



Verificare la Rezistență pe Baza Suprafețelor de Interacțiune

SectionPro Tutorial: verificarea în lot a cazurilor de încărcare față de domeniul de rezistență 3D

BridgeKernel · 2026

Introducere

În articolul anterior am calculat suprafața de interacțiune, domeniul de rezistență 3D al secțiunii în spațiul (N, M_z, M_y) . Rezolvitorul tensiuni-deformații (Articolul #2) verifică sarcini individuale față de acest domeniu, dar inginerul trebuie să inspecteze rezultatele unul câte unul sau să analizeze doar cazul cel mai defavorabil, fără imagine globală a tuturor combinațiilor față de capacitate.

Modulul de distanțe proiectează fiecare punct de sarcină pe suprafața de interacțiune și afișează rezultatul ca diagramă de dispersie 3D. Pentru fiecare sarcină returnează un statut (interior, exterior sau la limită) și un factor de siguranță η . Inginerul vede toate combinațiile simultan: o privire dezvăluie care sarcini sunt sigure, care depășesc capacitatea și cu cât.

Un avantaj suplimentar privește normele cu blocuri rectangulare de tensiune (blocul Whitney ACI 318, CSA A23.3, AASHTO). Rezolvitorul tensiuni-deformații trebuie să utilizeze legea realistă (parabolă-dreptunghi), întrucât un bloc de tensiune nu poate conduce un solver iterativ. Suprafața este construită direct din blocul Whitney, mai fidelă legii de proiectare a acestor norme.

Compromisul: modulul de distanțe nu returnează starea de deformație sau distribuția tensiunilor. Răspunde la întrebarea „trece sau nu, și cu cât?“, dar nu „care este tensiunea în fiecare fibră?“.

Rezultate calculate

SectionPro raportează trei categorii de rezultate per analiză de distanțe:

Statut & factor de siguranță

η : distanță normalizată
Statut: Intern Extern
Sarcina cea mai defavorabilă identificată
O suprafață per stare limită

Vizualizare 3D

Suprafața de interacțiune (rețea triangulată)
Puncte de sarcină dispersate pe grafic
Codificate prin culoare după statut
Rotire, zoom, panoramare

Exporturi

PDF: vederi 3D + tabel de rezultate
XLS: sarcini, distanțe, statut
TXT: rezultate tabulare (coloane)

Această abordare vs. analiza tensiuni-deformații

Tabelul următor rezumă diferențele cheie dintre cele două metode de verificare disponibile în SectionPro.

Criteriu	Distanțe (acest articol)	Ten.-def. (Art. #2)
Scop	Screening rapid	Stare detaliată
Ieșire	η + statut	σ , ε , FS, forțe
Stare de deformație	Nu	Da
Ieșire vizuală	Dispersie 3D	Diagrame ten./def.
Recomandat pentru	Anvelope mari de sarcini	Cazuri critice
Bloc Whitney	Recomandat	Utilizați legea realistă
Puține sarcini	Suprafața = suprasarcină	Rapid (rezolvare directă)
Multe sarcini	Rapid (o suprafață, raze ieftine)	Lent (iterativ/sarcină)

Ambele abordări sunt complementare. Flux tipic: (1) distanțele filtrează anvelopa completă și identifică combinațiile critice; (2) rezolvitorul tensiuni-deformații se aplică pe acele cazuri pentru răspunsul complet al secțiunii.

Cum funcționează distanțele

Dat un punct $P = (N, M_z, M_y)$ și suprafața \mathcal{S} , modulul calculează centroidul O al rețelei (garantat interior domeniului) și trasează o rază de la O prin P până la intersecția cu \mathcal{S} în Q . Factorul de siguranță este:

$$\eta = \frac{\|\overrightarrow{OP}\|}{\|\overrightarrow{OQ}\|}$$

Interpretarea este directă:

- $\eta < 1$: punctul de sarcină este **interior** suprafeței; secțiunea are rezervă.
- $\eta = 1$: punctul de sarcină este **la limită** secțiunea este exact la limita sa.
- $\eta > 1$: punctul de sarcină este **exterior** suprafeței; capacitatea este depășită.

Vizual: **verde** = interior ($\eta < 1$), **roșu** = exterior ($\eta > 1$).

Suprafața se calculează o singură dată per stare limită; fiecare punct de sarcină necesită doar o intersecție rază-suprafață, față de convergența iterativă a rezolvitorului NR.

Secțiune octogonală (Eurocode 2)

Date de intrare

Geometria, armătura și legile materialelor sunt identice cu Articolul #4 (Suprafața de Interacțiune). Sunt definite 30 de combinații: 15 la ULS-F (Fundamental) și 15 la SLS-C (Caracteristic), acoperind forță axială pură, încovoiere biaxială, încărcare combinată, tracțiune și compresiune.

Beton

- Secțiune transversală octogonală
- $b_1 = 2.00$ m, $b_2 = 0.50$ m
- $h_1 = 1.00$ m, $h_2 = 0.60$ m

Armătură

- 48 bare, distanțare uniformă 150 mm
- Diametru $\varphi = 32$ mm, acoperire 50 mm

Legi de materiale (EC2)

- Beton C30/37: $f_{ck} = 30$ MPa
- Oțel B500B: $f_{yk} = 500$ MPa

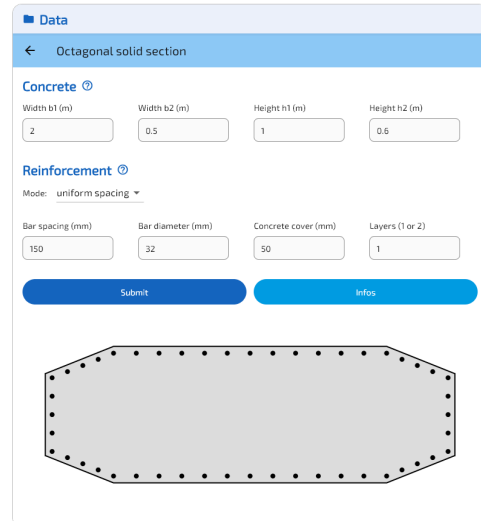


Figura 1: Secțiune octogonală: geometrie și dispunerea armăturii.

ULS-F (Fundamental)

15 combinații de sarcini: 8 interioare, 7 exterioare.

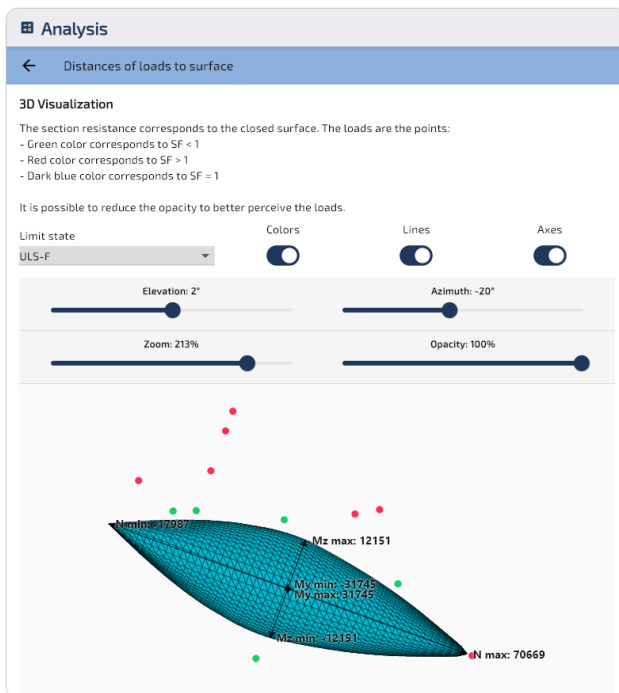


Figura 2: ULS-F: sarcini dispersate pe suprafață (vedere 1).

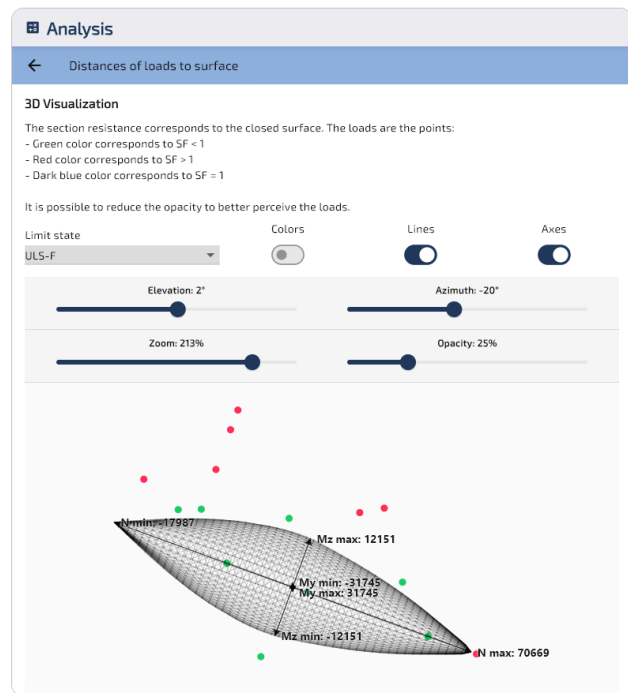


Figura 3: ULS-F: sarcini dispersate pe suprafață (vedere 2).

Sarcină	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (-)	Statut
8	0	14 000	35 000	1.879	Extern
7	0	11 000	30 000	1.605	Extern
4	72 000	0	0	1.030	Extern
5	0	5 000	10 000	0.916	Intern
3	60 000	0	0	0.761	Intern
2	30 000	0	0	0.088	Intern

Sarcina #4 ($N = 72000$ kN, compresiune pură) depășește ușor suprafața ($r_{\text{norm}} = 1.030$), confirmând că $N_{\text{max}} = 70669$ kN raportat în Articolul #4 este corect. Sarcina #2 ($N = 30000$ kN) se află adânc în domeniu ($r_{\text{norm}} = 0.088$), conform așteptărilor pentru o sarcină mult sub N_{max} .

Sarcinile combinate ilustrează forma non-cubică a suprafeței: sarcina #8 ($M_z = 14000$, $M_y = 35000$) are componente individuale sub limitele casei ($M_{z, \text{max}} = 12154$, $M_{y, \text{max}} = 32317$), dar combinația le împinge în exterior ($r_{\text{norm}} = 1.879$).

SLS-C (Characteristic)

15 combinații de sarcini: 6 interioare, 9 exterioare.

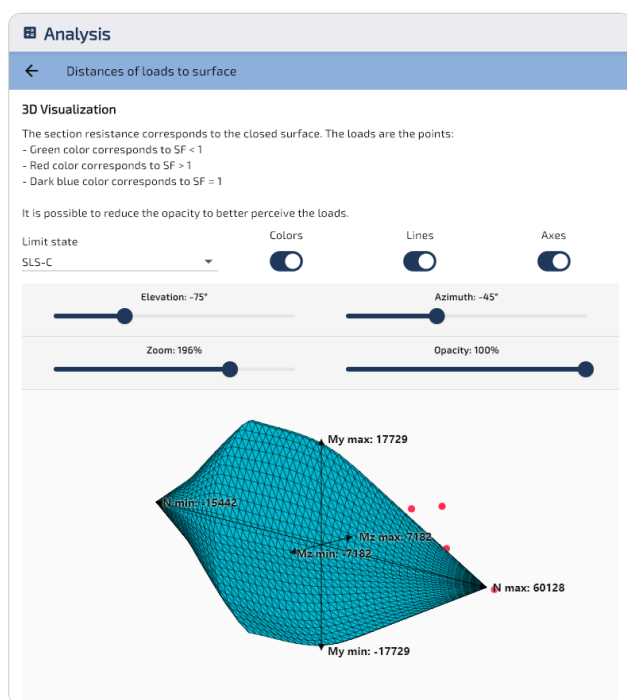


Figura 4: SLS-C: sarcini dispersate pe suprafață (vedere 1).

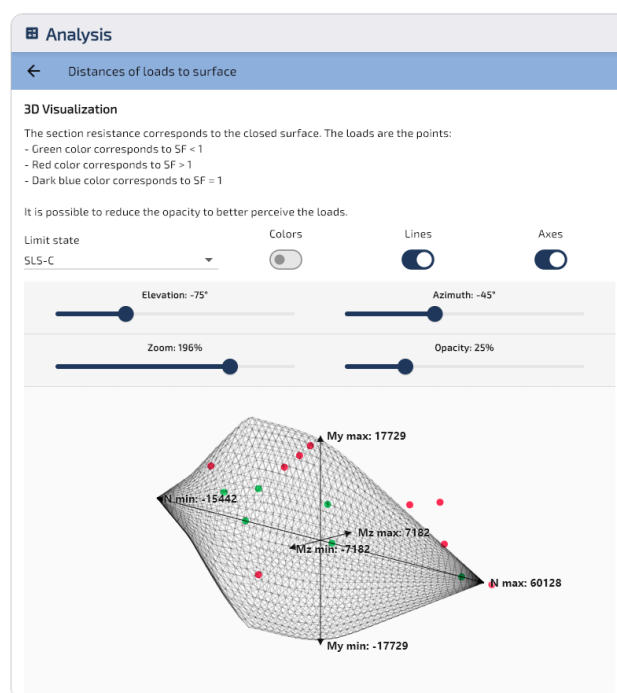


Figura 5: SLS-C: sarcini dispersate pe suprafață (vedere 2).

Sarcină	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (-)	Statut
23	0	8 000	20 000	1.910	Extern
26	35 000	6 000	15 000	1.795	Extern
19	62 000	0	0	1.050	Extern
27	-5 000	2 000	5 000	0.990	Intern
18	55 000	0	0	0.866	Intern
17	25 000	0	0	0.081	Intern

Obs.: Pentru a identifica mai bine punctele de sarcină interioare ascunse în spatele suprafeței, reduceți opacitatea suprafeței sau comutați la modul wireframe (ambele opțiuni sunt disponibile în vizualizatorul 3D).

Secțiune eliptică (ACI 318)

Date de intrare

Geometria, armătura și legile materialelor sunt identice cu Articolul #4. Sunt definite 30 de combinații: 15 la ULS și 15 la SLS.

Beton

- Secțiune transversală eliptică
- Lățime = 3.00 m, Înălțime = 2.00 m

Armătură

- 40 bare de-a lungul perimetrului
- Diametru $\varphi = 40$ mm, acoperire 50 mm

Legi de materiale (ACI 318)

- Beton: $f'_c = 30$ MPa
- Oțel: $f_y = 500$ MPa

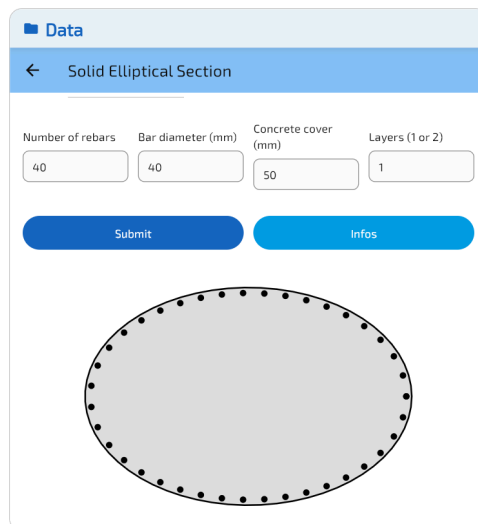


Figura 6: Secțiune eliptică: geometrie și armătură.

ULS

15 combinații de sarcini: 8 interioare, 7 exterioare.

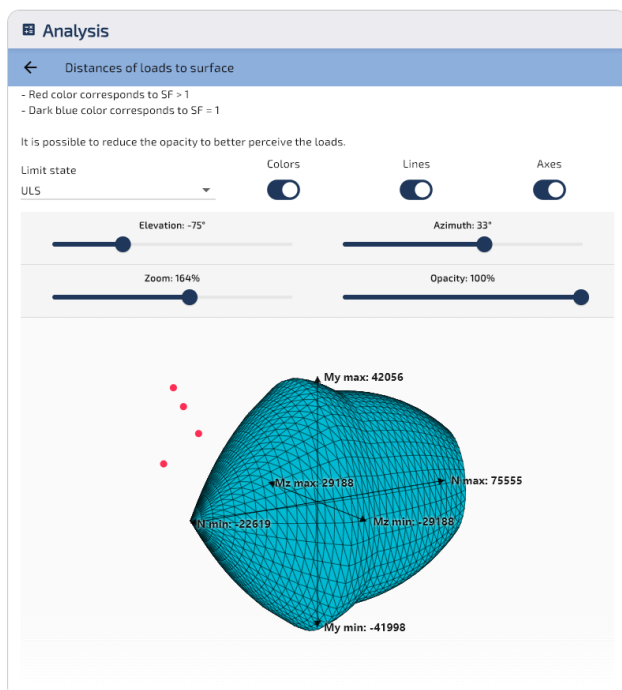


Figura 7: ULS: sarcini dispersate pe suprafață (vedere 1).

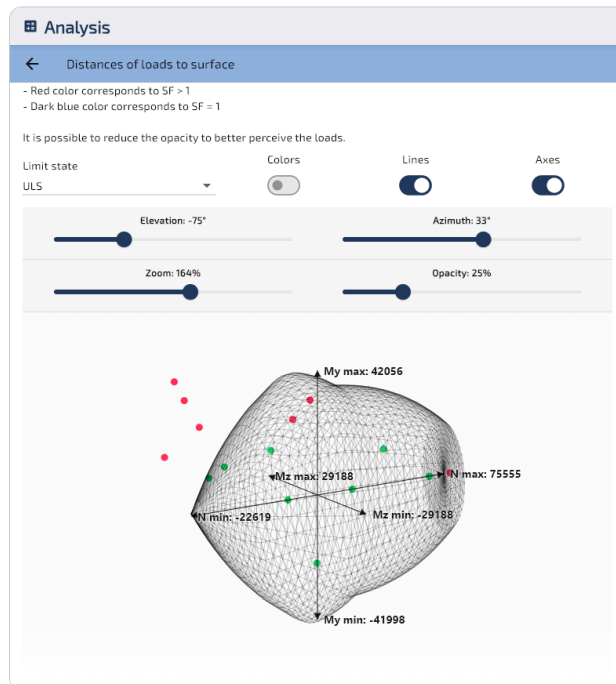


Figura 8: ULS: sarcini dispersate pe suprafață (vedere 2).

Sarcină	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (-)	Statut
8	0	32 000	45 000	1.646	Extern
7	0	27 000	39 000	1.475	Extern
4	78 000	0	0	1.067	Extern
15	10 000	-15 000	-25 000	0.967	Intern
3	70 000	0	0	0.847	Intern
2	40 000	0	0	0.022	Intern

Factorii φ din ACI ($\varphi = 0.65$ la 0.90) și limita $\varphi_N = 0.80$ reduc capacitatea nominală, făcând suprafața ULS mai mică. Din Articolul #4, caseta dă $N_{\max} = 75555$ kN, $M_{z,\max} = 29188$ kN·m, $M_{y,\max} = 42056$ kN·m: depășirea oricăruia garantează eșecul, cum se vede la sarcinile #4 și #8. Sarcina #7 ($M_z = 27000$, $M_y = 39000$ kN·m) rămâne în toate trei limite dar cade în afara suprafeței ($\eta = 1.475$); caseta nu poate detecta acest caz, suprafața 3D poate.

SLS

15 combinații de sarcini: 7 interioare, 8 exterioare.

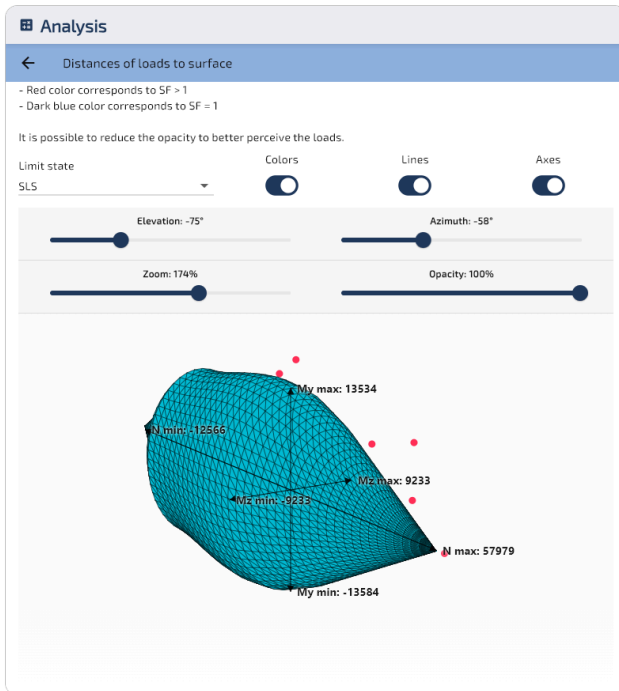


Figura 9: SLS: sarcini dispersate pe suprafață (vedere 1).

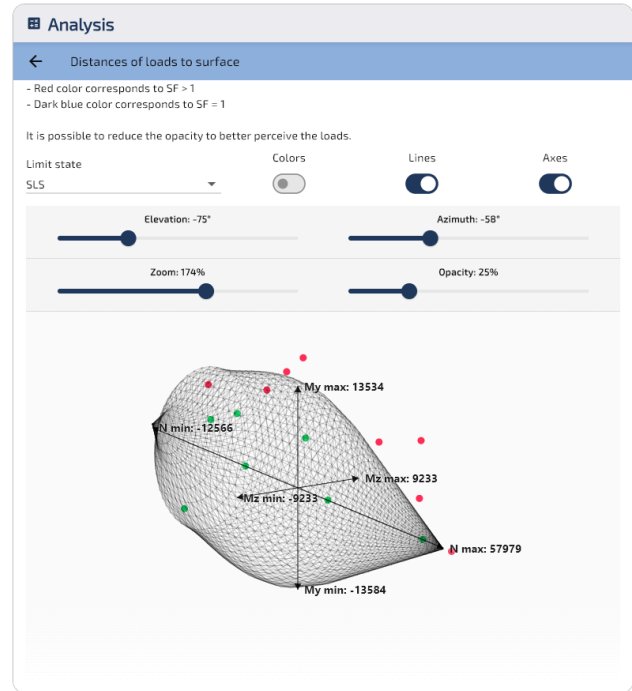


Figura 10: SLS: sarcini dispersate pe suprafață (vedere 2).

Sarcină	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (-)	Statut
23	0	10 000	15 000	1.688	Extern
26	35 000	7 500	11 000	1.487	Extern
19	60 000	0	0	1.068	Extern
27	-4 000	2 500	3 500	0.942	Intern
18	53 000	0	0	0.868	Intern
17	30 000	0	0	0.216	Intern

La SLS, betonul este limitat la tensiunea admisibilă ($\sigma_c = 11.5$ MPa), rezultând o suprafață mult mai mică. Sarcina #23 este cea mai defavorabilă ($r_{\text{norm}} = 1.688$): încovoiera biaxială combinată ($M_z =$

10000, $M_y = 15000 \text{ kN} \cdot \text{m}$) depășește cu mult capacitatea SLS, deși fiecare componentă individual ar fi în interiorul casetei.

Validare încrucișată cu rezolvitorul tensiuni-deformații

Modulul de distanțe proiectează punctele de sarcină pe o rețea pre-construită a suprafeței. Rezolvitorul tensiuni-deformații (Newton-Raphson, Articolul #2) iterează pentru a găsi starea de echilibru pentru fiecare sarcină. Cele două metode trebuie să coincidă: o sarcină cu $\eta < 1$ trebuie să respecte toate limitele de deformație, una cu $\eta > 1$ trebuie să violeze cel puțin una.

Comparație pentru 15 sarcini (secțiune octogonală, ULS-F)

Pentru fiecare sarcină, tabelul prezintă rezultatul distanțelor (η și statutul Intern/Extern), urmat de ieșirea rezolvitorului: deformația maximă a betonului ε_c și a oțelului ε_s (ambele în ‰, valori absolute) și verdictul materialului.

Sarc.	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (-)	Statut	ε_c (‰)	ε_s (‰)	Verdict
1	10 000	0	0	0.390	Intern	0.17	0.17	OK
2	30 000	0	0	0.072	Intern	0.54	0.54	OK
3	60 000	0	0	0.757	Intern	1.36	1.36	OK
4	72 000	0	0	1.031	Extern	2.17	2.17	KO
5	0	5 000	10 000	0.920	Intern	1.50	3.13	OK
6	0	8 000	20 000	1.224	Extern	18.0	73.6	KO
7	0	11 000	30 000	1.584	Extern	26.2	112	KO
8	0	14 000	35 000	1.864	Extern	33.3	140	KO
9	20 000	5 000	15 000	0.691	Intern	1.66	1.58	OK
10	35 000	8 000	22 000	1.108	Extern	4.65	4.43	KO
11	40 000	10 000	25 000	1.365	Extern	6.93	6.59	KO
12	-5 000	3 000	8 000	0.912	Intern	0.86	2.89	OK
13	-15 000	5 000	12 000	1.260	Extern	11.5	97.9	KO
14	50 000	4 000	10 000	0.847	Intern	2.22	2.15	OK
15	25 000	-6 000	-18 000	0.813	Intern	2.19	2.09	OK

Cele două metode sunt pe deplin consistente. Fiecare sarcină **Externă** este confirmată ca eșec de cel puțin un material (beton, oțel sau ambele), iar fiecare sarcină **Internă** respectă toate limitele de deformație. Sarcinile 10-11: doar strivire beton, oțelul în limita de rupere. Sarcinile 6-8 și 13: ambele limite depășite simultan.

Obs.: Așa cum se explică în Articolul #2, rezolvitorul Newton-Raphson extrapolează legile materialelor dincolo de domeniul lor fizic de validitate când nu se poate atinge echilibrul în domeniul valid. Deformațiile raportate pentru sarcinile Externe sunt artefacte numerice fără semnificație fizică: confirmă doar că nu există o stare de echilibru validă în limitele materialelor.

Benchmark cu 100 000 de sarcini

Ambele metode sunt aplicate pe 100 000 de combinații aleatoare ($N \in [-20\ 000, 80\ 000]$ kN, $M_z, M_y \in [-50\ 000, 50\ 000]$ kN · m, ULS-F). Suprafața se construiește o singură dată (31 ms) și se reutilizează pentru toate interogările.

Metodă	Sarcini	Timp interog.	Rată	Intern	Extern
Distanțe (numai interogări)	100 000	13 ms	7.5 M/s	5.1%	94.9%
Tensiuni-def. NR	100 000	207 ms	0.48 M/s	5.1%	94.9%

Acord: **99,97%** (99 974 din 100 000 de sarcini clasificate identic). Cele 26 de dezacorduri au toate $|\eta - 1| < 0.002$: aceste puncte de sarcină se află în 0,2% de limita suprafeței, practic **la limită** prin orice măsurătoare.

Acesta este comportamentul așteptat: sarcinile apropiate de $\eta = 1$ sunt tratate ca cazuri de limită. Rezultatul distanțelor depinde de discretizarea rețelei, în timp ce rezolvitorul NR iterează până la echilibrul exact; în astfel de cazuri, rezolvitorul NR are prioritate.

Din punct de vedere ingineresc, la $\eta \approx 1$, răspunsul corect este modificarea geometriei sau a armăturii pentru a obține o marjă clară de siguranță (η confortabil sub 1).

Modulul de distanțe este de **15 ori mai rapid** decât rezolvitorul NR (faza de interogare). Avantajul devine semnificativ pentru bucle de optimizare, studii parametrice și verificări automate ale normelor pe anvelope mari de sarcini.

Concluzie

Modulul de distanțe oferă o metodă rapidă și fiabilă pentru a filtra orice număr de combinații față de suprafața de interacțiune a unei secțiuni de beton armat. Returnează un factor normalizat η și un statut Interior/Exterior, oferind inginerului imaginea imediată a combinațiilor critice pe toate stările limită.

Validarea încrucișată pe 100 000 de sarcini confirmă un acord de 99,97% cu rezolvitorul tensiuni-deformații Newton-Raphson. Cele 26 de dezacorduri se află toate în 0,2% de limita suprafeței, unde discretizarea rețelei face clasificarea incertă; în aceste cazuri, rezolvitorul NR rămâne arbitrul final. Pentru sarcinile clar interioare sau exterioare, metodele sunt pe deplin concordante.

Ambele metode sunt practic instantanee pentru lucrul curent de inginerie. Modulul de distanțe devine deosebit de valoros la milioane de combinații (bucle de optimizare, studii parametrice, verificări automate), unde arhitectura sa de reutilizare a suprafeței elimină complet calculele redundante.

Dincolo de rezultatele numerice, avantajul cheie este graficul de dispersie 3D: toate combinațiile de sarcini, toate stările limită și întregul domeniu de rezistență sunt vizibile într-o singură figură, direct integrabilă într-un raport de calcul.

Export

SectionPro exportă rezultatele în trei formate. Raportul PDF include vederi 3D ale suprafeței cu punctele de sarcină dispersate; pentru fiecare stare limită este identificată sarcina cea mai critică, urmată de tabelul de rezultate sortat descrescător după η . Exporturile Excel și text furnizează aceleași date pentru post-procesare externă.

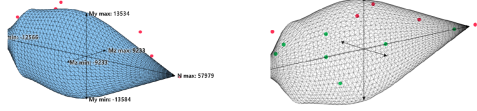
Resistance check based on distance of loads to the N-Mz-My surface

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-19 06:40

Rays are launched towards the loads from (N,0,0). SF represents the distance of the point relative to the boundary delimited by the surface. SF>1 indicates non-verification of the section

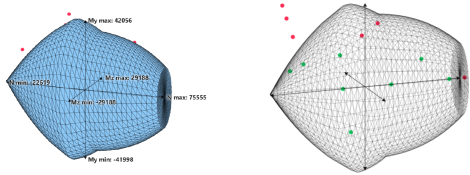
SLS : Serviceability limit state

7 loads are internal to the N-Mz-My surface. Scattered in green
 8 loads are external to the N-Mz-My surface. Scattered in red
 0 loads are on the boundary of the N-Mz-My surface. Scattered in blue



ULS : Ultimate limit state

8 loads are internal to the N-Mz-My surface. Scattered in green
 7 loads are external to the N-Mz-My surface. Scattered in red
 0 loads are on the boundary of the N-Mz-My surface. Scattered in blue



Distances of loads to surface

Load case 23 is the most unfavorable (Fs = 1.68817, External)

Load	Limit state	N (kN)	Mz (kN-m)	My (kN-m)	SF	Status
23	SLS	0.0	10000.0	15000.0	1.688	External
8	ULS	0.0	32000.0	45000.0	1.646	External
26	SLS	35000.0	7500.0	11000.0	1.487	External

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

7	ULS	0.0	27000.0	39000.0	1.475	External
22	SLS	0.0	8500.0	12500.0	1.469	External
11	ULS	45000.0	22000.0	33000.0	1.350	External
13	ULS	-20000.0	15000.0	20000.0	1.331	External
28	SLS	-11000.0	5000.0	7500.0	1.310	External
6	ULS	0.0	20000.0	30000.0	1.229	External
21	SLS	0.0	6500.0	9500.0	1.184	External
29	SLS	45000.0	3000.0	4500.0	1.095	External
10	ULS	35000.0	18000.0	28000.0	1.081	External
25	SLS	28000.0	6000.0	9000.0	1.079	External
19	SLS	60000.0	0.0	0.0	1.068	External
4	ULS	78000.0	0.0	0.0	1.067	External
15	ULS	10000.0	-15000.0	-25000.0	0.967	Internal
12	ULS	-8000.0	8000.0	12000.0	0.964	Internal
27	SLS	-4000.0	2500.0	3500.0	0.942	Internal
30	SLS	8000.0	-5000.0	-8000.0	0.920	Internal
20	SLS	0.0	4000.0	5000.0	0.899	Internal
5	ULS	0.0	10000.0	15000.0	0.898	Internal
18	SLS	53000.0	0.0	0.0	0.868	Internal
3	ULS	70000.0	0.0	0.0	0.847	Internal
14	ULS	60000.0	8000.0	12000.0	0.710	Internal
9	ULS	20000.0	12000.0	18000.0	0.682	Internal
24	SLS	15000.0	4000.0	6000.0	0.652	Internal
1	ULS	15000.0	0.0	0.0	0.397	Internal
16	SLS	10000.0	0.0	0.0	0.369	Internal
17	SLS	30000.0	0.0	0.0	0.216	Internal
2	ULS	40000.0	0.0	0.0	0.022	Internal

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

Figura 11: Export PDF, pagina 1: vederi 3D și dispersia sarcinilor.

Figura 12: Export PDF, pagina 2: tabel de rezultate.