



Weerstandscontrole op basis van interactievlakken

SectionPro Tutorial: batchcontrole van lastgevallen aan het 3D-weerstandsdomein

BridgeKernel · 2026

Inleiding

In het vorige artikel berekenden we het interactievlak, het 3D-weerstandsdomein van een gewapend-betonnen doorsnede in de (N, M_z, M_y) -ruimte. De spannings-rek-solver (Article #2) kan individuele lasten aan dit domein toetsen, maar de ingenieur moet resultaten dan één voor één inspecteren, of slechts het ongunstigste geval bekijken, zonder totaalbeeld van alle combinaties ten opzichte van de capaciteit.

De afstandsmodule lost dit op door elk lastpunt op het interactievlak te projecteren en het resultaat als één 3D-spreidingsdiagram te tonen. Per last geeft de module een status (intern, extern of grens) en een veiligheidsfactor η als maatstaf. De ingenieur ziet alle combinaties tegelijk: één blik toont welke lasten veilig zijn, welke de capaciteit overschrijden en met hoeveel.

Een bijkomend voordeel geldt voor normen met rechthoekige drukspanningsblokken (ACI 318 Whitney-blok, CSA A23.3, AASHTO). De spannings-rek-solver vereist de realistische materiaalwet (parabool-rechthoek), omdat een drukblok geen iteratieve reksolver aanstuurt. Het interactievlak wordt echter direct uit het Whitney-blok opgebouwd, waardoor de afstandsmethode trouwer is aan de primaire ontwerpwet van deze normen.

De afweging: de afstandsmodule geeft geen vervormingstoestand of spanningsverdeling. Ze beantwoordt “goedgekeurd of afgekeurd, en met hoeveel?” maar niet “wat is de spanning per vezel?”.

Berekende resultaten

SectionPro rapporteert drie categorieën resultaten per afstandsanalyse:

Status en veiligheidsfactor

η : genormaliseerde afstand
Status: Intern Extern
Meest ongunstige last aangeduid
Één vlak per grenstoestand

3D-visualisatie

Interactievlak (getrianguleerd netwerk)
Lastpunten in spreidingsdiagram
Kleurgecodeerd per status
Rotatie, zoom, pan

Exports

PDF: 3D-aanzichten + resultaat-tabel
XLS: lasten, afstanden, status
TXT: tabelresultaten (kolommen)

Deze methode vs. de spannings-rek-analyse

De volgende tabel vat de belangrijkste verschillen samen tussen de twee verificatiemethoden in SectionPro.

criterium	Afstanden (dit artikel)	Spannings-rek (Article #2)
Doel	Goedkeuring/afkeuring	Gedetailleerde toestand
Uitvoer	η + status	σ , ε , FS, krachten
Vervormingstoestand	Nee	Ja
Visuele uitvoer	3D-spreidingsdiagram	Spannings-/rekdiagrammen
Beste voor	Grote lastenveloppen	Kritieke lastgevallen
Whitney-blok	Aanbevolen	Gebruik realistische wet
Weinig lasten	Vlakopbouw overhead	Snel (directe oplossing)
Veel lasten	Snel (één vlak, goedkope stralen)	Traag (iteratief per last)

Beide methoden zijn complementair. Typische aanpak: (1) afstanden voor screening van de volledige lastenveloppe, dan (2) de spannings-rek-solver toepassen op de kritieke gevallen voor de volledige doorsnede-respons.

Werkwijze afstanden

Voor een lastpunt $P = (N, M_z, M_y)$ en het interactievlak \mathcal{S} berekent de module het zwaartepunt O van het vlaknetwerk (gegarandeerd binnen het domein) en trekt een straal van O door P tot snijpunt Q op \mathcal{S} . De veiligheidsfactor is gedefinieerd als:

$$\eta = \frac{\|\vec{OP}\|}{\|\vec{OQ}\|}$$

De interpretatie is eenvoudig:

- $\eta < 1$: het lastpunt ligt **binnen** het vlak; de doorsnede heeft reservecapaciteit.
- $\eta = 1$: het lastpunt ligt **op de grens** de doorsnede is precies op haar limiet.
- $\eta > 1$: het lastpunt ligt **buiten** het vlak; de capaciteit is overschreden.

In het 3D-spreidingsdiagram zijn lastpunten kleurcodeerd: **groen** voor interne lasten ($\eta < 1$) en **rood** voor externe lasten ($\eta > 1$).

Het vlak wordt eenmalig per grenstoestand berekend; elk lastpunt vereist daarna slechts een straalvlaksnijding, verwaarloosbaar vergeleken met de iteratieve convergentie van de spannings-rek-solver.

Achthoekige doorsnede (Eurocode 2)

Invoergegevens

De doorsnede, wapening en materiaalwetten zijn identiek aan die van Article #4 (interactievlak). Er zijn 30 lastcombinaties: 15 op UGT-F (fundamenteel) en 15 op BGT-C (karakteristiek), met zuivere normaalkracht, zuivere tweeassige buiging, gecombineerde belasting, trek en druk.

Beton

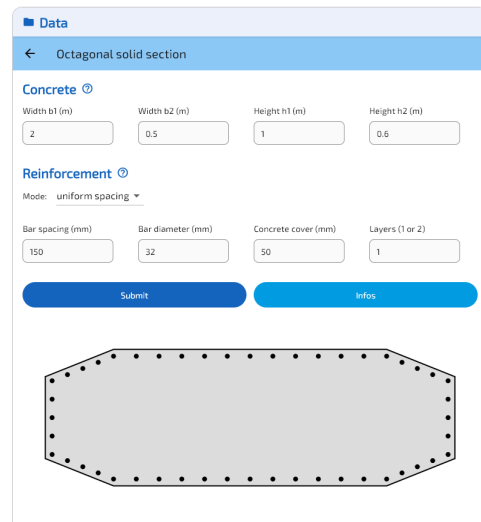
- Achthoekige doorsnede
- $b_1 = 2.00$ m, $b_2 = 0.50$ m
- $h_1 = 1.00$ m, $h_2 = 0.60$ m

Wapening

- 48 staven, hartafstand 150 mm
- Diameter $\varphi = 32$ mm, dekking 50 mm

Materiaalwetten (EC2)

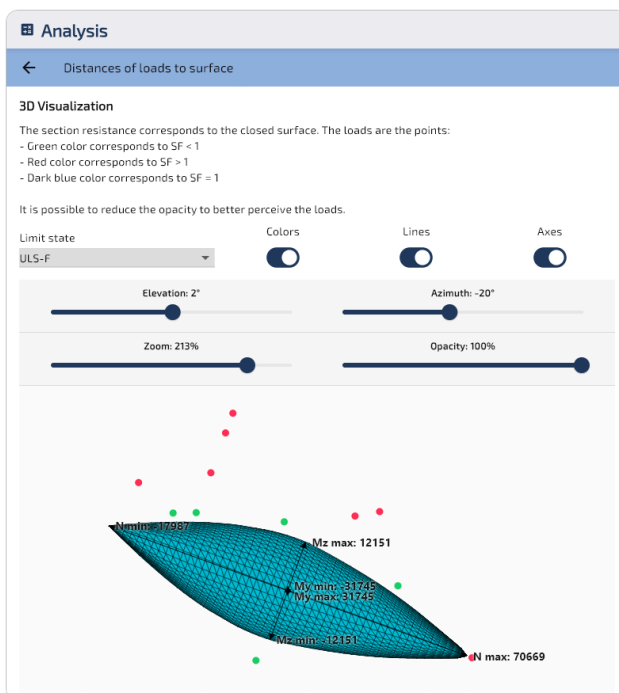
- Beton C30/37: $f_{ck} = 30$ MPa
- Staal B500B: $f_{yk} = 500$ MPa



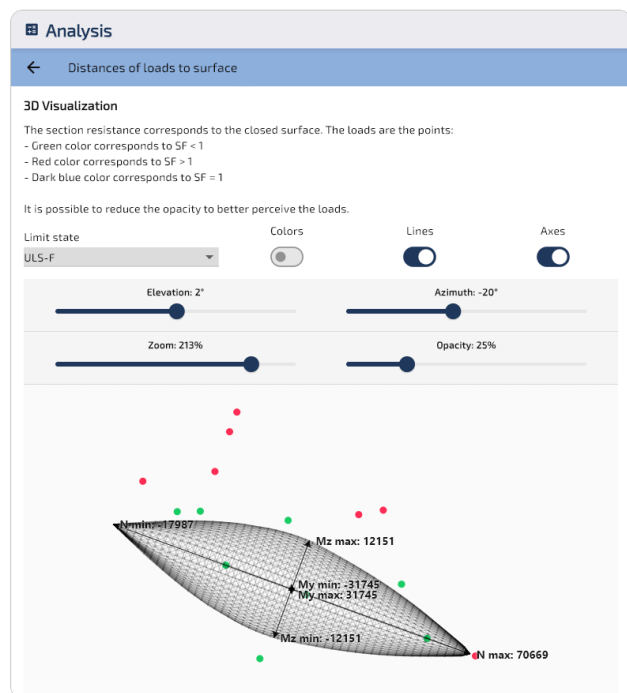
Figuur 1: Achthoekige doorsnede: geometrie en wapeningstekening.

UGT-F (Fundamenteel)

15 lastcombinaties: 8 intern, 7 extern.



Figuur 2: UGT-F: lastpunten op vlak (aanzicht 1).



Figuur 3: UGT-F: lastpunten op vlak (aanzicht 2).

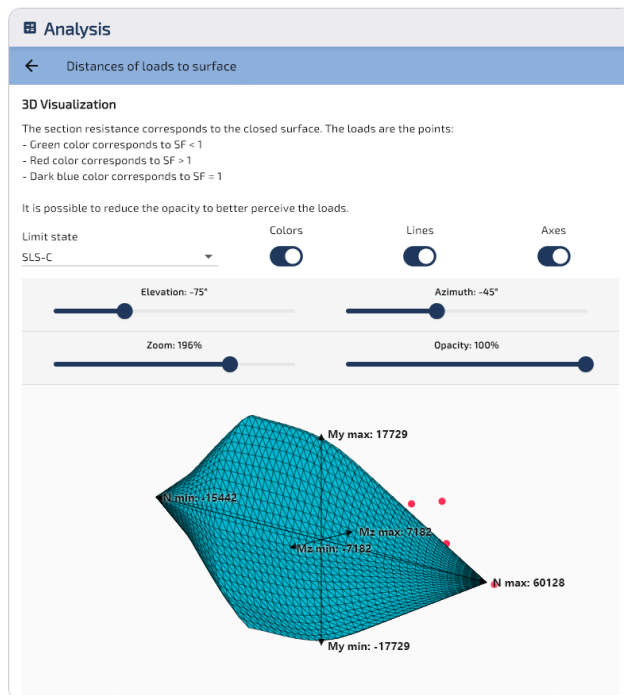
Last	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (-)	Status
8	0	14 000	35 000	1.879	Extern
7	0	11 000	30 000	1.605	Extern
4	72 000	0	0	1.030	Extern
5	0	5 000	10 000	0.916	Intern
3	60 000	0	0	0.761	Intern
2	30 000	0	0	0.088	Intern

Last #4 ($N = 72000$ kN, zuivere druk) overschrijdt het vlak net met $r_{\text{norm}} = 1.030$, wat bevestigt dat de omsluitende doos $N_{\text{max}} = 70669$ kN uit Article #4 correct is. Last #2 ($N = 30000$ kN, zuivere druk) ligt diep in het domein ($r_{\text{norm}} = 0.088$), conform verwachting voor een last ver onder N_{max} .

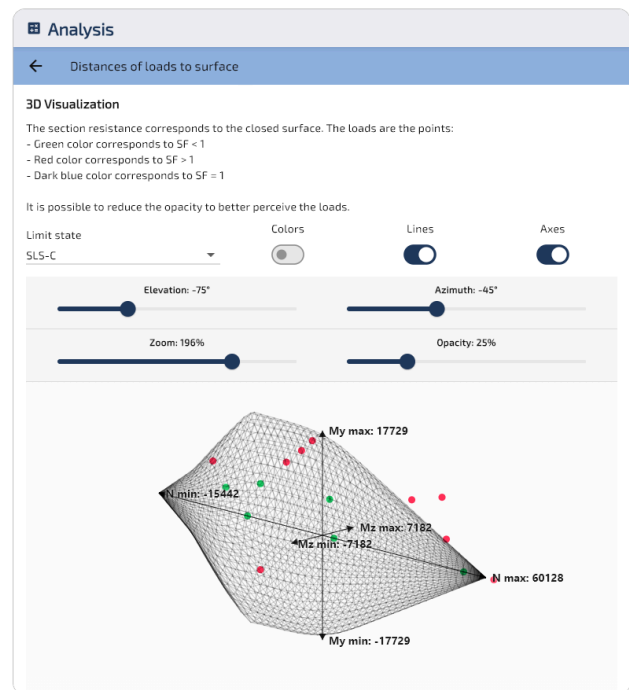
De gecombineerde lasten tonen de niet-kubische vorm van het vlak: last #8 ($M_z = 14000$, $M_y = 35000$) heeft momentcomponenten onder de omsluitende-doos-limieten ($M_{z,\text{max}} = 12154$, $M_{y,\text{max}} = 32317$), maar de combinatie plaatst het punt buiten ($r_{\text{norm}} = 1.879$).

BGT-C (Karakteristiek)

15 lastcombinaties: 6 intern, 9 extern.



Figuur 4: BGT-C: lastpunten op vlak (aanzicht 1).



Figuur 5: BGT-C: lastpunten op vlak (aanzicht 2).

Last	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (-)	Status
23	0	8 000	20 000	1.910	Extern
26	35 000	6 000	15 000	1.795	Extern
19	62 000	0	0	1.050	Extern
27	-5 000	2 000	5 000	0.990	Intern
18	55 000	0	0	0.866	Intern
17	25 000	0	0	0.081	Intern

NB: Om interne lastpunten achter het vlak beter te onderscheiden, verminder de vlakopaciteit of schakel over naar draadframe-weergave (beide opties beschikbaar in de 3D-viewer).

Elliptische doorsnede (ACI 318)

Invoergegevens

De doorsnede, wapening en materiaalwetten zijn identiek aan die van Article #4. Er zijn 30 lastcombinaties: 15 op ULS en 15 op SLS.

Beton

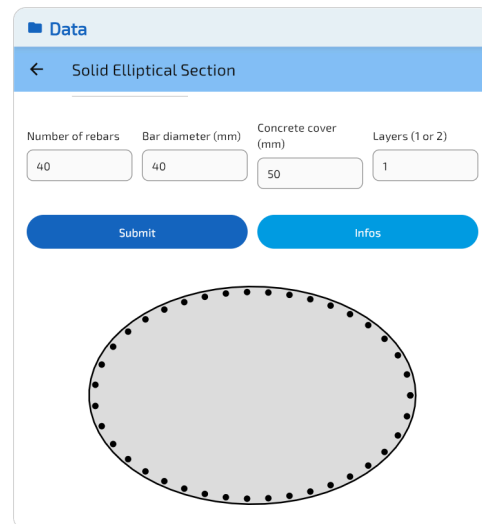
- Elliptische doorsnede
- Breedte = 3.00 m, hoogte = 2.00 m

Wapening

- 40 staven langs de omtrek
- Diameter $\varphi = 40$ mm, dekking 50 mm

Materiaalwetten (ACI 318)

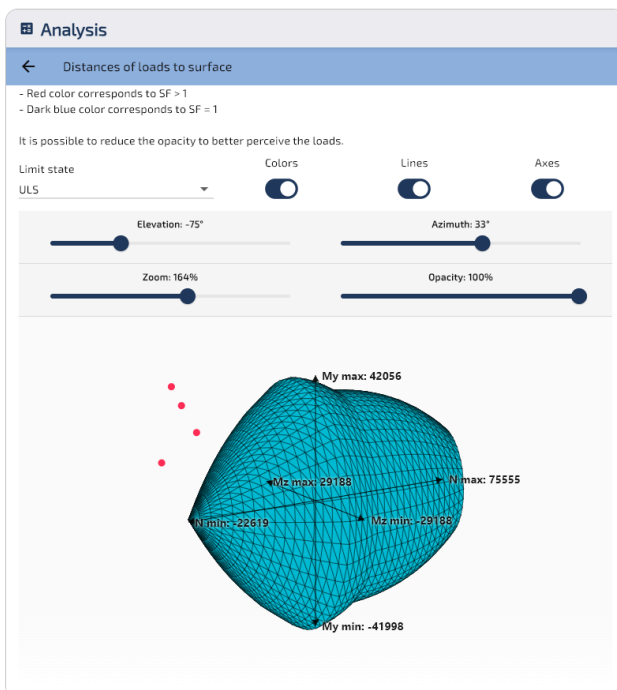
- Beton: $f'_c = 30$ MPa
- Staal: $f_y = 500$ MPa



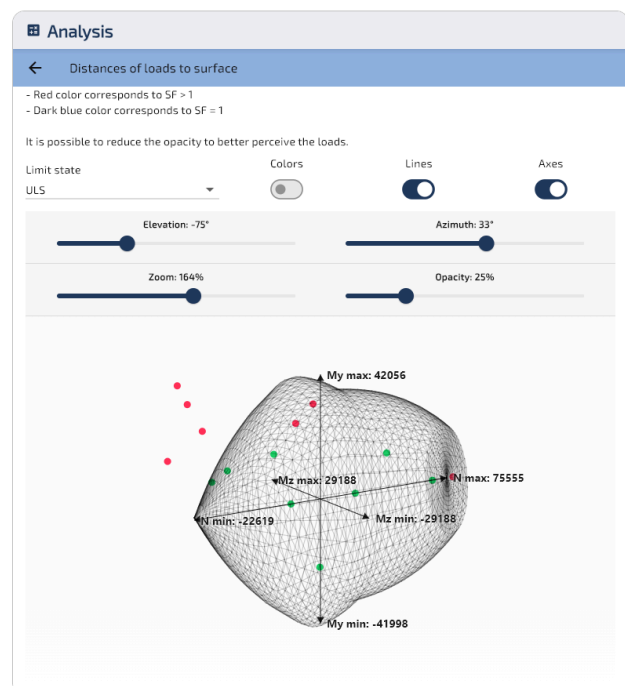
Figuur 6: Elliptische doorsnede: geometrie en wapening.

ULS

15 lastcombinaties: 8 intern, 7 extern.



Figuur 7: ULS: lastpunten op vlak (aanzicht 1).



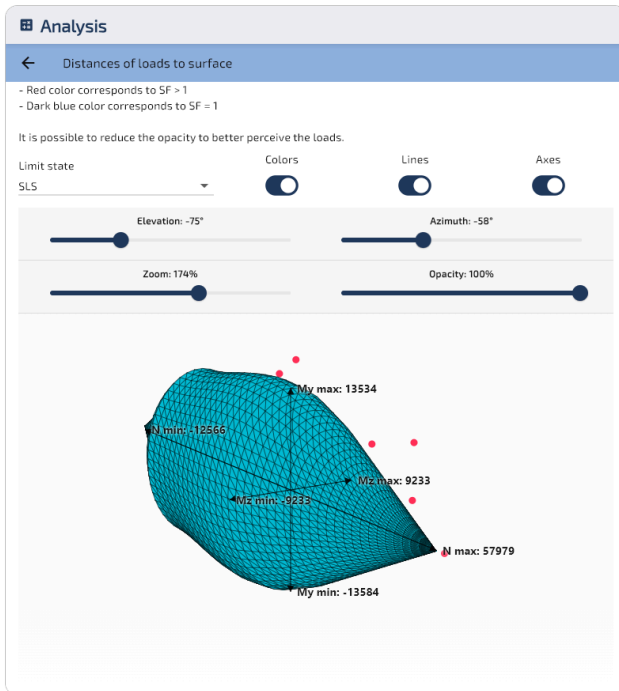
Figuur 8: ULS: lastpunten op vlak (aanzicht 2).

Last	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (-)	Status
8	0	32 000	45 000	1.646	Extern
7	0	27 000	39 000	1.475	Extern
4	78 000	0	0	1.067	Extern
15	10 000	-15 000	-25 000	0.967	Intern
3	70 000	0	0	0.847	Intern
2	40 000	0	0	0.022	Intern

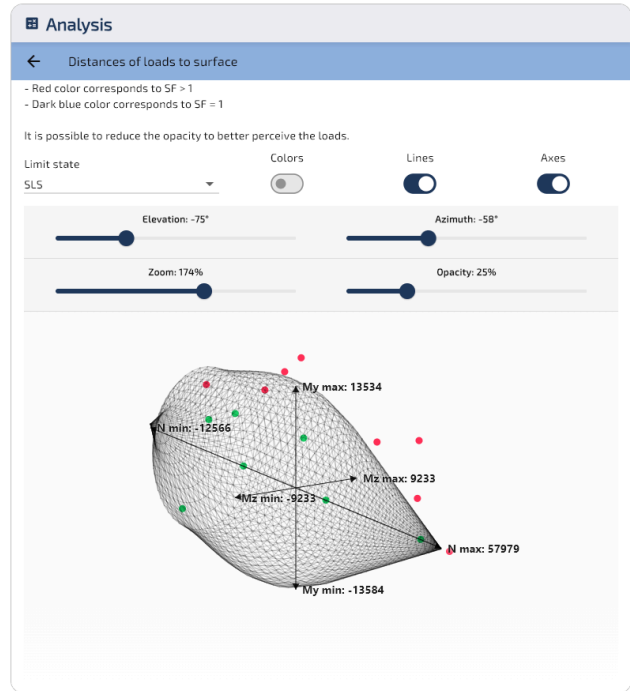
De ACI φ -factoren ($\varphi = 0.65$ tot 0.90) en het maximum $\varphi_N = 0.80$ verlagen de nominale capaciteit, waardoor het ULS-vlak kleiner is dan een ruw interactievlak. Uit Article #4: omsluitende doos $N_{\max} = 75555$ kN, $M_{z,\max} = 29188$ kN·m, $M_{y,\max} = 42056$ kN·m; overschrijding garandeert falen, zoals bij lasten #4 en #8. Last #7 ($M_z = 27000$, $M_y = 39000$ kN·m) blijft binnen alle drie limieten maar valt toch buiten het vlak ($\eta = 1.475$); de omsluitende doos detecteert dit niet, het 3D-vlak wel.

SLS

15 lastcombinaties: 7 intern, 8 extern.



Figuur 9: SLS: lastpunten op vlak (aanzicht 1).



Figuur 10: SLS: lastpunten op vlak (aanzicht 2).

Last	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (-)	Status
23	0	10 000	15 000	1.688	Extern
26	35 000	7 500	11 000	1.487	Extern
19	60 000	0	0	1.068	Extern
27	-4 000	2 500	3 500	0.942	Intern
18	53 000	0	0	0.868	Intern
17	30 000	0	0	0.216	Intern

Bij SLS is het beton beperkt tot de toelaatbare spanning ($\sigma_c = 11.5$ MPa), wat een veel kleiner vlak geeft dan ULS. Last #23 is de meest ongunstige over beide grensstoestanden ($r_{\text{norm}} = 1.688$): de

gecombineerde tweeeassige buiging ($M_z = 10000$, $M_y = 15000$ kN·m) overschrijdt de SLS-capaciteit, ook al valt elk momentcomponent afzonderlijk binnen de omsluitende doos.

Kruisvalidatie met de spannings-rek-solver

De afstandsmodule projecteert lastpunten op een vooraf gebouwd netwerk van het interactievlak. De spannings-rek-solver (Newton-Raphson, Article #2) itereert per last naar de evenwichtsrektoestand. Beide methoden moeten overeenstemmen: een last binnen het vlak ($\eta < 1$) moet alle materiaalreklimieten respecteren; een last buiten ($\eta > 1$) moet minstens één limiet overschrijden.

Vergelijking 15 lasten (achthoekige doorsnede, UGT-F)

Per last geeft de tabel het afstandsresultaat (η en Intern/Extern), gevolgd door de spannings-rek-solver: slechtste betonrek ε_c en staalrek ε_s (beide in ‰, absolute waarden), en het materiaalresultaat.

Last	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (-)	Status	ε_c (‰)	ε_s (‰)	Resultaat
1	10 000	0	0	0.390	Intern	0.17	0.17	OK
2	30 000	0	0	0.072	Intern	0.54	0.54	OK
3	60 000	0	0	0.757	Intern	1.36	1.36	OK
4	72 000	0	0	1.031	Extern	2.17	2.17	KO
5	0	5 000	10 000	0.920	Intern	1.50	3.13	OK
6	0	8 000	20 000	1.224	Extern	18.0	73.6	KO
7	0	11 000	30 000	1.584	Extern	26.2	112	KO
8	0	14 000	35 000	1.864	Extern	33.3	140	KO
9	20 000	5 000	15 000	0.691	Intern	1.66	1.58	OK
10	35 000	8 000	22 000	1.108	Extern	4.65	4.43	KO
11	40 000	10 000	25 000	1.365	Extern	6.93	6.59	KO
12	-5 000	3 000	8 000	0.912	Intern	0.86	2.89	OK
13	-15 000	5 000	12 000	1.260	Extern	11.5	97.9	KO
14	50 000	4 000	10 000	0.847	Intern	2.22	2.15	OK
15	25 000	-6 000	-18 000	0.813	Intern	2.19	2.09	OK

Beide methoden zijn volledig consistent. Elke Externe last wordt bij falen bevestigd door minstens één materiaal (beton, staal of beide), en elke Interne last voldoet aan alle reklimieten. De veiligheidsfactor is een betrouwbare maat: lasten diep in het vlak tonen rekken ruim onder hun limieten; lasten nabij de grens naderen deze, en lasten ver buiten overschrijden ze sterk. Lasten 10–11: alleen betonverplettering, staal binnen breukgrens. Lasten 6–8 en 13: beide limieten gelijktijdig overschreden.

Opmerking: Zoals uitgelegd in Article #2 extrapoleert de Newton-Raphson-solver de materiaalwetten buiten hun fysisch geldig domein wanneer evenwicht binnen het geldige bereik niet bereikbaar is. Rekken bij externe lasten zijn daardoor numerieke artefacten zonder fysische betekenis: ze bevestigen slechts dat er geen geldige evenwichtstoestand binnen de materiaallimieten bestaat.

Benchmark 100 000 lasten

Om overeenstemming op schaal te kwantificeren worden beide methoden toegepast op 100 000 willekeurige combinaties ($N \in [-20\ 000, 80\ 000]$ kN, $M_z, M_y \in [-50\ 000, 50\ 000]$ kN · m, UGT-F). Het vlak wordt eenmalig gebouwd (31 ms) en hergebruikt.

Method	Lasten	Querytijd	Snelheid	Intern	Extern
Afstanden (alleen queries)	100 000	13 ms	7.5 M/s	5.1%	94.9%
Spannings-rek NR	100 000	207 ms	0.48 M/s	5.1%	94.9%

Overeenstemming: **99,97%** (99 974 van 100 000 lasten gelijk geclassificeerd). De 26 afwijkingen hebben alle $|\eta - 1| < 0.002$: deze lastpunten liggen binnen 0,2% van de vlakgrens en zijn feitelijk **op de limiet** naar elke maatstaf.

Dit is verwacht gedrag. De afstandsmodule past geen strikte gelijkheidstest $\eta = 1$ toe: elke last met η voldoende dicht bij 1 wordt als grenseval behandeld. In dit smalle gebied kunnen beide methoden legitiem afwijken; het afstandsresultaat hangt af van de netresolutie (eindige driehoeksgrootte), terwijl de NR-solver naar exact evenwicht itereert. In zulke gevallen is de NR-solver de definitieve scheidsrechter: zijn oordeel heeft voorrang boven de afstandsclassificatie.

Vanuit ingenieursstandpunt mag bij $\eta \approx 1$ niet uitsluitend op de automatische Intern/Extern-classificatie worden vertrouwd. De juiste aanpak is een volledige NR-berekening voor een nauwkeurig oordeel, of beter, de doorsnede of wapening aanpassen voor een duidelijke veiligheidsmarge (η ruim onder 1).

De afstandsmodule is **15 keer sneller** dan de NR-solver voor deze batch (queryfase). In de praktijk zijn beide methoden voor de meeste ingenieurstoepassingen effectief onmiddellijk. Het snelheidsvoordeel wordt relevant bij geavanceerde toepassingen (optimalisatielussen, parametrische studies, geautomatiseerde normcontrole over grote lastenveloppen) waarbij miljoenen combinaties herhaaldelijk worden geëvalueerd.

Conclusie

De afstandsmodule biedt een snelle en betrouwbare methode om een willekeurig aantal lastcombinaties aan het interactievlak te toetsen. Per last geeft ze η en een Intern/Extern-status, waardoor de ingenieur onmiddellijk de meest kritieke combinaties over alle grensstoestanden tegelijk in beeld heeft.

De kruisvalidatie op 100 000 lasten bevestigt 99,97% overeenstemming met de Newton-Raphson spannings-rek-solver. De 26 afwijkingen liggen alle binnen 0,2% van de vlakgrens, waar netdiscretisatie de classificatie onzeker maakt; in die gevallen blijft de NR-solver de definitieve scheidsrechter. Voor lasten duidelijk binnen of buiten het vlak zijn beide methoden volledig consistent.

Beide methoden zijn onmiddellijk voor routinematig werk. De afstandsmethode wordt bijzonder waardevol bij miljoenen combinaties (optimalisatielussen, parametrische studies, geautomatiseerde normcontrole), waarbij de vlakherbouw-architectuur redundante berekening volledig elimineert.

Naast de numerieke resultaten is het sleutelvoordeel het 3D-spreidingsdiagram: alle lastcombinaties, alle grensstoestanden en het volledige weerstandsdomein in één figuur. Met één blik ziet de ingenieur welke lasten veilig zijn, welke de capaciteit overschrijden en met hoeveel, een grafiek die direct in een berekeningsnota past.

Export

SectionPro exporteert afstandsresultaten in drie formaten. Het PDF-rapport bevat 3D-aanzichten met gespreide lastpunten. Per grenstoestand wordt de meest kritieke last aangeduid, gevolgd door

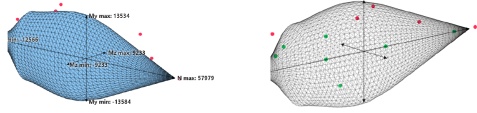
een resultaatstabel gesorteerd op aflopende η . Excel- en tekstexports bieden dezelfde gegevens voor externe naverwerking.

Resistance check based on distance of loads to the N-Mz-My surface
 GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-19 06:40

Rays are launched towards the loads from (N,0,0). SF represents the distance of the point relative to the boundary delimited by the surface. SF>1 indicates non-verification of the section

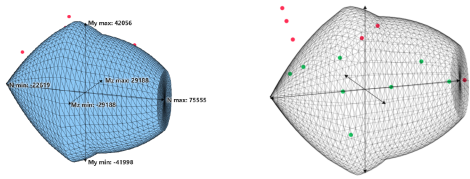
SLS : Serviceability limit state

7 loads are internal to the N-Mz-My surface. Scattered in green
 8 loads are external to the N-Mz-My surface. Scattered in red
 0 loads are on the boundary of the N-Mz-My surface. Scattered in blue



ULS : Ultimate limit state

8 loads are internal to the N-Mz-My surface. Scattered in green
 7 loads are external to the N-Mz-My surface. Scattered in red
 0 loads are on the boundary of the N-Mz-My surface. Scattered in blue



Distances of loads to surface

Load case 23 is the most unfavorable (Fs = 1.68817, External)

Load	Limit state	N (kN)	Mz (kN-m)	My (kN-m)	SF	Status
23	SLS	0.0	10000.0	15000.0	1.688	External
8	ULS	0.0	32000.0	45000.0	1.646	External
26	SLS	35000.0	7500.0	11000.0	1.487	External

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

7	ULS	0.0	27000.0	39000.0	1.475	External
22	SLS	0.0	8500.0	12500.0	1.469	External
11	ULS	45000.0	22000.0	33000.0	1.350	External
13	ULS	-20000.0	15000.0	20000.0	1.331	External
28	SLS	-11000.0	5000.0	7500.0	1.310	External
6	ULS	0.0	20000.0	30000.0	1.229	External
21	SLS	0.0	6500.0	9500.0	1.184	External
29	SLS	45000.0	3000.0	4500.0	1.095	External
10	ULS	35000.0	18000.0	28000.0	1.081	External
25	SLS	28000.0	6000.0	9000.0	1.079	External
19	SLS	60000.0	0.0	0.0	1.068	External
4	ULS	78000.0	0.0	0.0	1.067	External
15	ULS	10000.0	-15000.0	-25000.0	0.967	Internal
12	ULS	-8000.0	8000.0	12000.0	0.964	Internal
27	SLS	-4000.0	2500.0	3500.0	0.942	Internal
30	SLS	8000.0	-5000.0	-8000.0	0.920	Internal
20	SLS	0.0	4000.0	5000.0	0.899	Internal
5	ULS	0.0	10000.0	15000.0	0.898	Internal
18	SLS	53000.0	0.0	0.0	0.868	Internal
3	ULS	70000.0	0.0	0.0	0.847	Internal
14	ULS	60000.0	8000.0	12000.0	0.710	Internal
9	ULS	20000.0	12000.0	18000.0	0.682	Internal
24	SLS	15000.0	4000.0	6000.0	0.652	Internal
1	ULS	15000.0	0.0	0.0	0.397	Internal
16	SLS	10000.0	0.0	0.0	0.369	Internal
17	SLS	30000.0	0.0	0.0	0.216	Internal
2	ULS	40000.0	0.0	0.0	0.022	Internal

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

Figuur 11: PDF-export, pagina 1: 3D-aanzichten en lastenspreiding.

Figuur 12: PDF-export, pagina 2: resultaatstabel.