



Krzywe interakcji

Poradnik SectionPro: klasyczne dwuwymiarowe wykresy interakcji
z weryfikacją kombinacji obciążeń

BridgeKernel · 2026

Wprowadzenie

Moduł krzywych interakcji oblicza klasyczne dwuwymiarowe wykresy interakcji dla przekrojów żelbetowych. Ustalając jedną składową (N , M_z lub M_y) na wybranej wartości, SectionPro oblicza granicę nośności w płaszczyźnie pozostałych dwóch składowych. Kombinacje obciążeń są nanoszone na wykres: punkty wewnątrz krzywej – **zielone** (bezpieczne), punkty na zewnątrz – **czerwone** (przekroczenie nośności). Daje to kontrolę wizualną bez obliczania współczynników bezpieczeństwa.

Dostępne są dwa tryby. W trybie stałej składowej jedna składowa jest ustawiana na konkretną wartość (np. $N = 0$), a krzywa interakcji jest rysowana w odpowiedniej płaszczyźnie. Wartość ustalona musi mieścić się w dziedzinie nośności przekroju, w przeciwnym razie krzywa nie istnieje.

W trybie obwiedni SectionPro rysuje dwie krzywe: przy maksymalnej i minimalnej wartości stałej składowej spośród wszystkich kombinacji. Umożliwia to weryfikację wielu przypadków obciążeń na jednym rysunku. Wartości stałej składowej wszystkich kombinacji muszą mieścić się w dziedzinie nośności. Stosowany jest trzeci kolor:

- **Zielony**: wewnątrz obu krzywych – bezpieczne przy obu wartościach ekstremalnych.
- **Czerwony**: na zewnątrz obu krzywych – przekroczenie nośności przy obu ekstremalnych wartościach.
- **Szary**: między dwiema krzywymi – wynik niejednoznaczny. Status zależy od rzeczywistej wartości stałej składowej. Wymagana dokładniejsza weryfikacja: tryb stałej składowej, przestrzenna powierzchnia interakcji lub wewnętrzny solver równowagi.

Wyniki obliczeń

Krzywa interakcji

Stała składowa (N , M_z lub M_y)
Zamknięta 2D granica nośności
Tryb obwiedni (min/max)

Weryfikacja wizualna

Punkty obciążeń naniesione na wykres
Zielony (bezp.) / Czerwony (błąd) / Szary (?)

Eksport

PDF: krzywa 2D + naniesione obciążenia
XLS: współrzędne krzywej
TXT: wyniki tabelaryczne (kolumny)

Przekrój ośmiokątny (Eurocode 2)

Dane wejściowe

Geometria przekroju, zbrojenie i prawa materiałowe są identyczne jak w artykułach #4-6:

Beton

- Ośmiokątny przekrój poprzeczny
- $b_1 = 2\{, \}00$ m, $b_2 = 0\{, \}50$ m
- $h_1 = 1\{, \}00$ m, $h_2 = 0\{, \}60$ m

Zbrojenie

- 48 prętów, rozmieszczenie co 150 mm
- Średnica $\varphi = 32$ mm, otulina 50 mm

Prawa materiałowe (EC2)

- Beton C30/37: $f_{ck} = 30$ MPa
- Stal B500B: $f_{yk} = 500$ MPa

■ Data
← Octagonal solid section

Concrete ⓘ
Width b1 (m) 2 Width b2 (m) 0.5 Height h1 (m) 1 Height h2 (m) 0.6

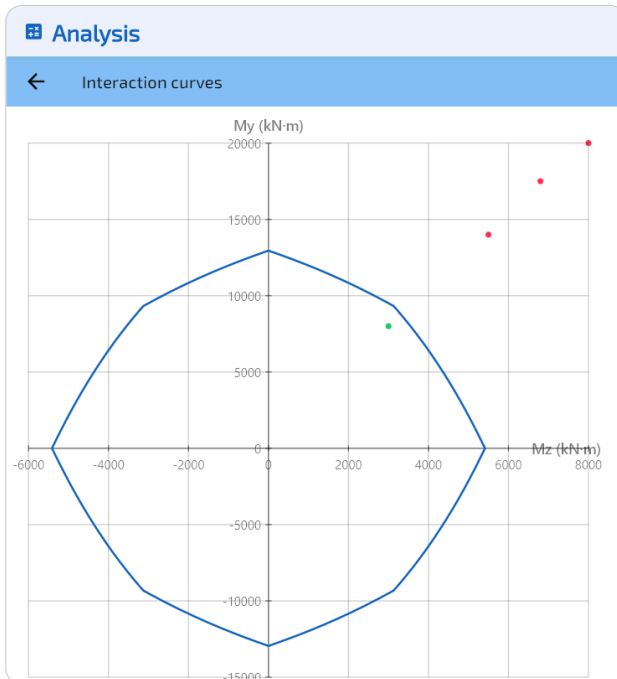
Reinforcement ⓘ
Mode: uniform spacing ▾
Bar spacing (mm) 150 Bar diameter (mm) 32 Concrete cover (mm) 50 Layers (1 or 2) 1

Submit Infos

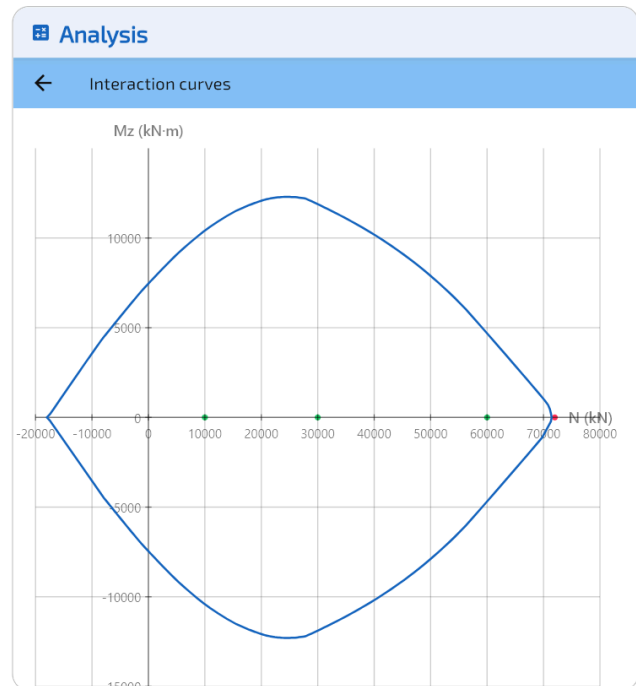
Rysunek 1: Ośmiokątny przekrój poprzeczny.

Krzywe interakcji

Pierwsza krzywa przedstawia nośność na dwuosiowe zginanie przy zerowej sile osiowej ($N = 0$) w stanie granicznym użyteczności (SLS-C), druga – klasyczną interakcję siły osiowej i momentu przy zerowym momencie poza płaszczyznę ($M_y = 0$) w stanie granicznym nośności (ULS-F).



Rysunek 2: Użyteczność (charakterystyczna): M_z - M_y przy $N = 0$.



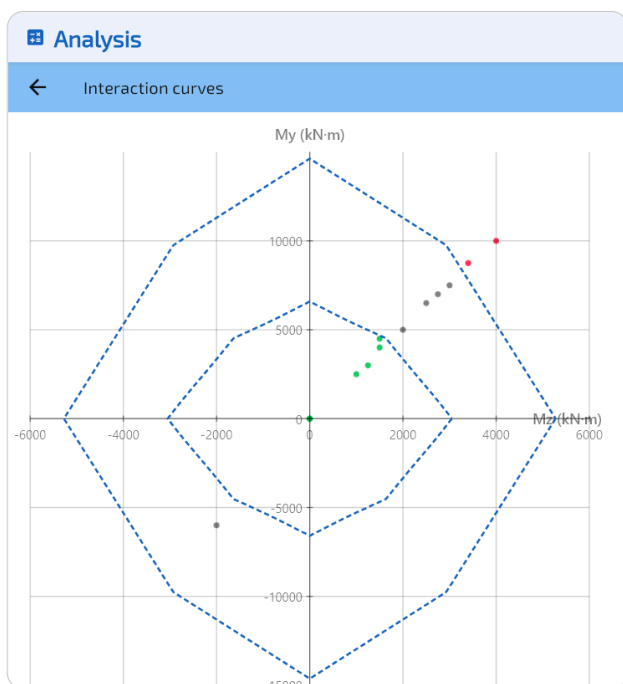
Rysunek 3: Nośność (fundamentalna): N - M_z przy $M_y = 0$.

30 kombinacji obciążeń jest tych samych co w artykule o odległościach (15 ULS-F, 15 SLS-C). Wszystkie zielone obciążenia miały $\eta < 1$ w analizie 3D, a wszystkie czerwone miały $\eta > 1$: krzywe 2D są w pełni zgodne z wynikami odległości 3D.

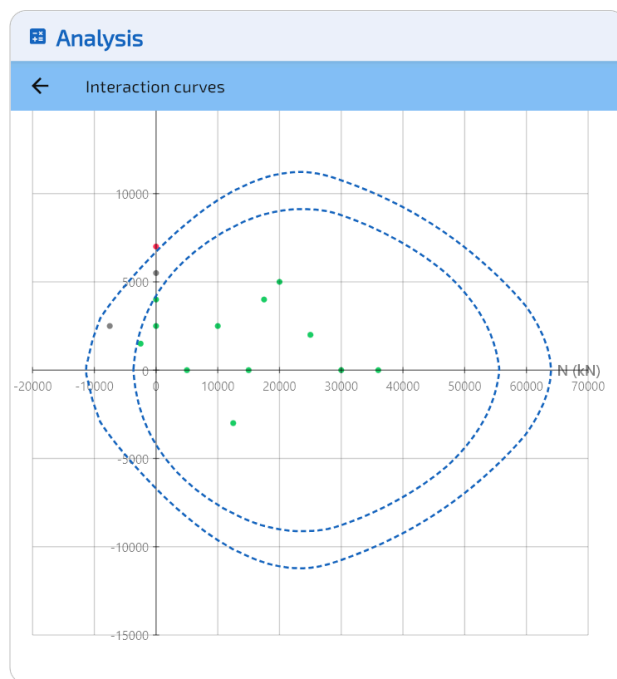
Tryb obwiedni

Tryb obwiedni wymaga, aby stała składowa wszystkich kombinacji mieściła się w dziedzinie nośności. Niektóre z oryginalnych 30 obciążeń ją przekraczają: np. obciążenie #4 przy ULS-F ma $N = 72000$ kN, podczas gdy nośność wynosi ok. 70700 kN. Zastosowano więc zredukowany zestaw obciążeń.

Poniższe rysunki pokazują obwiednię dla stanu użytkowości (N jako stała składowa, wykres $M_z - M_y$) i nośności (M_y jako stała składowa, wykres $N - M_z$). Każda obwiednia składa się z dwóch krzywych: przy minimalnej i maksymalnej wartości stałej składowej.



Rysunek 4: Użytkowość: obwiednia na N .



Rysunek 5: Nośność: obwiednia na M_y .

Zielone znaczniki leżą wewnątrz obu krzywych – bezpieczne przy obu wartościach ekstremalnych. Czerwone leżą na zewnątrz obu krzywych – nośność przekroczona przy obu ekstremach. Szare leżą między krzywymi: wewnątrz przy jednym ekstremum, ale nie przy drugim. Ich status jest niejednoznaczny – należy zweryfikować je w trybie stałej składowej, za pomocą powierzchni 3D lub wewnętrznego solwera.

Przekrój eliptyczny (ACI 318)

Dane wejściowe

Beton

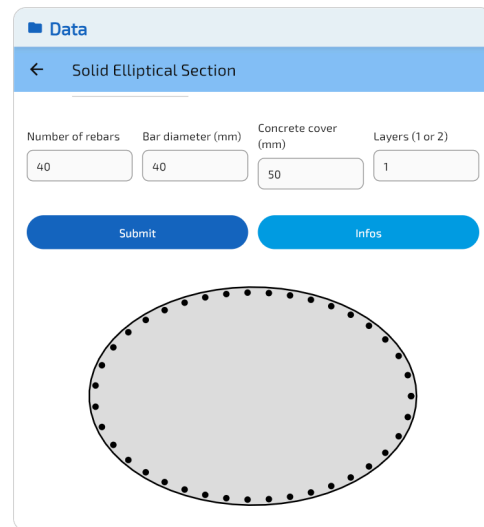
- Eliptyczny przekrój poprzeczny
- Szerokość = 3{,}00 m, Wysokość = 2{,}00 m

Zbrojenie

- 40 prętów wzdłuż obwodu
- Średnica $\varphi = 40$ mm, otulina 50 mm

Prawa materiałowe (ACI 318)

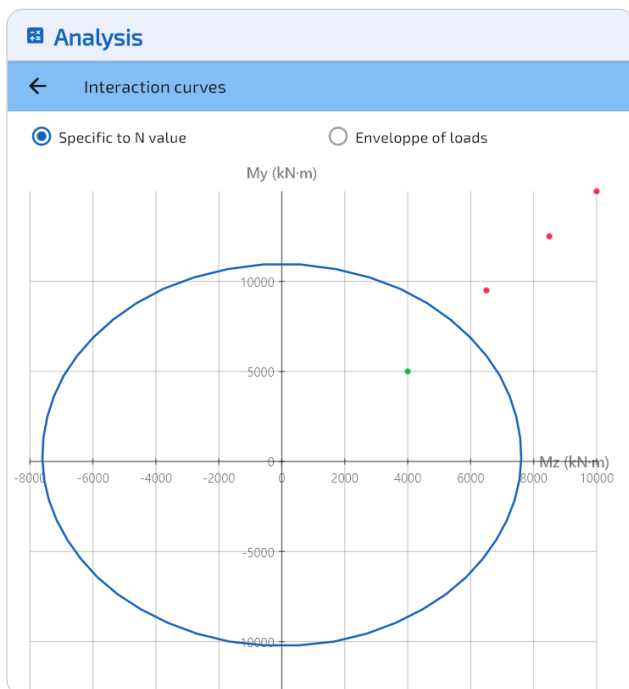
- Beton: $f'_c = 30$ MPa
- Stal: $f_y = 500$ MPa



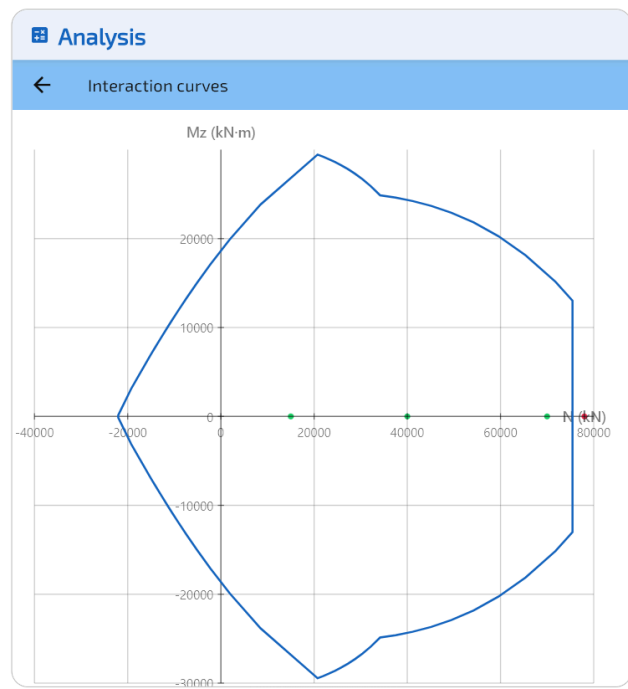
Rysunek 6: Eliptyczny przekrój poprzeczny.

Krzywe interakcji

Pierwsza krzywa przedstawia nośność na dwuosiowe zginanie przy zerowej sile osiowej ($N = 0$) w stanie użyteczności, druga – interakcję siły osiowej i momentu przy $M_y = 0$ w stanie nośności. Blok naprężeń Whitney oraz współczynniki φ są stosowane natywnie do krzywej nośności.



Rysunek 7: Użyteczność: M_z - M_y przy $N = 0$.



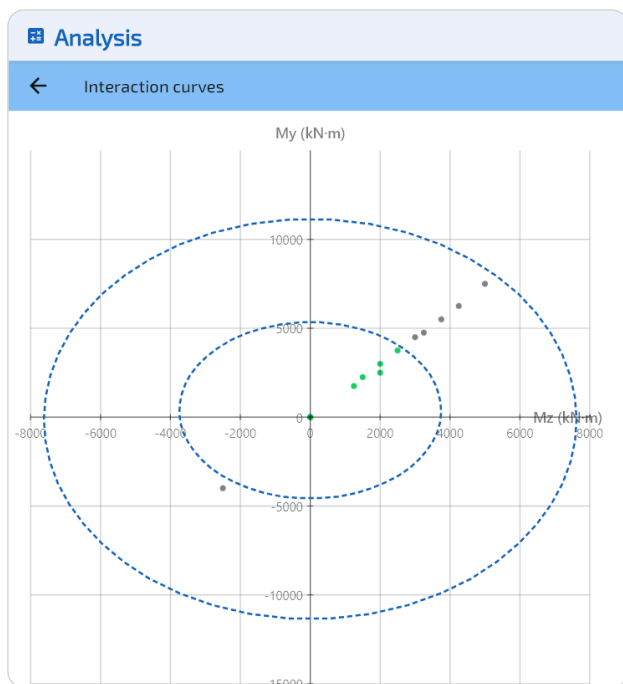
Rysunek 8: Nośność: N - M_z przy $M_y = 0$ (Whitney).

Krzywa nośności (prawa) wyraźnie ukazuje efekty bloku Whitney według ACI 318. Maksymalna siła ściskająca jest ograniczona do $\varphi P_{n,max}$: pionowa granica po prawej stronie wykresu, gdzie krzywa się urywa zamiast rosnąć. Ograniczenie to odzwierciedla normowe zmniejszenie obciążenia osiowego ($\varphi_c \times 0{,}80$ dla słupów ze strzemionami). Strefa przejściowa między obszarem rozciągającym ($\varphi = 0{,}80$)

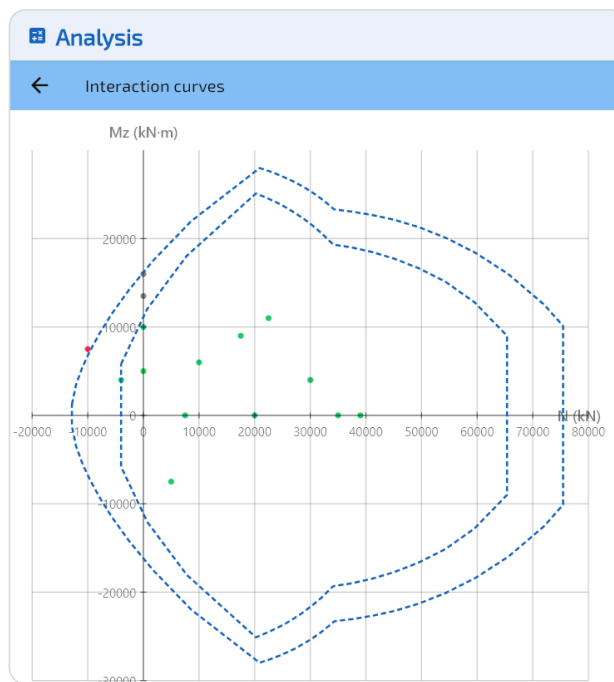
a ściskanym ($\varphi = 0\{, }65$) jest widoczna jako zmiana krzywizny przy punkcie zrównoważenia. Krzywa użyteczności (lewa) stosuje prawa liniowo-sprężyste bez redukcji, dając gładki, symetryczny kształt.

Tryb obwiedni

Zastosowano ten sam zredukowany zestaw obciążeń. Obwiednia wyznacza dwie krzywe przy minimalnej i maksymalnej wartości stałej składowej: N dla konturu M_z-M_y (użyteczność) i M_y dla konturu $N-M_z$ (nośność, Whitney). Obowiązuje ta sama trójkolorowa klasyfikacja.



Rysunek 9: Użyteczność: obwiednia na N .



Rysunek 10: Nośność: obwiednia na M_y (Whitney).

Benchmark wydajności

Czas obliczeń zależy od rozdzielczości siatki wybranej przez użytkownika. Wyższe rozdzielczości dają gładze krzywe kosztem dłuższego czasu. Poniższa tabela pokazuje całkowity czas obliczeń (mediana z 3 uruchomień) dla obu przekrojów.

Rozdzielczość siatki	Ośmiokątny EC2 (ms)	Eliptyczny ACI (ms)
51 × 50	8,5	6,5
101 × 100	11,0	7,0
201 × 200	14,5	9,0

Wszystkie obliczenia pozostają poniżej 15 ms nawet przy najwyższej rozdzielczości, co sprawia, że krzywe interakcji są praktycznie natychmiastowe dla inżyniera.

Wnioski

Dwuwymiarowe krzywe interakcji dostarczają klasycznych wykresów inżynierskich uzupełniających przestrzenną powierzchnię interakcji 3D:

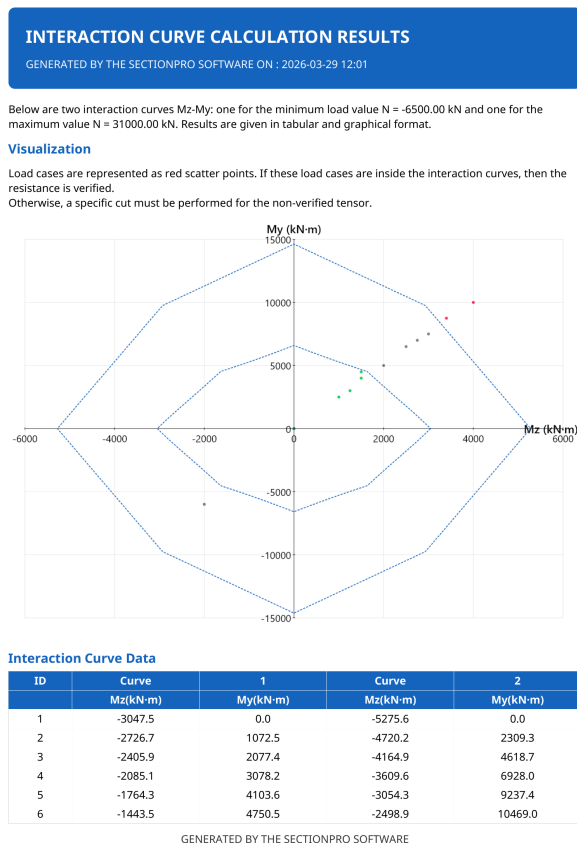
- Obciążenia naniesione na krzywą pokazują od razu, które są bezpieczne (zielone), a które przekraczają nośność (czerwone), bez obliczania numerycznych współczynników bezpieczeństwa.

- Klasyfikacja wewnątrz/na zewnątrz z trójwymiarowej analizy odległości jest w pełni zgodna z położeniem na wykresie 2D.
- Krzywe 2D dla ACI 318 są obliczane z natywnym zastosowaniem bloku Whitney i współczynników φ .
- Tryb obwiedni weryfikuje wiele przypadków obciążeń z różnymi wartościami stałej składowej na jednym rysunku, stosując trójkolorową klasyfikację (zielony/szary/czerwony).
- Krzywe są generowane w milisekundach, nawet przy wysokich rozdzielczościach siatki.

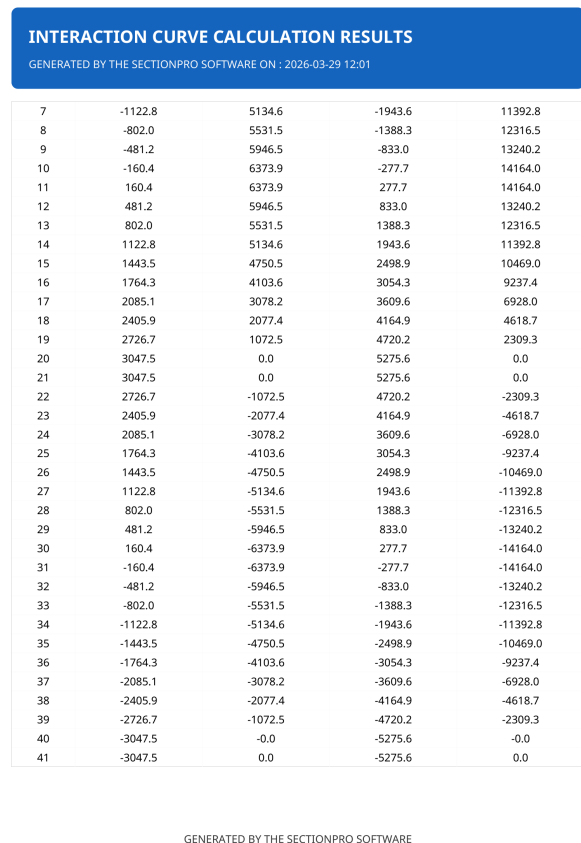
Moduł krzywych interakcji nie oblicza aktualnie numerycznego współczynnika bezpieczeństwa (η) dla każdego obciążenia – jest on dostarczany przez moduł odległości (artykuł #5). Przyszła wersja może połączyć oba podejścia: krzywą 2D z wartościami η naniesionymi na wykres.

Eksport

SectionPro eksportuje krzywe interakcji w formatach PDF, TXT i XLS. Raport PDF zawiera krzywą 2D z naniesionymi punktami obciążeń oraz towarzyszącą tabelę wyników.



Rysunek 11: Eksport PDF, strona 1: krzywa interakcji z obciążeniami.



Rysunek 12: Eksport PDF, strona 2: współrzędne krzywej.