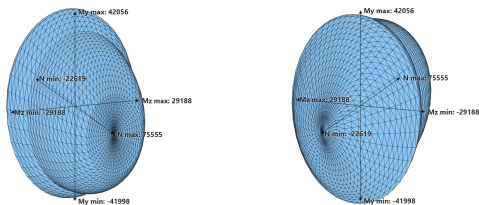
### SLS : Serviceability limit state

Bounding box	Axial force N (kN)	Moment Mz (kN-m)	Moment My (kN-m)
Minimum value	-12566	-9232.7	-13584
Maximum value	57979	9232.7	13534



### ULS : Ultimate limit state

Bounding box	Axial force N (kN)	Moment Mz (kN-m)	Moment My (kN-m)
Minimum value	-22619	-29188	-41998
Maximum value	75555	29188	42056



GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

## INFLUENCE SURFACE CALCULATION RESULTS

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-16 22:32

### INFLUENCE SURFACE NODES

ID	SLS N kN	SLS Mz kN-m	SLS My kN-m	ULS N kN	ULS Mz kN-m	ULS My kN-m
1	-12566.37	0.00	455.54	-22619.47	0.00	819.97
2	-11126.67	735.28	403.35	-19892.39	2557.77	811.22
3	-11126.67	729.70	297.26	-19892.39	2516.78	108.24
4	-11126.67	714.06	192.56	-19892.39	2391.21	-557.84
5	-11126.67	689.11	90.35	-19892.39	2204.62	-1146.42
6	-11126.67	655.70	-8.52	-19892.39	1985.45	-1625.51
7	-11126.67	613.41	-104.44	-19892.39	1741.43	-2023.96
8	-11126.67	562.89	-196.03	-19892.39	1489.98	-2328.95
9	-11126.67	501.17	-280.80	-19892.39	1275.81	-2547.72
10	-11126.67	429.11	-355.88	-19892.39	926.37	-2780.14
11	-11126.67	348.12	-422.33	-19892.39	704.46	-2900.77
12	-11126.67	257.87	-478.01	-19892.39	455.63	-2996.54
13	-11126.67	158.72	-517.58	-19892.39	281.52	-3046.76
14	-11126.67	53.15	-534.98	-19892.39	78.28	-3072.02
15	-11126.67	-54.09	-534.86	-19892.39	-78.28	-3072.02
16	-11126.67	-159.62	-517.22	-19892.39	-281.52	-3046.76
17	-11126.67	-258.70	-477.68	-19892.39	-455.63	-2996.54
18	-11126.67	-348.90	-421.81	-19892.39	-704.46	-2900.77
19	-11126.67	-429.75	-355.24	-19892.39	-926.37	-2780.14
20	-11126.67	-501.72	-280.06	-19892.39	-1275.81	-2547.72
21	-11126.67	-563.41	-195.32	-19892.39	-1489.98	-2328.95
22	-11126.67	-613.84	-103.63	-19892.39	-1741.43	-2023.96
23	-11126.67	-656.03	-7.68	-19892.39	-1985.45	-1625.51
24	-11126.67	-689.34	91.23	-19892.39	-2204.62	-1146.42
25	-11126.67	-714.20	193.48	-19892.39	-2391.21	-557.84
26	-11126.67	-729.84	298.18	-19892.39	-2516.78	108.24
27	-11126.67	-735.33	404.28	-19892.39	-2557.77	811.22
28	-11126.67	-732.29	510.75	-19892.39	-2511.26	1542.12
29	-11126.67	-720.56	617.04	-19892.39	-2384.84	2227.62
30	-11126.67	-700.44	722.57	-19892.39	-2200.96	2795.51
31	-11126.67	-671.42	826.17	-19892.39	-1977.22	3277.78
32	-11126.67	-630.20	926.34	-19892.39	-1738.23	3662.90
33	-11126.67	-579.44	1021.31	-19892.39	-1507.85	3960.63
34	-11126.67	-518.39	1111.70	-19892.39	-1238.45	4214.13
35	-11126.67	-447.15	1195.20	-19892.39	-1039.81	4368.97
36	-11126.67	-364.46	1268.31	-19892.39	-770.16	4517.62
37	-11126.67	-269.76	1325.50	-19892.39	-572.99	4603.18
38	-11126.67	-166.18	1367.41	-19892.39	-322.42	4665.74
39	-11126.67	-55.99	1391.86	-19892.39	-122.30	4694.04
40	-11126.67	56.98	1391.86	-19892.39	122.30	4694.04
41	-11126.67	167.13	1367.14	-19892.39	322.42	4665.74
42	-11126.67	270.60	1325.03	-19892.39	572.99	4603.18
43	-11126.67	365.22	1267.64	-19892.39	770.16	4517.62
44	-11126.67	447.84	1194.58	-19892.39	1039.81	4368.97
45	-11126.67	518.97	1110.97	-19892.39	1238.45	4214.13
46	-11126.67	579.90	1020.51	-19892.39	1507.85	3960.63
47	-11126.67	630.56	925.45	-19892.39	1738.23	3662.90
48	-11126.67	671.68	825.27	-19892.39	1977.22	3277.78
49	-11126.67	700.69	721.67	-19892.39	2200.96	2795.51
50	-11126.67	720.72	616.12	-19892.39	2384.84	2227.62
51	-11126.67	732.34	509.81	-19892.39	2511.26	1542.12
52	-11126.67	735.28	403.35	-19892.39	2557.77	811.22
53	-9686.97	1470.57	351.16	-17165.31	5075.23	836.95

Rysunek 11: Eksport PDF: ramka ograniczająca i widoki 3D. Rysunek 12: Eksport Excel: współrzędne węzłów i trójkąty.

## Wydajność

Poniższa tabela przedstawia czyste czasy obliczeń (bez renderowania) przy trzech rozdzielczościach siatki (25 × 25, 50 × 50 i 100 × 100).

Przekrój	Gruby (1,2k trj)	Średni (4,9k trj)	Drobny (19,8k trj)
Ośmiokątny – EC2	7 ms	17 ms	24 ms
Eliptyczny – ACI 318	7 ms	6 ms	10 ms

EC2 generuje pięć powierzchni w jednym wywołaniu (pięć stanów granicznych), ACI 318 – dwie w dwóch wywołaniach. Wszystkie powierzchnie obliczane są w mniej niż 25 ms, nawet przy najdrobniejszej rozdzielczości.

## Podsumowanie

Powierzchnia interakcji zapewnia pełny obraz dziedziny nośności przy zginaniu ukośnym, pozwalając inżynierowi natychmiast ocenić, czy kombinacje obciążeń mieszczą się w obwiedni. Moduł weryfikacji SectionPro rzutuje każdą kombinację na tę powierzchnię i zwraca współczynnik bezpieczeństwa – to temat następnego artykułu.

Oba przykłady pokazują, jak geometria i kod normatywny kształtują dziedzinę nośności, z eksportem do PDF, Excel i formatu tekstowego.

