



Curvas de interação

Tutorial SectionPro: diagramas de interação 2D clássicos
com verificação de combinações de ações

BridgeKernel · 2026

Introdução

O módulo de curvas de interação calcula diagramas 2D clássicos para seções de concreto armado. Ao fixar uma componente (N , M_z ou M_y) em um valor escolhido, o SectionPro calcula a fronteira de resistência no plano das duas componentes restantes. As combinações de ações são distribuídas sobre o diagrama: cargas dentro da curva aparecem em **verde** (seguras), cargas fora em **vermelho** (não verificadas). Isso fornece uma verificação visual direta sem fatores de segurança numéricos.

Dois modos estão disponíveis. No modo de componente fixada, uma componente é definida em um valor específico (por exemplo, $N = 0$) e a curva é traçada no plano restante. O valor fixado deve estar dentro do domínio de resistência; caso contrário, nenhuma curva existe naquele nível.

No modo envoltória, o SectionPro traça duas curvas: uma para o valor máximo da componente fixada entre todas as combinações e outra para o mínimo. Isso permite validar múltiplos casos de carga em uma única figura. Os valores da componente fixada devem estar dentro do domínio de resistência. Neste modo, uma terceira cor é utilizada:

- **Verde**: dentro de ambas as curvas, seguro nos dois extremos da componente fixada.
- **Vermelho**: fora de ambas as curvas, não verificado nos dois extremos.
- **Cinza**: entre as duas curvas, indeterminado. A carga pode ou não ser segura conforme seu valor real. Uma verificação mais precisa é necessária: fixando a componente no valor real, inspecionando a superfície 3D ou executando o solver de equilíbrio interno.

Resultados calculados

Curva de interação

Componente fixada (N , M_z ou M_y)

Fronteira de resistência 2D fechada

Modo envoltória (mín/máx)

Verificação visual

Pontos de carga no diagrama
Verde (seguro) / Vermelho (falha) / Cinza (incerto)

Exportações

PDF: curva 2D + cargas distribuídas

XLS: coordenadas da curva

TXT: resultados tabulares (colunas)

Seção octogonal (Eurocode 2)

Dados de entrada

A geometria, a armadura e as leis de material são idênticas às dos Artigos #4-6:

Concreto

- Seção transversal octogonal
- $b_1 = 2\{, \}00$ m, $b_2 = 0\{, \}50$ m
- $h_1 = 1\{, \}00$ m, $h_2 = 0\{, \}60$ m

Armadura

- 48 barras, espaçamento uniforme de 150 mm
- Diâmetro $\varphi = 32$ mm, cobrimento de 50 mm

Leis de material (EC2)

- Concreto C30/37: $f_{ck} = 30$ MPa
- Aço B500B: $f_{yk} = 500$ MPa

Figura 1: Seção transversal octogonal.

Curvas de interação

A primeira curva mostra a flexão biaxial com $N = 0$ no estado limite de serviço (ELS-C); a segunda mostra a interação $N-M_z$ com $M_y = 0$ no estado limite último (ELU-F).

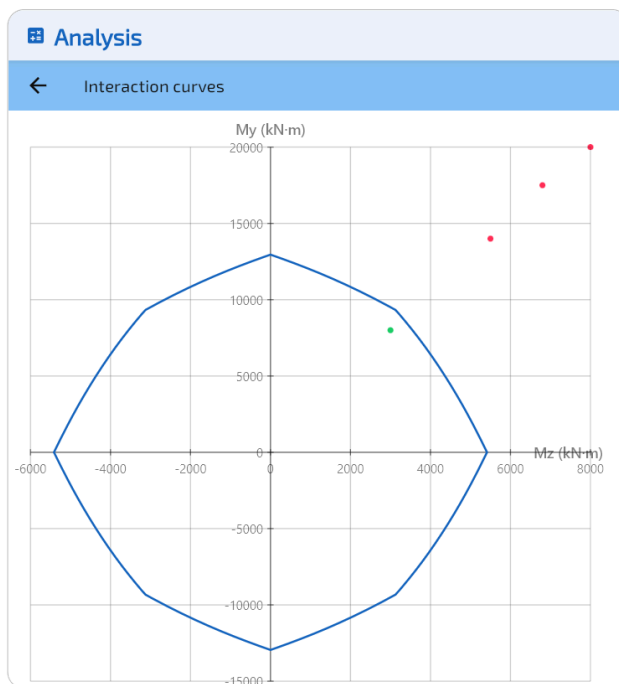


Figura 2: Serviço (característico): M_z-M_y em $N = 0$.

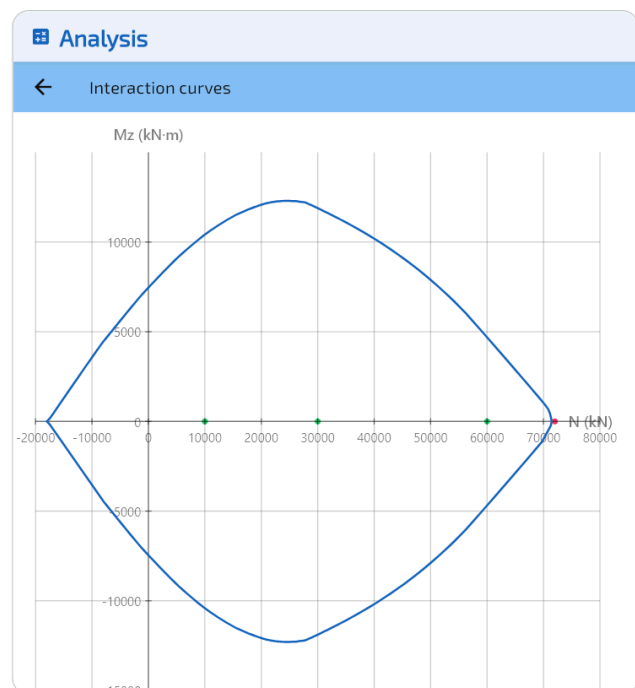


Figura 3: Último (fundamental): $N-M_z$ em $M_y = 0$.

As 30 combinações são as mesmas do artigo de distâncias (15 ELU-F, 15 ELS-C). Todas as cargas em verde tinham $\eta < 1$ na análise 3D, e todas as vermelhas tinham $\eta > 1$: as curvas 2D são totalmente consistentes com os resultados 3D.

Modo envoltória

O modo envoltória requer que todas as combinações tenham o valor da componente fixada dentro do domínio de resistência. Algumas das 30 cargas originais excedem a capacidade da seção: por exemplo, a carga #4 no ELU-F tem $N = 72000$ kN enquanto a resistência axial é de aproximadamente 70700 kN. Essas cargas não podem ser usadas neste modo, portanto um conjunto reduzido é utilizado aqui.

As figuras abaixo mostram a envoltória para o ELS (N fixado, plotando M_z-M_y) e para o ELU (M_y fixado, plotando $N-M_z$). Cada envoltória consiste em duas curvas: uma no valor mínimo e outra no máximo da componente fixada.

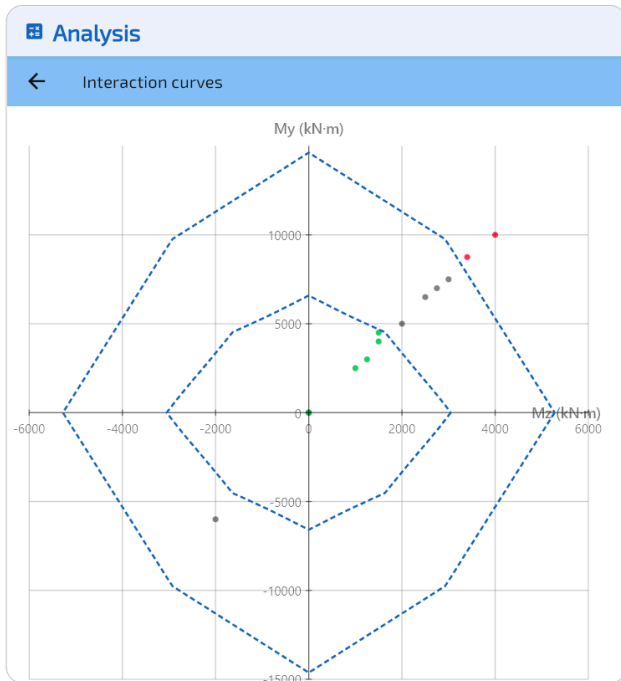


Figura 4: Serviço: envoltória em N .

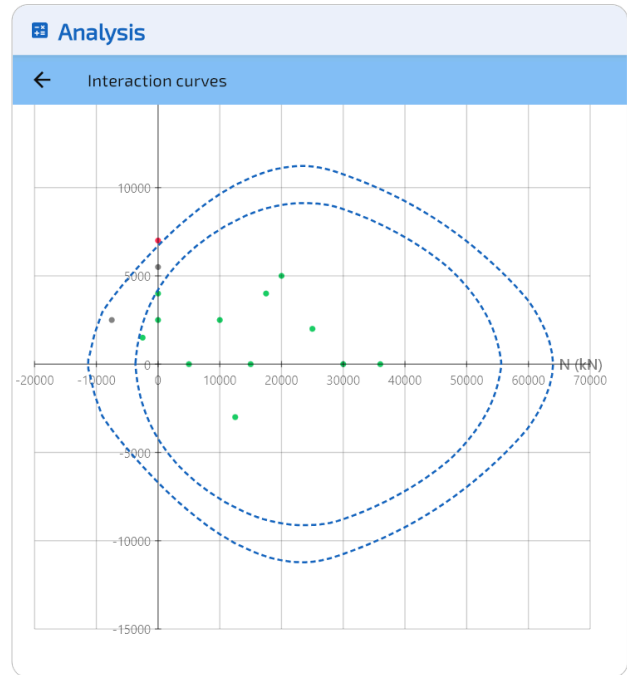


Figura 5: Último: envoltória em M_y .

Os marcadores verdes ficam dentro de ambas as curvas: estão no domínio de resistência nos dois extremos da componente fixada, sendo portanto verificados. Os vermelhos ficam fora de ambas, excedendo a capacidade nos dois extremos. Os cinzas ficam entre as curvas: estão dentro do domínio em um extremo mas não no outro. O status é ambíguo: o engenheiro deve verificá-los com o modo de componente fixada no valor real da carga, ou usar a superfície 3D ou o solver de equilíbrio para uma resposta definitiva.

Seção elíptica (ACI 318)

Dados de entrada

Concreto

- Seção transversal elíptica
- Largura = 3{,}00 m, Altura = 2{,}00 m

Armadura

- 40 barras ao longo do perímetro
- Diâmetro $\varphi = 40$ mm, cobrimento de 50 mm

Leis de material (ACI 318)

- Concreto: $f'_c = 30$ MPa
- Aço: $f_y = 500$ MPa

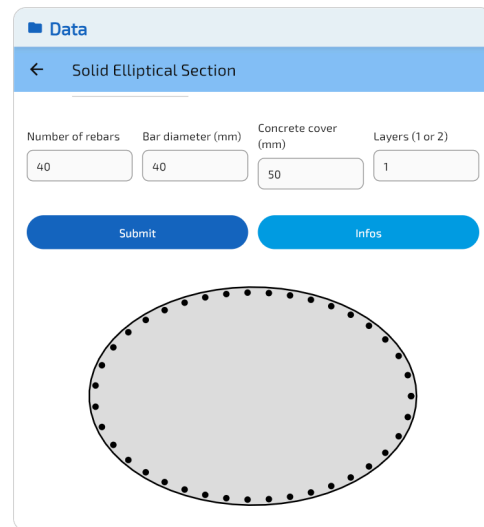


Figura 6: Seção transversal elíptica.

Curvas de interação

A primeira curva mostra a flexão biaxial com $N = 0$ no estado limite de serviço; a segunda mostra a interação $N-M_z$ em $M_y = 0$ no estado limite último. O bloco de Whitney e os fatores φ são aplicados nativamente à curva última.

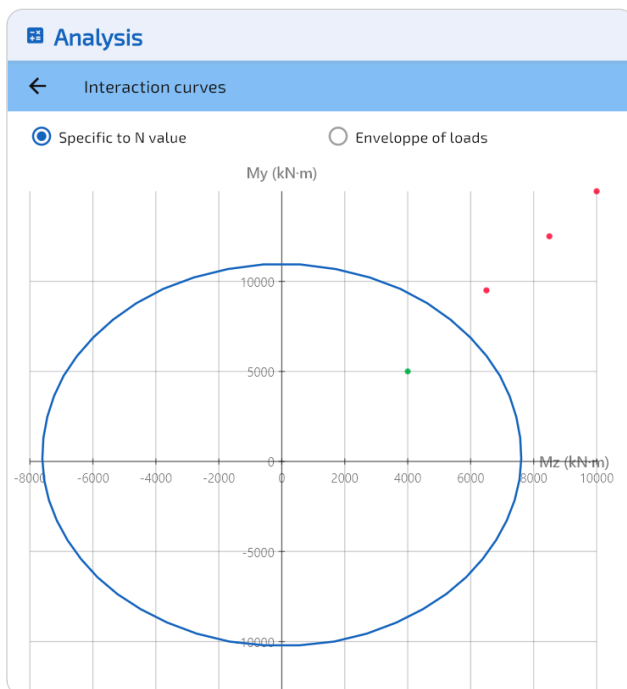


Figura 7: Serviço: M_z-M_y em $N = 0$.

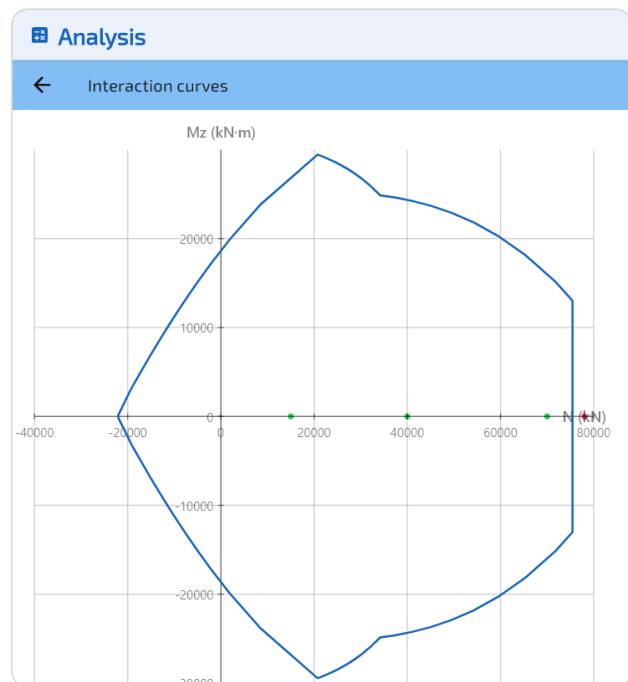


Figura 8: Último: $N-M_z$ em $M_y = 0$ (Whitney).

A curva última (direita) mostra os efeitos do bloco de Whitney do ACI 318. A compressão máxima é limitada em $\varphi P_{n,max}$: a fronteira vertical plana à direita, onde a curva para abruptamente. Esse limite reflete a redução de carga axial exigida pela norma ($\varphi_c \times 0{,}80$ para pilares com estribos). A zona de transição entre tração controlada ($\varphi = 0{,}90$) e compressão controlada ($\varphi = 0{,}65$) é

visível como uma mudança de curvatura próxima ao ponto balanceado. A curva de serviço (esquerda) usa leis elásticas lineares sem fatores de redução, resultando em uma forma suave e simétrica típica da flexão biaxial.

Modo envoltória

O mesmo conjunto reduzido de cargas é utilizado. A envoltória calcula duas curvas nos valores mínimo e máximo da componente fixada: N para o contorno M_z-M_y (serviço) e M_y para o contorno $N-M_z$ (último, Whitney). A mesma classificação em três cores é aplicada.

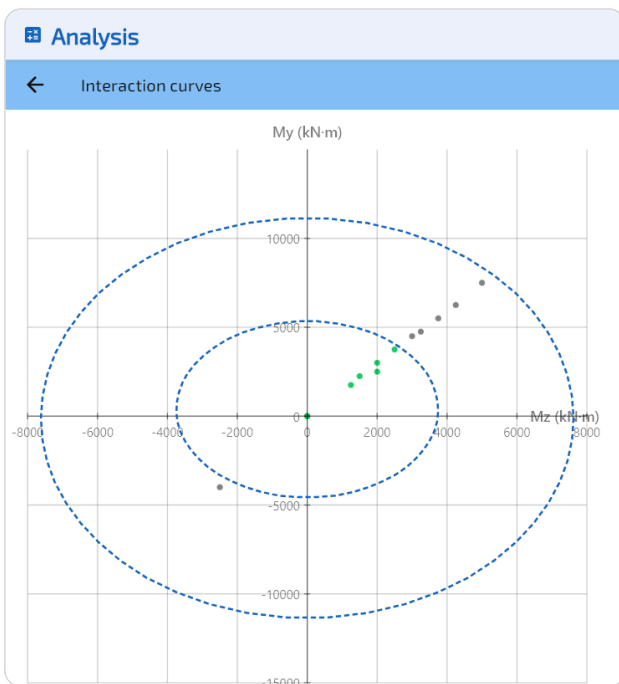


Figura 9: Serviço: envoltória em N .

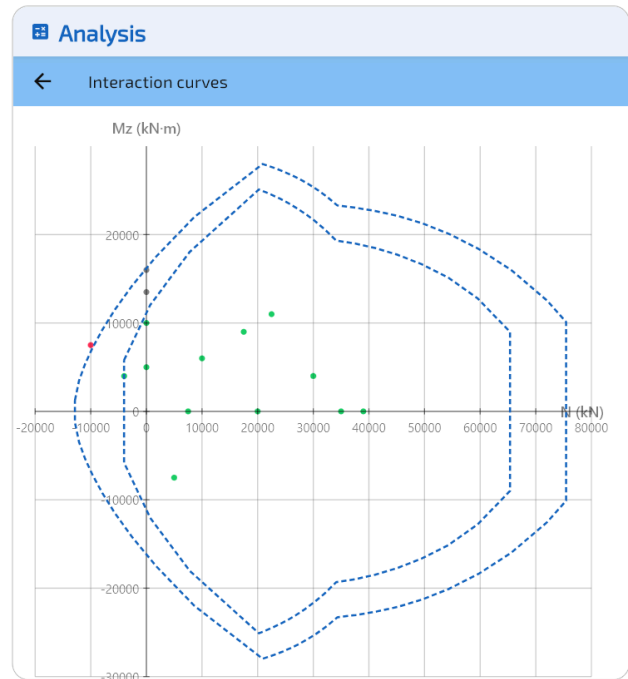


Figura 10: Último: envoltória em M_y (Whitney).

Benchmark de desempenho

O cálculo da curva de interação depende da resolução de malha escolhida. Resoluções maiores produzem curvas mais suaves ao custo de maior tempo de cálculo. A tabela abaixo mostra o tempo total (mediana de 3 execuções) para ambas as seções.

Resolução de malha	Octogonal EC2 (ms)	Elíptica ACI (ms)
51 × 50	8,5	6,5
101 × 100	11,0	7,0
201 × 200	14,5	9,0

Todos os cálculos ficam abaixo de 15 ms mesmo na resolução mais alta, tornando as curvas de interação essencialmente instantâneas para o engenheiro.

Conclusão

As curvas de interação 2D fornecem os diagramas clássicos que complementam a superfície 3D:

- Cargas distribuídas sobre a curva mostram imediatamente quais são seguras (verde) e quais excedem a capacidade (vermelho), sem fatores de segurança numéricos.

- A classificação Interno/Externo da avaliação de distâncias 3D é totalmente consistente com a posição na curva 2D.
- As curvas 2D para o ACI 318 são calculadas com o bloco de Whitney e os fatores φ nativamente.
- O modo envoltória valida múltiplos casos de carga com diferentes valores da componente fixada em uma única figura, usando classificação em três cores (verde/cinza/vermelho).
- As curvas são geradas em milissegundos, mesmo em altas resoluções de malha.

O módulo de curvas de interação não calcula um fator de segurança numérico (η) por carga: isso é fornecido pelo módulo de distâncias (Artigo #5). Uma versão futura poderá combinar ambos: a curva 2D visual com os valores de η anotados diretamente no diagrama.

Exportação

O SectionPro exporta as curvas de interação nos formatos PDF, TXT e XLS. O relatório PDF inclui a curva 2D com os pontos de carga e uma tabela de resultados.

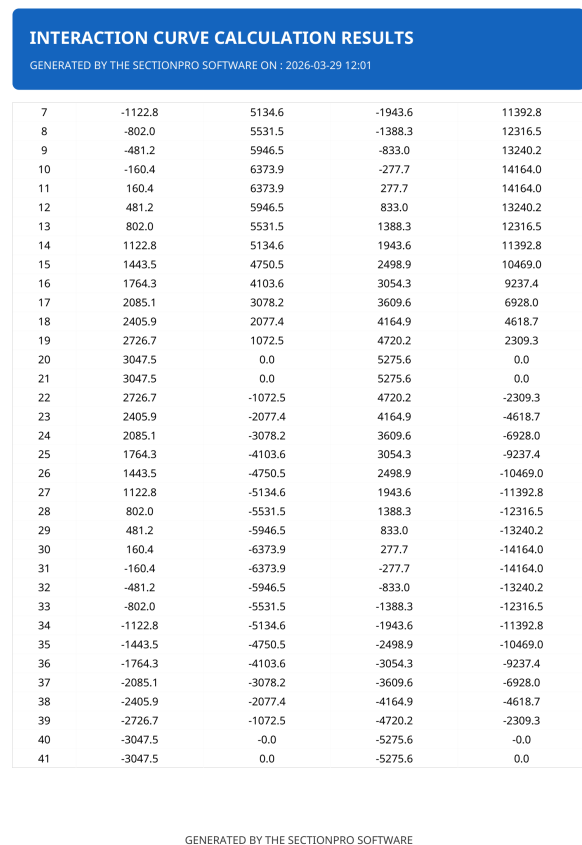
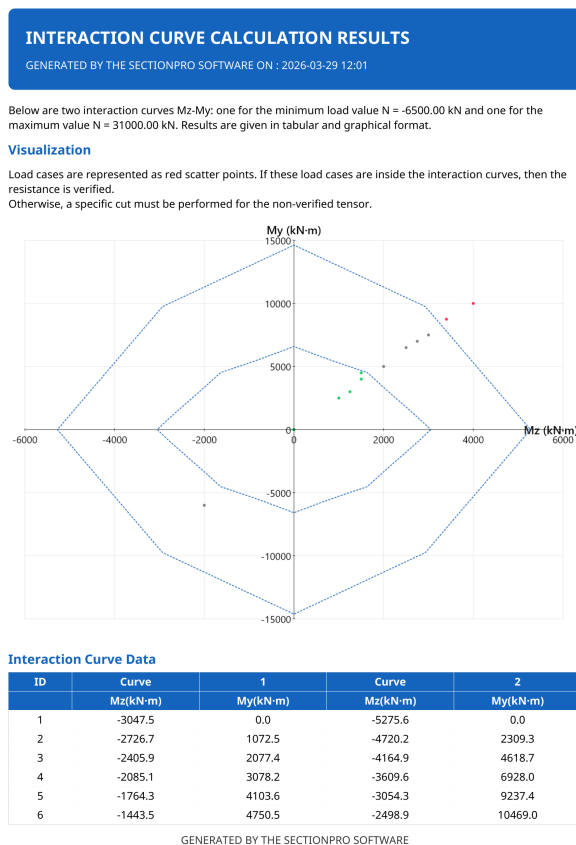


Figura 11: Exportação PDF, página 1: curva de interação com cargas.

Figura 12: Exportação PDF, página 2: coordenadas da curva.