



Verifica di Resistenza tramite Superfici di Interazione

SectionPro Tutorial: verifica in batch di combinazioni di carico rispetto al dominio di resistenza 3D

BridgeKernel · 2026

Introduzione

Nel precedente articolo abbiamo calcolato la superficie di interazione, il dominio di resistenza 3D nello spazio (N, M_z, M_y) . Il solver T-D (Article #2) verifica singoli carichi rispetto a questo dominio, ma il progettista deve esaminare i risultati uno per uno, o limitarsi al caso più sfavorevole, senza una visione globale di come le combinazioni si collocano rispetto alla capacità.

Il modulo distanze proietta ogni punto di carico sulla superficie di interazione e visualizza il risultato in un diagramma a dispersione 3D. Per ogni carico restituisce uno stato (interno, esterno o limite) e un fattore η che quantifica il margine. L'ingegnere vede tutte le combinazioni in un colpo d'occhio: capisce subito quali sono sicure, quali superano la capacità e di quanto.

Un vantaggio aggiuntivo riguarda le normative con blocco rettangolare equivalente (blocco Whitney ACI 318, CSA A23.3, AASHTO). Il solver T-D deve usare la legge realistica (parabola-rettangolo), poiché un blocco non può guidare un solver iterativo. La superficie di interazione invece è costruita direttamente dal blocco Whitney, rendendo l'approccio distanze più fedele alla legge primaria di queste normative.

Il compromesso: a differenza del solver T-D, il modulo distanze non restituisce lo stato di deformazione né le tensioni. Risponde a «verificato o no, e di quanto?» ma non a «qual è la tensione in ogni fibra?».

Risultati calcolati

SectionPro fornisce tre categorie di risultati per ogni analisi distanze:

Stato e fattore di sicurezza

η : distanza normalizzata
Stato: **Interno** **Esterno**
Carico più sfavorevole identificato
Una superficie per stato limite

Visualizzazione 3D

Superficie di interazione (mesh triangolata)
Punti di carico nel diagramma
Colorati per stato
Rotazione, zoom, pan

Esportazioni

PDF: viste 3D + tabella risultati
XLS: carichi, distanze, stato
TXT: risultati tabulari (colonne)

Distanze vs. analisi tensioni-deformazioni

La tabella seguente riassume le principali differenze tra i due metodi di verifica disponibili in SectionPro.

Criterio	Distanze (questo articolo)	Ten.-def. (Art. #2)
Obiettivo	Screening pass/fail	Stato dettagliato
Output	η + stato	σ , ε , FS, forze
Stato di deformazione	No	Sì
Output grafico	Dispersione 3D	Diagrammi ten./def.
Adatto per	Grandi involuipi	Casi critici
Whitney block	Raccomandato	Usare legge realistica
Pochi carichi	Costo superficie	Rapido (soluz. diretta)
Molti carichi	Rapido (una superficie, raggi economici)	Lento (iterativo/carico)

I due approcci sono complementari. Il workflow tipico è: (1) usare le distanze per scremare l'intero involuppo e identificare le combinazioni critiche, poi (2) usare il solver T-D su quei casi per ottenere la risposta completa della sezione.

Funzionamento delle distanze

Dato un punto di carico $P = (N, M_x, M_y)$ e la superficie di interazione \mathcal{S} , il modulo calcola il centroide O della mesh (garantito interno al dominio) e traccia un raggio da O attraverso P fino all'intersezione con \mathcal{S} in Q . Il fattore di sicurezza è definito come:

$$\eta = \frac{\|\vec{OP}\|}{\|\vec{OQ}\|}$$

L'interpretazione è immediata:

- $\eta < 1$: il punto è **interno** alla superficie; la sezione ha riserva di resistenza.
- $\eta = 1$: il punto è **al limite** la sezione è esattamente alla sua capacità.
- $\eta > 1$: il punto è **esterno** alla superficie; la capacità è superata.

Nel diagramma 3D, i punti di carico sono colorati: **verde** per i carichi interni ($\eta < 1$) e **rosso** per quelli esterni ($\eta > 1$).

La superficie è calcolata una volta per stato limite; ogni punto di carico richiede solo un'intersezione raggio-superficie, con costo trascurabile rispetto alla convergenza iterativa del solver T-D.

Sezione ottagonale (Eurocode 2)

Dati di input

La geometria, l'armatura e i materiali sono identici all'Article #4 (Superficie di Interazione). Sono definite 30 combinazioni di carico: 15 allo SLU-F (Fondamentale) e 15 allo SLE-C (Caratteristico), coprendo forza assiale pura, flessione biassiale pura, carico combinato, trazione e compressione.

Calcestruzzo

- Sezione trasversale ottagonale
- $b_1 = 2.00$ m, $b_2 = 0.50$ m
- $h_1 = 1.00$ m, $h_2 = 0.60$ m

Armatura

- 48 barre, passo uniforme 150 mm
- Diametro $\varphi = 32$ mm, copriferro 50 mm

Leggi dei materiali (EC2)

- Calcestruzzo C30/37: $f_{ck} = 30$ MPa
- Acciaio B500B: $f_{yk} = 500$ MPa

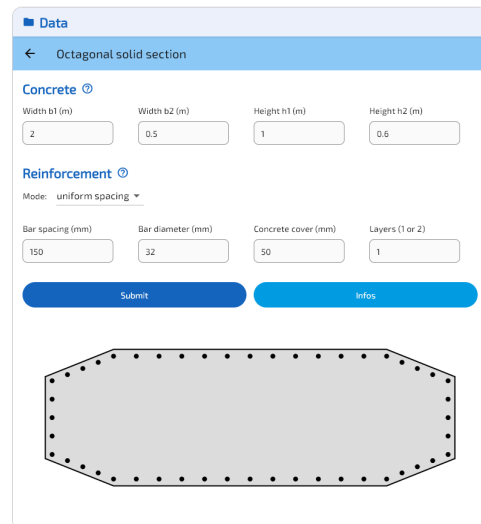


Figura 1: Sezione ottagonale: geometria e disposizione dell'armatura.

SLU-F (Fondamentale)

15 combinazioni di carico: 8 interne, 7 esterne.

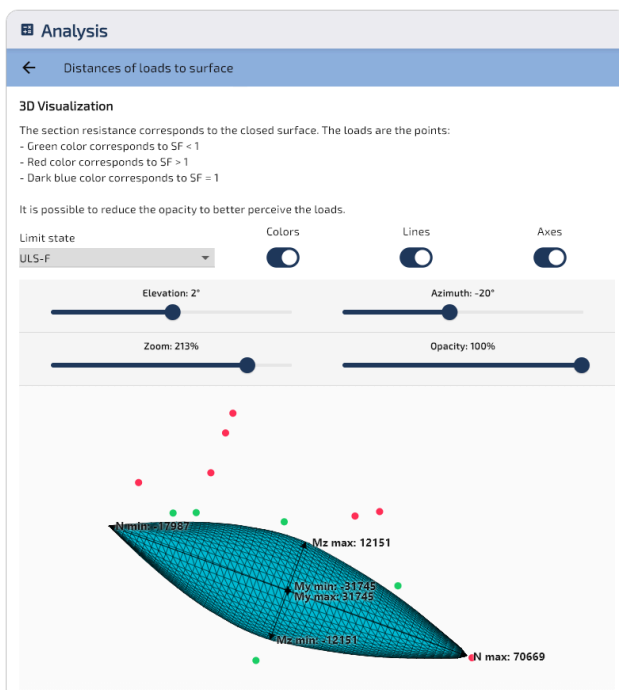


Figura 2: SLU-F: carichi dispersi sulla superficie (vista 1).

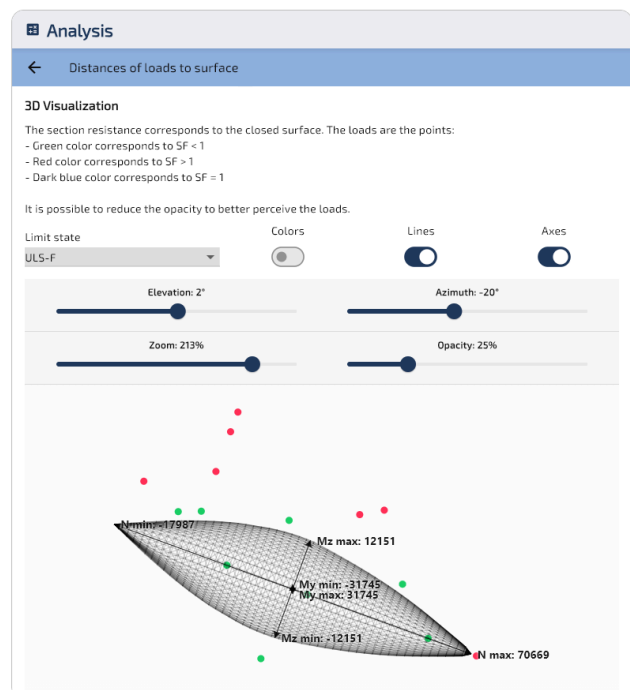


Figura 3: SLU-F: carichi dispersi sulla superficie (vista 2).

Carico	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (-)	Stato
8	0	14 000	35 000	1.879	Esterno
7	0	11 000	30 000	1.605	Esterno
4	72 000	0	0	1.030	Esterno
5	0	5 000	10 000	0.916	Interno
3	60 000	0	0	0.761	Interno
2	30 000	0	0	0.088	Interno

Il carico #4 ($N = 72000$ kN, compressione pura) supera di poco la superficie con $r_{\text{norm}} = 1.030$, confermando $N_{\text{max}} = 70669$ kN riportato nell'Article #4. Il carico #2 ($N = 30000$ kN) è interno al dominio ($r_{\text{norm}} = 0.088$), come atteso per un valore ben sotto N_{max} .

I carichi combinati mostrano la forma non cubica della superficie: il carico #8 ($M_z = 14000$, $M_y = 35000$) ha componenti inferiori ai limiti ($M_{z,\text{max}} = 12154$, $M_{y,\text{max}} = 32317$) ma la combinazione porta il punto all'esterno ($r_{\text{norm}} = 1.879$).

SLE-C (Caratteristico)

15 combinazioni di carico: 6 interne, 9 esterne.

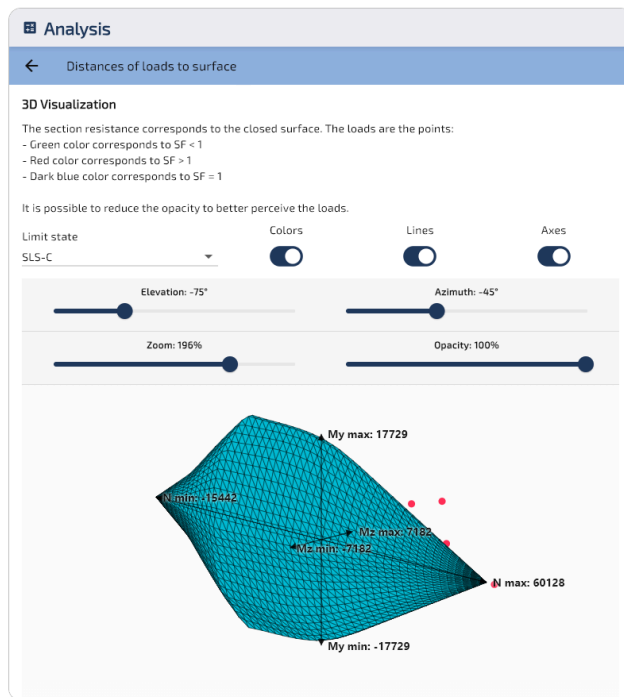


Figura 4: SLE-C: carichi dispersi sulla superficie (vista 1).

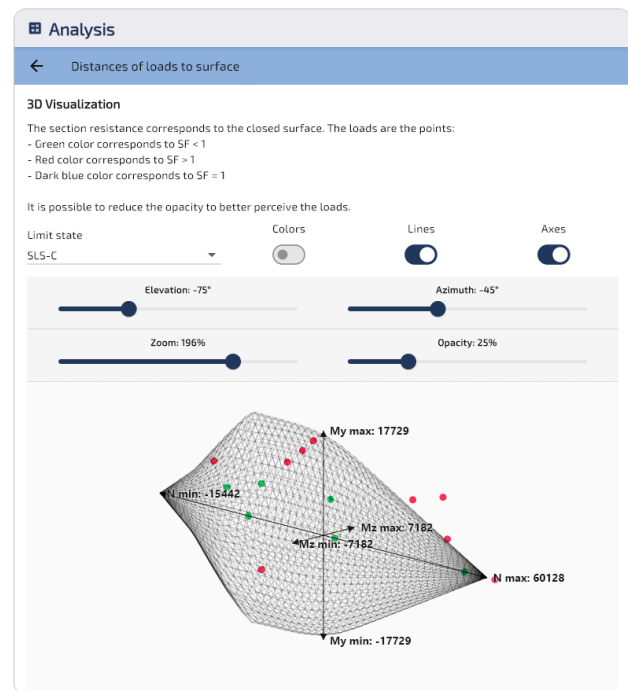


Figura 5: SLE-C: carichi dispersi sulla superficie (vista 2).

Carico	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (-)	Stato
23	0	8 000	20 000	1.910	Esterno
26	35 000	6 000	15 000	1.795	Esterno
19	62 000	0	0	1.050	Esterno
27	-5 000	2 000	5 000	0.990	Interno
18	55 000	0	0	0.866	Interno
17	25 000	0	0	0.081	Interno

Nota: Per identificare meglio i punti di carico interni nascosti dietro la superficie, ridurre l'opacità della superficie o passare alla modalità wireframe (entrambe le opzioni sono disponibili nel visualizzatore 3D).

Sezione ellittica (ACI 318)

Dati di input

Geometria, armatura e materiali sono identici all'Article #4. Sono definite 30 combinazioni di carico: 15 allo SLU e 15 allo SLE.

Calcestruzzo

- Sezione trasversale ellittica
- Larghezza = 3.00 m, Altezza = 2.00 m

Armatura

- 40 barre lungo il perimetro
- Diametro $\varphi = 40$ mm, copriferro 50 mm

Leggi dei materiali (ACI 318)

- Calcestruzzo: $f'_c = 30$ MPa
- Acciaio: $f_y = 500$ MPa

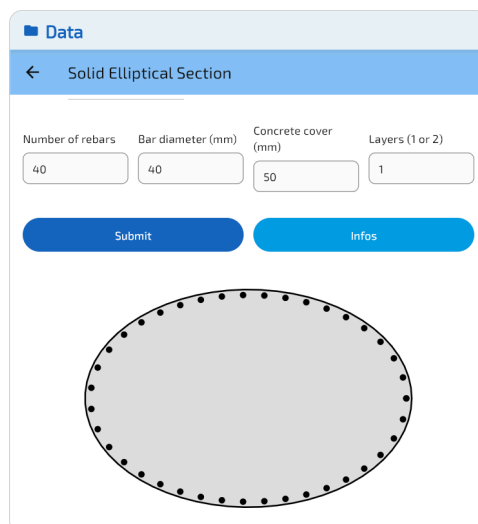


Figura 6: Sezione ellittica: geometria e armatura.

SLU

15 combinazioni di carico: 8 interne, 7 esterne.

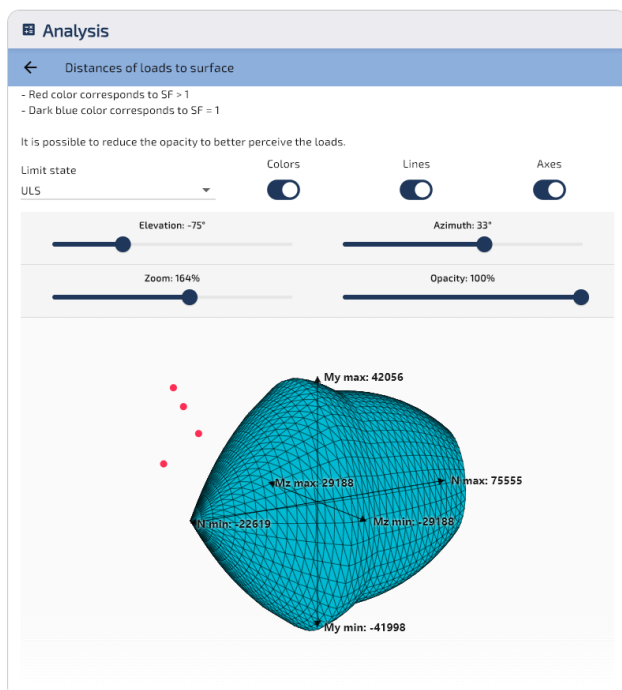


Figura 7: SLU: carichi dispersi sulla superficie (vista 1).

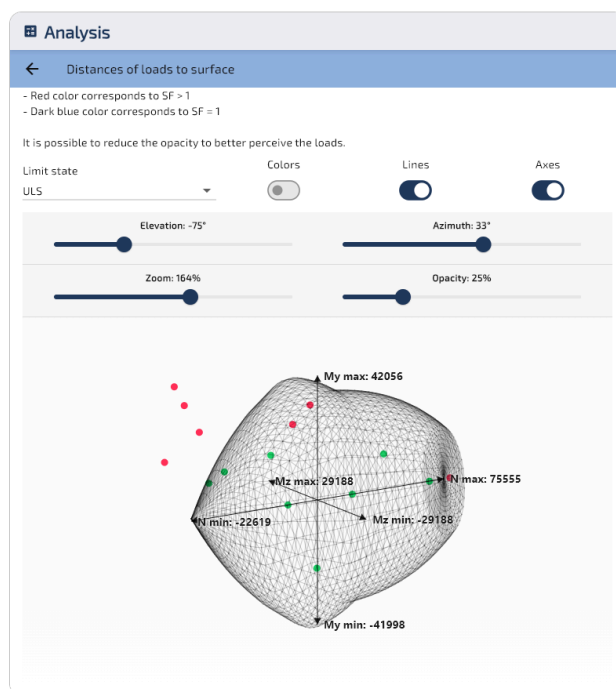


Figura 8: SLU: carichi dispersi sulla superficie (vista 2).

Carico	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (-)	Stato
8	0	32 000	45 000	1.646	Esterno
7	0	27 000	39 000	1.475	Esterno
4	78 000	0	0	1.067	Esterno
15	10 000	-15 000	-25 000	0.967	Interno
3	70 000	0	0	0.847	Interno
2	40 000	0	0	0.022	Interno

I fattori φ ACI ($\varphi = 0.65$ a 0.90) e il limite $\varphi_N = 0.80$ riducono la capacità nominale. Dall'Article #4 il parallelepipedo fornisce $N_{\max} = 75555$ kN, $M_{z, \max} = 29188$ kN·m, $M_{y, \max} = 42056$ kN·m: superare uno qualsiasi garantisce il collasso, come per i carichi #4 e #8. Il carico #7 ($M_z = 27000$, $M_y = 39000$ kN·m) rimane entro tutti e tre i limiti ma cade fuori dalla superficie ($\eta = 1.475$): il parallelepipedo non individua questo caso, la superficie 3D sì.

SLE

15 combinazioni di carico: 7 interne, 8 esterne.

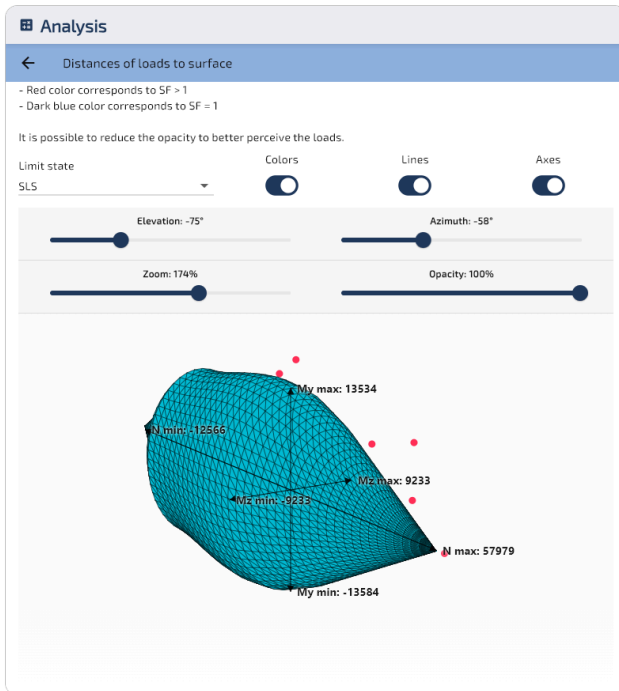


Figura 9: SLE: carichi dispersi sulla superficie (vista 1).

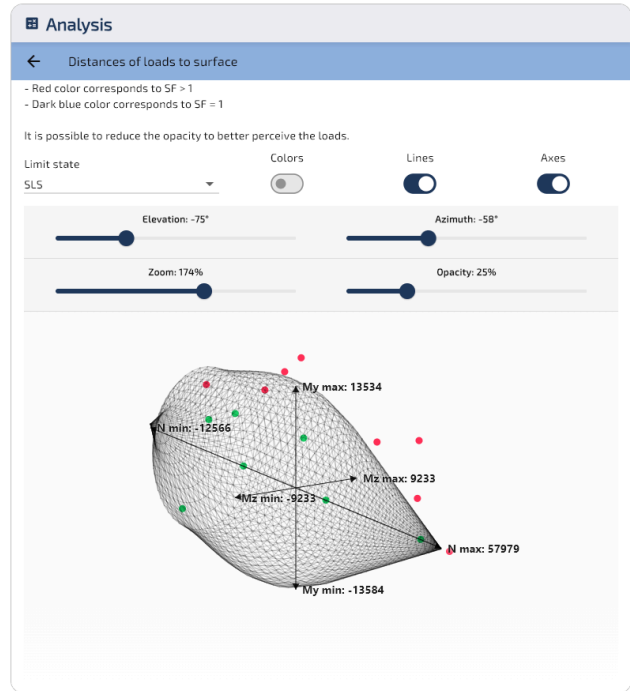


Figura 10: SLE: carichi dispersi sulla superficie (vista 2).

Carico	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (-)	Stato
23	0	10 000	15 000	1.688	Esterno
26	35 000	7 500	11 000	1.487	Esterno
19	60 000	0	0	1.068	Esterno
27	-4 000	2 500	3 500	0.942	Interno
18	53 000	0	0	0.868	Interno
17	30 000	0	0	0.216	Interno

Allo SLE la tensione ammissibile ($\sigma_c = 11.5$ MPa) produce una superficie molto più piccola rispetto allo SLU. Il carico #23 è il più sfavorevole ($r_{\text{norm}} = 1.688$): la flessione biassiale ($M_z = 10000$, $M_y =$

15000 kN · m) supera ampiamente la capacità SLE, anche se ogni componente singolarmente sarebbe entro il parallelepipedo delimitante.

Validazione incrociata con il solver T-D

Il modulo distanze proietta i punti di carico su una mesh pre-costruita della superficie di interazione. Il solver T-D (Newton-Raphson, Article #2) itera per trovare lo stato di equilibrio per ogni carico. I due metodi devono concordare: un carico interno ($\eta < 1$) deve soddisfare tutti i limiti di deformazione, mentre uno esterno ($\eta > 1$) deve violarne almeno uno.

Confronto su 15 carichi (sezione ottagonale, SLU-F)

Per ogni carico, la tabella riporta il risultato distanze (η e stato Interno/Esterno), seguito dall'output del solver T-D: deformazione peggiore del calcestruzzo ε_c e dell'acciaio ε_s (entrambi in ‰, valori assoluti) e il Verdetto sul materiale.

Carico	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (-)	Stato	ε_c (‰)	ε_s (‰)	Verdetto
1	10 000	0	0	0.390	Interno	0.17	0.17	OK
2	30 000	0	0	0.072	Interno	0.54	0.54	OK
3	60 000	0	0	0.757	Interno	1.36	1.36	OK
4	72 000	0	0	1.031	Esterno	2.17	2.17	KO
5	0	5 000	10 000	0.920	Interno	1.50	3.13	OK
6	0	8 000	20 000	1.224	Esterno	18.0	73.6	KO
7	0	11 000	30 000	1.584	Esterno	26.2	112	KO
8	0	14 000	35 000	1.864	Esterno	33.3	140	KO
9	20 000	5 000	15 000	0.691	Interno	1.66	1.58	OK
10	35 000	8 000	22 000	1.108	Esterno	4.65	4.43	KO
11	40 000	10 000	25 000	1.365	Esterno	6.93	6.59	KO
12	-5 000	3 000	8 000	0.912	Interno	0.86	2.89	OK
13	-15 000	5 000	12 000	1.260	Esterno	11.5	97.9	KO
14	50 000	4 000	10 000	0.847	Interno	2.22	2.15	OK
15	25 000	-6 000	-18 000	0.813	Interno	2.19	2.09	OK

I due metodi sono pienamente coerenti. Ogni carico **Esterno** è confermato in collasso da almeno un materiale (calcestruzzo, acciaio o entrambi); ogni carico **Interno** soddisfa tutti i limiti. Il fattore di sicurezza è un indicatore affidabile: carichi profondi all'interno mostrano deformazioni ben sotto i limiti, quelli vicini al contorno li avvicinano, quelli fuori li superano ampiamente. Carichi 10-11: schiacciamento del calcestruzzo, acciaio entro il limite. Carichi 6-8 e 13: entrambi i limiti superati simultaneamente.

Nota: Come spiegato nell'Article #2, il solver NR estrapola le leggi dei materiali oltre il dominio di validità fisica quando l'equilibrio non è raggiungibile nel range valido. Le deformazioni per i carichi Esterni sono artefatti numerici senza significato fisico: confermano solo l'assenza di uno stato di equilibrio valido.

Benchmark con 100 000 carichi

Per quantificare la concordanza, entrambi i metodi sono applicati a 100 000 carichi casuali ($N \in [-20\ 000, 80\ 000]$ kN, $M_z, M_y \in [-50\ 000, 50\ 000]$ kN · m, SLU-F). La superficie è costruita una volta (31 ms) e riutilizzata per tutte le query.

Metodo	Carichi	Tempo query	Frequenza	Interni	Esterni
Distanze (solo query)	100 000	13 ms	7.5 M/s	5.1%	94.9%
Tens.-def. NR	100 000	207 ms	0.48 M/s	5.1%	94.9%

Concordanza: **99,97%** (99 974 carichi su 100 000 classificati in modo identico). Le 26 discordanze hanno $|\eta - 1| < 0.002$: questi punti si trovano entro lo 0,2% del contorno, quindi sono di fatto **al limite** per qualsiasi misura.

È il comportamento atteso. Il modulo distanze non applica un test esatto $\eta = 1$: i carichi vicino a 1 sono trattati come casi limite. In questa zona i due metodi possono divergere: il risultato distanze dipende dalla mesh (dimensioni finite dei triangoli), mentre il solver NR itera all'equilibrio esatto. Il solver NR è l'arbitro finale.

Dal punto di vista ingegneristico, quando $\eta \approx 1$, non ci si deve affidare alla classificazione automatica. La risposta è eseguire un calcolo NR, o meglio modificare la geometria o l'armatura per ottenere un margine chiaro (η nettamente sotto 1).

Il modulo distanze è **15 volte più rapido** del solver NR (fase di query). Entrambi sono istantanei per il lavoro ordinario; il vantaggio diventa significativo per ottimizzazione, studi parametrici e verifica automatica su grandi involucri, dove milioni di combinazioni devono essere valutate ripetutamente.

Conclusioni

Il modulo distanze offre un metodo rapido e affidabile per verificare qualsiasi numero di combinazioni rispetto alla superficie di interazione, restituendo η e lo stato Interno/Esterno su tutti gli stati limite simultaneamente.

La validazione su 100 000 carichi conferma il 99,97% di concordanza con il solver NR. I 26 disaccordi sono entro lo 0,2% del bordo; il solver NR rimane l'arbitro finale. Per i carichi chiaramente interni o esterni i due metodi sono pienamente coerenti.

Entrambi sono istantanei per il lavoro ordinario. L'approccio distanze diventa prezioso per milioni di combinazioni (ottimizzazione, studi parametrici, verifica automatica), grazie al riutilizzo della superficie che elimina calcoli ridondanti.

Il vantaggio chiave è il diagramma a dispersione 3D: tutte le combinazioni, tutti gli stati limite e l'intero dominio di resistenza in un'unica figura. L'ingegnere vede quali carichi sono sicuri, quali superano la capacità e di quanto, un grafico autonomo per la nota di calcolo.

Esportazione

SectionPro esporta i risultati in tre formati. Il report PDF include viste 3D della superficie con i punti dispersi; per ogni stato limite la tabella dei risultati è ordinata per η decrescente. Le esportazioni Excel e testo forniscono gli stessi dati per l'elaborazione esterna.

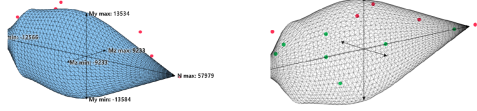
Resistance check based on distance of loads to the N-Mz-My surface

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-19 06:40

Rays are launched towards the loads from (N,0,0). SF represents the distance of the point relative to the boundary delimited by the surface. SF>1 indicates non-verification of the section

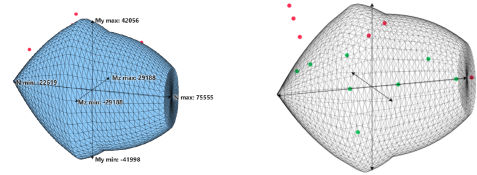
SLS : Serviceability limit state

7 loads are internal to the N-Mz-My surface. Scattered in green
 8 loads are external to the N-Mz-My surface. Scattered in red
 0 loads are on the boundary of the N-Mz-My surface. Scattered in blue



ULS : Ultimate limit state

8 loads are internal to the N-Mz-My surface. Scattered in green
 7 loads are external to the N-Mz-My surface. Scattered in red
 0 loads are on the boundary of the N-Mz-My surface. Scattered in blue



Distances of loads to surface

Load case 23 is the most unfavorable (Fs = 1.68817, External)

Load	Limit state	N (kN)	Mz (kN-m)	My (kN-m)	SF	Status
23	SLS	0.0	10000.0	15000.0	1.688	External
8	ULS	0.0	32000.0	45000.0	1.646	External
26	SLS	35000.0	7500.0	11000.0	1.487	External

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

7	ULS	0.0	27000.0	39000.0	1.475	External
22	SLS	0.0	8500.0	12500.0	1.469	External
11	ULS	45000.0	22000.0	33000.0	1.350	External
13	ULS	-20000.0	15000.0	20000.0	1.331	External
28	SLS	-11000.0	5000.0	7500.0	1.310	External
6	ULS	0.0	20000.0	30000.0	1.229	External
21	SLS	0.0	6500.0	9500.0	1.184	External
29	SLS	45000.0	3000.0	4500.0	1.095	External
10	ULS	35000.0	18000.0	28000.0	1.081	External
25	SLS	28000.0	6000.0	9000.0	1.079	External
19	SLS	60000.0	0.0	0.0	1.068	External
4	ULS	78000.0	0.0	0.0	1.067	External
15	ULS	10000.0	-15000.0	-25000.0	0.967	Internal
12	ULS	-8000.0	8000.0	12000.0	0.964	Internal
27	SLS	-4000.0	2500.0	3500.0	0.942	Internal
30	SLS	8000.0	-5000.0	-8000.0	0.920	Internal
20	SLS	0.0	4000.0	5000.0	0.899	Internal
5	ULS	0.0	10000.0	15000.0	0.898	Internal
18	SLS	53000.0	0.0	0.0	0.868	Internal
3	ULS	70000.0	0.0	0.0	0.847	Internal
14	ULS	60000.0	8000.0	12000.0	0.710	Internal
9	ULS	20000.0	12000.0	18000.0	0.682	Internal
24	SLS	15000.0	4000.0	6000.0	0.652	Internal
1	ULS	15000.0	0.0	0.0	0.397	Internal
16	SLS	10000.0	0.0	0.0	0.369	Internal
17	SLS	30000.0	0.0	0.0	0.216	Internal
2	ULS	40000.0	0.0	0.0	0.022	Internal

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

Figura 11: Esportazione PDF, pagina 1: viste 3D e dispersione dei carichi.

Figura 12: Esportazione PDF, pagina 2: tabella dei risultati.