



# Curvas de interação

Tutorial SectionPro: diagramas de interação 2D clássicos  
com verificação de combinações de ações

BridgeKernel · 2026

## Introdução

O módulo de curvas de interação calcula diagramas de interação 2D clássicos para secções de betão armado. Ao fixar uma componente de esforço ( $N$ ,  $M_z$  ou  $M_y$ ) num valor escolhido, o SectionPro calcula a fronteira de resistência no plano das duas componentes restantes. As combinações de ações são distribuídas sobre o diagrama: as ações dentro da curva aparecem a **verde** (seguras), as ações fora a **vermelho** (não verificadas), sem calcular factores de segurança numéricos.

Estão disponíveis dois modos. No modo de componente fixo, uma componente é definida com um valor específico (por exemplo  $N = 0$ ) e a curva de interação é desenhada no plano restante. O valor fixo deve estar dentro do domínio de resistência da secção, caso contrário não existe curva a esse nível.

No modo de envolvente, o SectionPro desenha duas curvas: uma para o valor máximo da componente fixo em todas as combinações, e outra para o mínimo. Isto valida múltiplos casos de carga numa única figura. Os valores da componente fixo devem estar dentro do domínio de resistência. Neste modo, é utilizada uma terceira cor:

- **Verde**: dentro de ambas as curvas, seguro nos dois extremos.
- **Vermelho**: fora de ambas as curvas, não verificado nos dois extremos.
- **Cinzento**: entre as duas curvas, indeterminado. O estado da ação é ambíguo; é necessária verificação pelo modo de componente fixo, pela superfície 3D ou pelo solver de equilíbrio interno.

## Resultados calculados

### Curva de interação

Componente fixo ( $N$ ,  $M_z$  ou  $M_y$ )  
Fronteira de resistência 2D fechada  
Modo de envolvente (mín/máx)

### Verificação visual

Pontos de ação distribuídos no diagrama  
Verde (seguro) / Vermelho (não verif.) / Cinzento (indeterm.)

### Exportações

PDF: curva 2D + ações distribuídas  
XLS: coordenadas da curva  
TXT: resultados tabulares (colunas)

# Secção octogonal (Eurocode 2)

## Dados de entrada

A geometria da secção, a armadura e as leis de materiais são idênticas às utilizadas nos Artigos #4-6:

### Betão

- Secção transversal octogonal
- $b_1 = 2.00$  m,  $b_2 = 0.50$  m
- $h_1 = 1.00$  m,  $h_2 = 0.60$  m

### Armadura

- 48 varões, espaçamento uniforme 150 mm
- Diâmetro  $\varphi = 32$  mm, recobrimento 50 mm

### Leis de materiais (EC2)

- Betão C30/37:  $f_{ck} = 30$  MPa
- Aço B500B:  $f_{yk} = 500$  MPa

Figura 1: Secção transversal octogonal.

## Curvas de interação

A primeira curva mostra a capacidade de flexão biaxial para força axial nula ( $N = 0$ ) no estado limite de serviço (ELS-C), enquanto a segunda mostra a interação clássica força axial-flexão para  $M_y = 0$  no estado limite último (ELU-F).

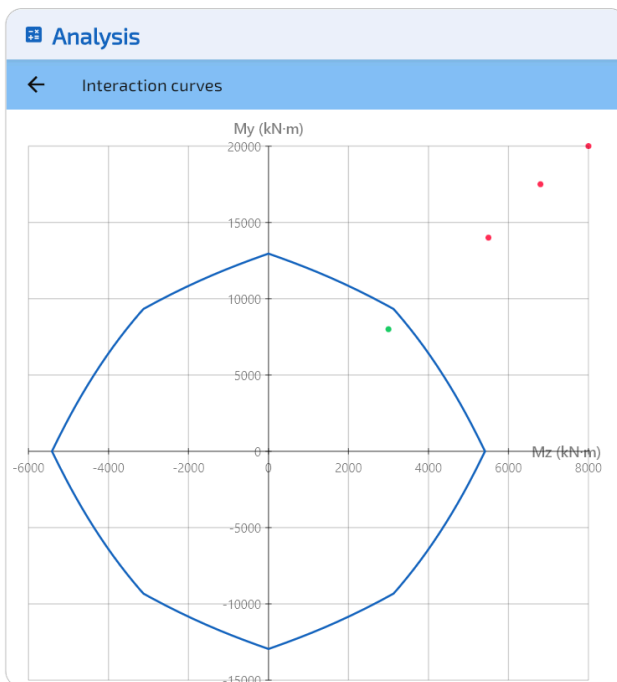


Figura 2: Serviço (característica):  $M_z$ - $M_y$  com  $N = 0$ .

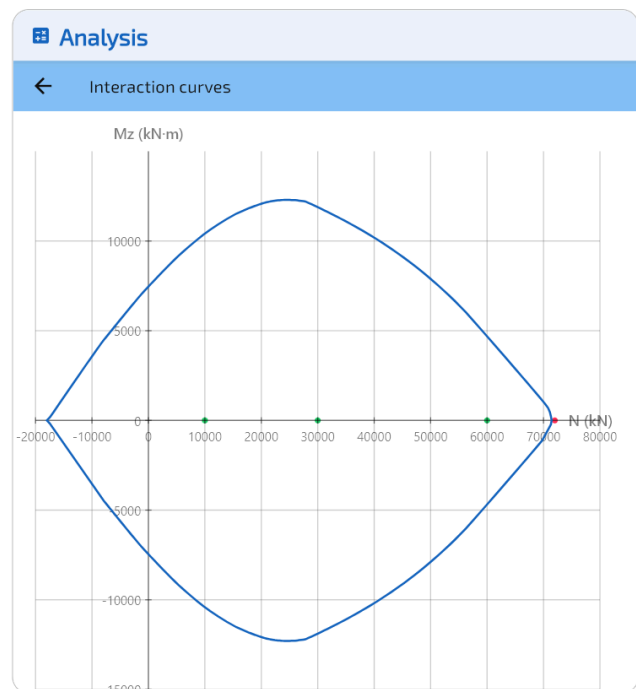


Figura 3: Último (fundamental):  $N$ - $M_z$  com  $M_y = 0$ .

As 30 combinações de ações são as mesmas que no artigo das distâncias (15 ELU-F, 15 ELS-C). Todas as ações a verde tinham  $\eta < 1$  na análise 3D, e todas as a vermelho tinham  $\eta > 1$ : as curvas 2D são totalmente consistentes com os resultados das distâncias 3D.

## Modo de envolvente

O modo de envolvente exige que os valores da componente fixo de todas as combinações estejam dentro do domínio de resistência. Algumas das 30 ações originais excedem a capacidade da secção: por exemplo, a ação #4 no ELU-F tem  $N = 72000$  kN enquanto a resistência axial é aproximadamente 70700 kN. Estas ações são excluídas e é utilizado um conjunto reduzido.

As figuras seguintes mostram a envolvente para o ELS ( $N$  como componente fixo, representando  $M_z - M_y$ ) e o ELU ( $M_y$  como componente fixo, representando  $N - M_z$ ). Cada envolvente é composta por duas curvas: uma para o valor mínimo e outra para o valor máximo da componente fixo.

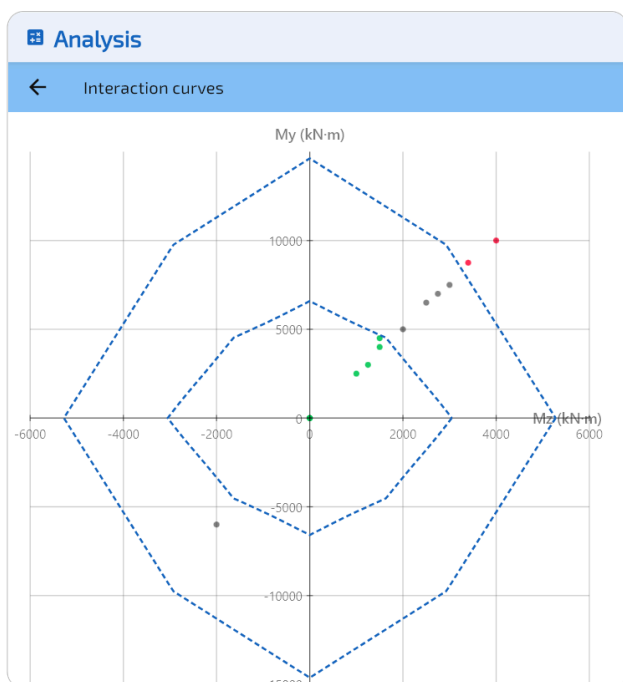


Figura 4: Serviço: envolvente em  $N$ .

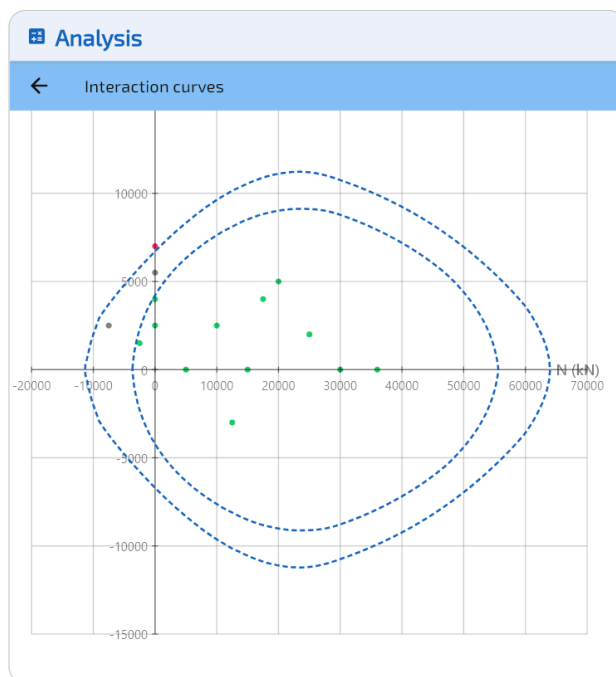


Figura 5: Último: envolvente em  $M_y$ .

Os marcadores verdes ficam dentro de ambas as curvas, verificados seguros nos dois extremos. Os marcadores vermelhos ficam fora de ambas, excedendo a capacidade nos dois extremos. Os marcadores cinzentos situam-se entre as duas curvas: estão dentro do domínio num extremo mas não no outro. O seu estado é ambíguo; o projectista deve verificá-los pelo modo de componente fixo, pela superfície 3D ou pelo solver de equilíbrio interno.

# Secção elíptica (ACI 318)

## Dados de entrada

### Betão

- Secção transversal elíptica
- Largura = 3.00 m, Altura = 2.00 m

### Armadura

- 40 varões ao longo do perímetro
- Diâmetro  $\varphi = 40$  mm, recobrimento 50 mm

### Leis de materiais (ACI 318)

- Betão:  $f'_c = 30$  MPa
- Aço:  $f_y = 500$  MPa

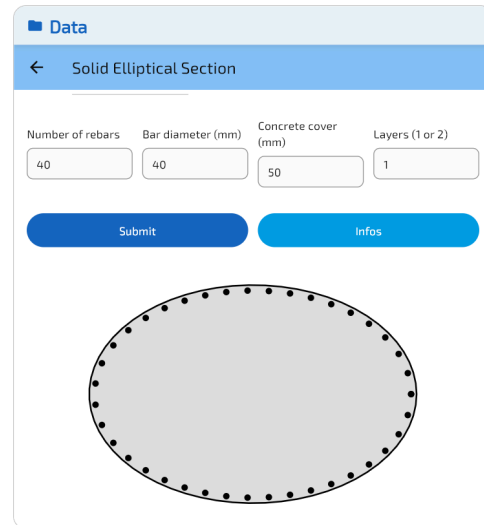


Figura 6: Secção transversal elíptica.

## Curvas de interação

A primeira curva mostra a capacidade de flexão biaxial para  $N = 0$  no estado limite de serviço, enquanto a segunda mostra a interação força axial–flexão para  $M_y = 0$  no estado limite último. O bloco de Whitney e os factores  $\varphi$  são aplicados nativamente na curva última.

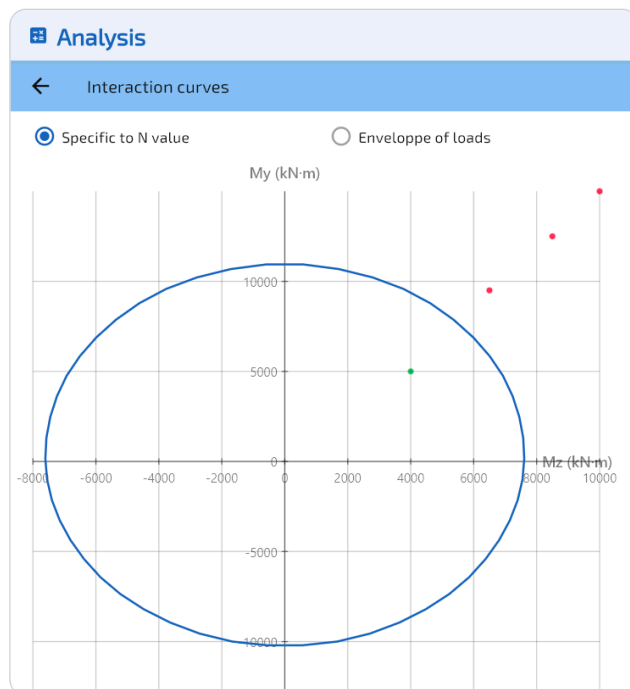


Figura 7: Serviço:  $M_z$ – $M_y$  com  $N = 0$ .

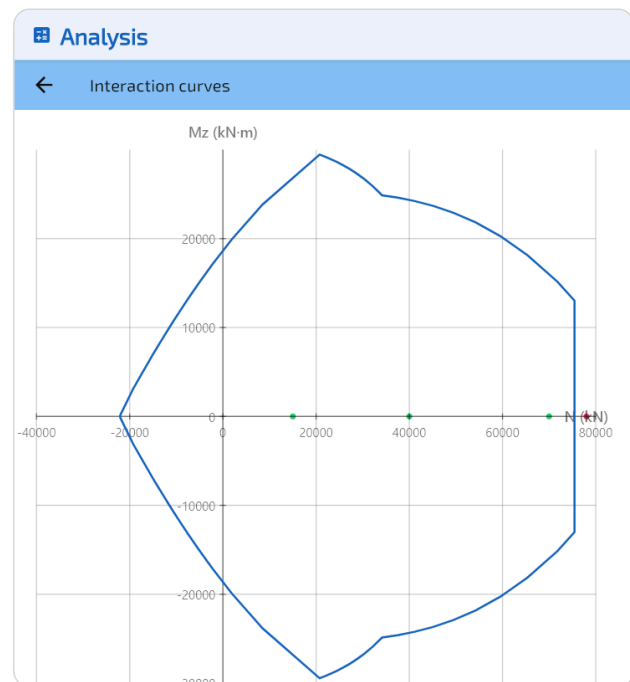


Figura 8: Último:  $N$ – $M_z$  com  $M_y = 0$  (Whitney).

A curva última (direita) evidencia os efeitos do bloco de Whitney do ACI 318. A força de compressão máxima é limitada a  $\varphi P_{n,max}$ : a fronteira vertical plana à direita do diagrama, onde a curva termina abruptamente. Este limite reflecte a redução máxima de carga axial imposta pela norma ( $\varphi_c \times 0.80$  para pilares com estribos). A zona de transição entre a região controlada pela tracção ( $\varphi = 0.90$ ) e

pela compressão ( $\varphi = 0.65$ ) é visível como uma mudança de curvatura perto do ponto balanceado. A curva de serviço (esquerda) usa leis elásticas lineares sem factores de redução, resultando numa forma suave e simétrica típica da flexão biaxial.

## Modo de envolvente

É utilizado o mesmo conjunto reduzido de ações. A envolvente calcula duas curvas para os valores mínimo e máximo da componente fixo:  $N$  para o contorno  $M_z-M_y$  (serviço) e  $M_y$  para o contorno  $N-M_z$  (último, Whitney). Aplica-se a mesma classificação com três cores.

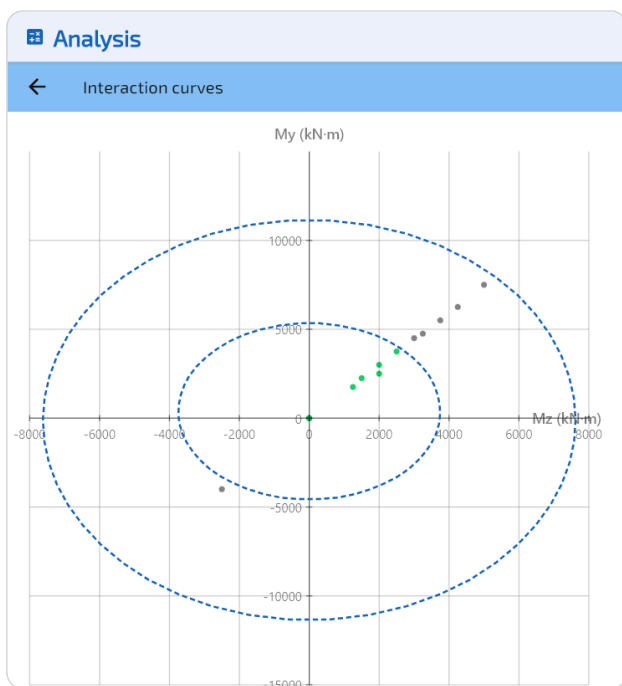


Figura 9: Serviço: envolvente em  $N$ .

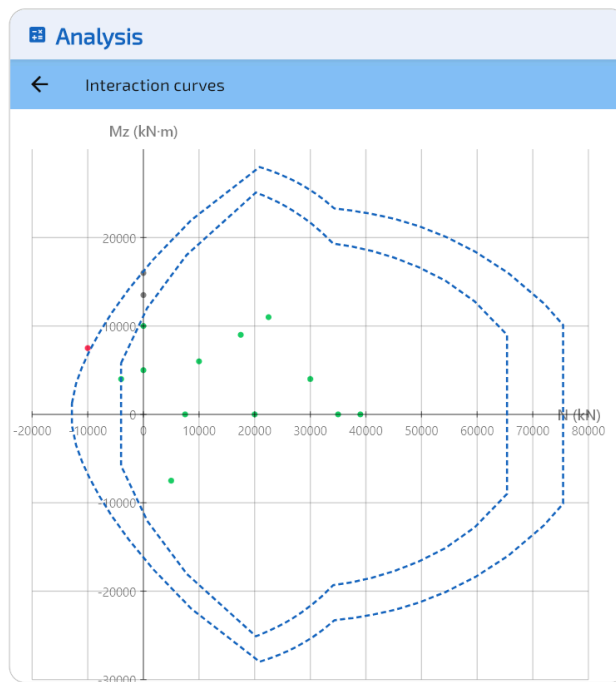


Figura 10: Último: envolvente em  $M_y$  (Whitney).

## Benchmark de desempenho

O cálculo da curva de interação depende da resolução de malha seleccionada pelo utilizador. Resoluções mais elevadas produzem curvas mais suaves à custa de tempos de cálculo mais longos. A tabela seguinte mostra o tempo total de cálculo (mediana de 3 execuções) para ambas as secções.

Resolução de malha	Octogonal EC2 (ms)	Elíptica ACI (ms)
51 × 50	8.5	6.5
101 × 100	11.0	7.0
201 × 200	14.5	9.0

Todos os cálculos ficam abaixo de 15 ms mesmo à resolução mais elevada, tornando as curvas de interação essencialmente instantâneas para o projectista.

## Conclusão

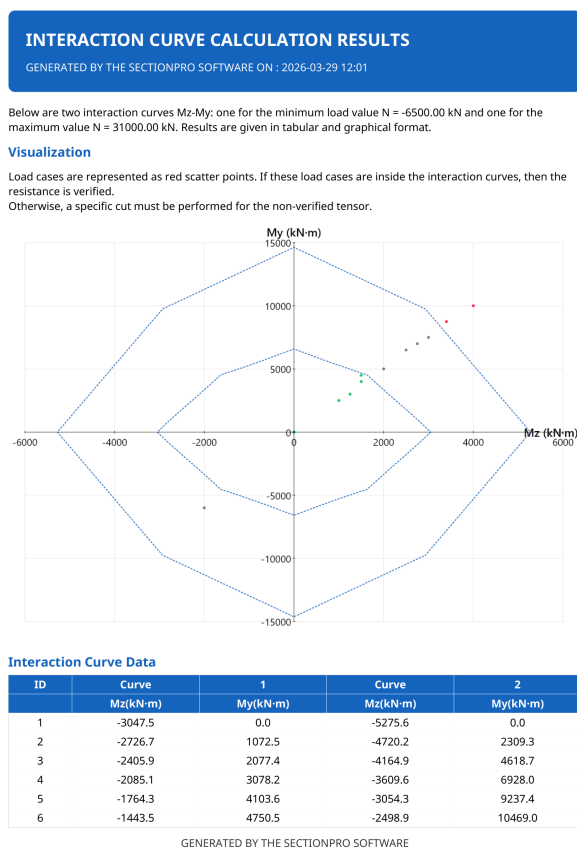
As curvas de interação 2D fornecem os diagramas de engenharia clássicos que complementam a superfície 3D:

- As ações distribuídas sobre a curva mostram imediatamente quais são seguras (verde) e quais excedem a capacidade (vermelho), sem calcular factores de segurança numéricos.
- A classificação Interior/Exterior da avaliação de distâncias 3D é totalmente consistente com a posição na curva 2D.
- As curvas 2D para o ACI 318 são calculadas com o bloco Whitney e os factores  $\varphi$  nativamente.
- O modo de envolvente valida múltiplos casos de carga numa única figura, usando classificação com três cores (verde/cinza/vermelho).
- As curvas são geradas em milissegundos, mesmo a resoluções de malha elevadas.

O módulo de curvas de interação não calcula actualmente um factor de segurança numérico ( $\eta$ ) por ação: esse é fornecido pelo módulo de distâncias (Artigo #5). Uma versão futura poderá combinar ambos: a curva visual 2D com os valores  $\eta$  anotados directamente no diagrama.

## Exportação

O SectionPro exporta as curvas de interação nos formatos PDF, TXT e XLS. O relatório PDF inclui a curva 2D com os pontos de ação distribuídos e uma tabela de resultados complementar.



**INTERACTION CURVE CALCULATION RESULTS**  
GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-29 12:01

7	-1122.8	5134.6	-1943.6	11392.8
8	-802.0	5531.5	-1388.3	12316.5
9	-481.2	5946.5	-833.0	13240.2
10	-160.4	6373.9	-277.7	14164.0
11	160.4	6373.9	277.7	14164.0
12	481.2	5946.5	833.0	13240.2
13	802.0	5531.5	1388.3	12316.5
14	1122.8	5134.6	1943.6	11392.8
15	1443.5	4750.5	2498.9	10469.0
16	1764.3	4103.6	3054.3	9237.4
17	2085.1	3078.2	3609.6	6928.0
18	2405.9	2077.4	4164.9	4618.7
19	2726.7	1072.5	4720.2	2309.3
20	3047.5	0.0	5275.6	0.0
21	3047.5	0.0	5275.6	0.0
22	2726.7	-1072.5	4720.2	-2309.3
23	2405.9	-2077.4	4164.9	-4618.7
24	2085.1	-3078.2	3609.6	-6928.0
25	1764.3	-4103.6	3054.3	-9237.4
26	1443.5	-4750.5	2498.9	-10469.0
27	1122.8	-5134.6	1943.6	-11392.8
28	802.0	-5531.5	1388.3	-12316.5
29	481.2	-5946.5	833.0	-13240.2
30	160.4	-6373.9	277.7	-14164.0
31	-160.4	-6373.9	-277.7	-14164.0
32	-481.2	-5946.5	-833.0	-13240.2
33	-802.0	-5531.5	-1388.3	-12316.5
34	-1122.8	-5134.6	-1943.6	-11392.8
35	-1443.5	-4750.5	-2498.9	-10469.0
36	-1764.3	-4103.6	-3054.3	-9237.4
37	-2085.1	-3078.2	-3609.6	-6928.0
38	-2405.9	-2077.4	-4164.9	-4618.7
39	-2726.7	-1072.5	-4720.2	-2309.3
40	-3047.5	0.0	-5275.6	0.0
41	-3047.5	0.0	-5275.6	0.0

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

Figura 11: Exportação PDF, página 1: curva de interação com ações.

Figura 12: Exportação PDF, página 2: coordenadas da curva.