

Vérification de la résistance par surfaces d'interaction

Tutoriel SectionPro : vérification par lots des combinaisons de charges sur le domaine de résistance 3D

BridgeKernel · 2026

Introduction

Dans l'article précédent, nous avons calculé la surface d'interaction, le domaine de résistance 3D d'une section en béton armé dans l'espace (N, M_z, M_y) . Le solveur contraintes-déf. (Article #2) peut vérifier des charges individuelles, mais l'ingénieur doit inspecter les résultats un par un, ou se limiter au cas le plus défavorable, sans vue d'ensemble de toutes les combinaisons.

Le module distances résout ce problème en projetant chaque point sur la surface d'interaction et affichant le résultat sous forme de nuage 3D. Pour chaque charge, il retourne un statut (interne, externe ou à la limite) et un facteur η quantifiant la marge. L'ingénieur voit toutes les combinaisons d'un regard : quelles charges sont sûres, lesquelles dépassent la capacité, et de combien.

Un avantage concerne les codes à bloc rectangulaire (Whitney ACI 318, CSA A23.3, AASHTO). Le solveur contraintes-déf. doit recourir à la loi réaliste (parabole-rectangle), car un bloc ne pilote pas de solveur itératif. La surface d'interaction est construite directement depuis le bloc Whitney, rendant l'approche distances plus fidèle à la loi de dimensionnement de ces codes.

La contrepartie : le module distances ne retourne pas l'état de déformation ni la distribution des contraintes. Il répond à « passe ou échoue, et de combien ? » mais pas à « quelle est la contrainte en chaque fibre ? ».

Résultats calculés

SectionPro fournit trois catégories de résultats par distances :

Statut & facteur de sécurité

η : distance normalisée
Statut : Interne Externe
Charge la plus défavorable identifiée
Une surface par état limite

Visualisation 3D

Surface d'interaction (maillage triangulé)
Points de charge en nuage de points
Colorés selon le statut
Commandes rotation, zoom, pan

Exports

PDF : vues 3D + tableau de résultats
XLS : charges, distances, statuts
TXT : résultats tabulaires (colonnes)

Cette approche vs. l'analyse contraintes-déformations

Le tableau résume les principales différences entre les deux méthodes de vérification.

Critère	Distances (cet article)	Contraintes-déf. (Article #2)
Objectif	Admis/refusé (rapide)	État détaillé
Résultat	η + statut	σ , ε , FS, efforts
État de déformation	Non	Oui
Résultat visuel	Nuage de points 3D	Diagrammes σ/ε
Adapté pour	Grandes enveloppes	Combinaisons critiques
Bloc de Whitney	Recommandé	Utiliser la loi réaliste
Peu de combinaisons	Coût de la surface	Rapide (résolution directe)
Nombreuses combinaisons	Rapide (surface + rayons)	Lent (itératif)

Les deux approches sont complémentaires. Workflow typique : (1) distances pour cribler l'enveloppe et identifier les combinaisons critiques, puis (2) solveur contraintes-déf. sur ces cas pour obtenir la réponse complète.

Fonctionnement des distances

Pour un point $P = (N, M_z, M_y)$ et la surface $\mathcal{S}$, le module calcule le centroïde O du maillage (garantit être à l'intérieur du domaine) et trace un rayon depuis O vers P jusqu'à intersection avec $\mathcal{S}$ en Q . Le facteur de sécurité est :

$$\eta = \frac{\|\overrightarrow{OP}\|}{\|\overrightarrow{OQ}\|}$$

L'interprétation est directe :

- $\eta < 1$: le point est **interne** à la surface ; la section dispose d'une réserve.
- $\eta = 1$: le point est **à la limite** ; la section est exactement à sa limite.
- $\eta > 1$: le point est **externe** à la surface ; la capacité est dépassée.

Visuellement : **vert** = interne ($\eta < 1$), **rouge** = externe ($\eta > 1$).

La surface est calculée une fois par état limite ; chaque charge ne requiert ensuite qu'une intersection rayon-surface, coût négligeable face à la convergence itérative du solveur contraintes-déformations.

Section octogonale (Eurocode 2)

Données d'entrée

La géométrie, le ferrailage et les lois matériaux sont identiques à ceux de l'Article #4 (Surface d'Interaction). 30 combinaisons sont définies : 15 à l'ELU-F (Fondamental) et 15 à l'ELS-C (Caractéristique), couvrant effort normal pur, flexion biaxiale pure, chargement combiné, traction et compression.

Béton

- Section transversale octogonale
- $b_1 = 2.00$ m, $b_2 = 0.50$ m
- $h_1 = 1.00$ m, $h_2 = 0.60$ m

Armatures

- 48 barres, espacement uniforme 150 mm
- Diamètre $\varphi = 32$ mm, enrobage 50 mm

Lois matériaux (EC2)

- Béton C30/37 : $f_{ck} = 30$ MPa
- Acier B500B : $f_{yk} = 500$ MPa

Data

← Octagonal solid section

Concrete

Width b1 (m): 2.00, Width b2 (m): 0.50, Height h1 (m): 1.00, Height h2 (m): 0.60

Reinforcement

Mode: uniform spacing

Bar spacing (mm): 150, Bar diameter (mm): 32, Concrete cover (mm): 50, Layers (1 or 2): 1

Submit, Infos

3D visualization of the octagonal section with reinforcement bars.

Fig. 1. – Section octogonale : géométrie et disposition des armatures.

ELU-F (Fondamental)

15 combinaisons de charges : 8 internes, 7 externes.

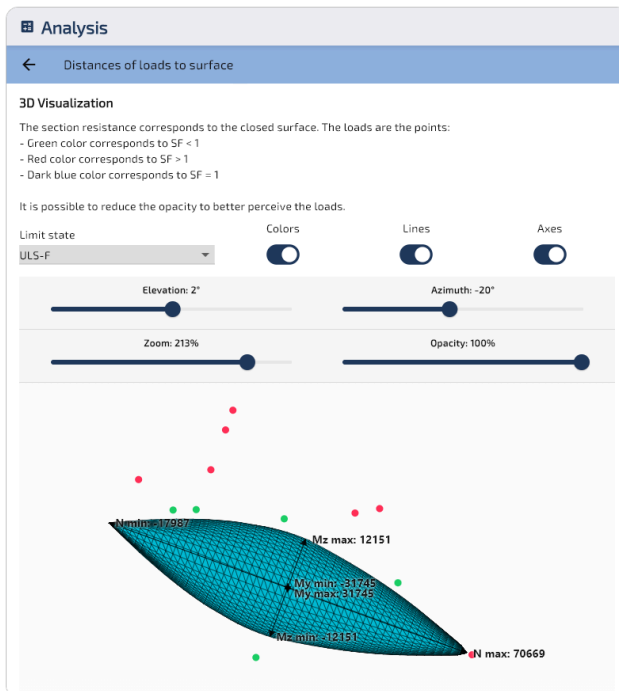


Fig. 2. – ELU-F : nuage de charges sur la surface (vue 1).

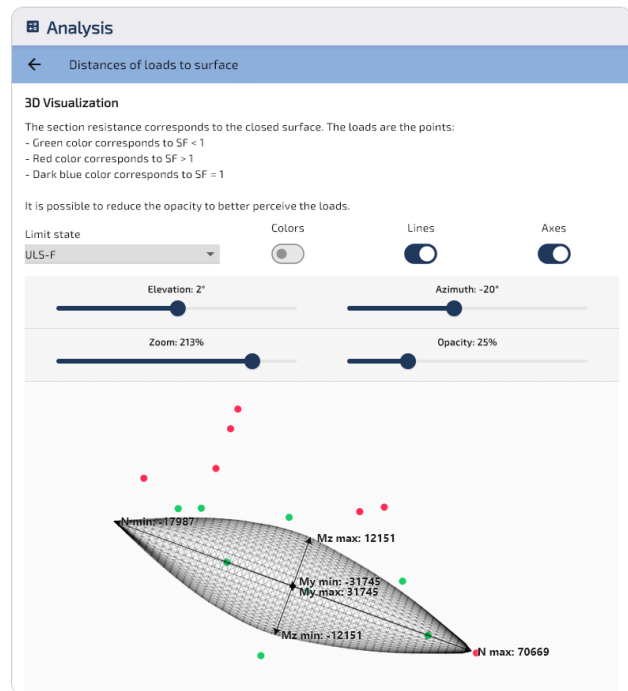


Fig. 3. – ELU-F : nuage de charges sur la surface (vue 2).

Charge	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (—)	Statut
8	0	14 000	35 000	1.879	Externe
7	0	11 000	30 000	1.605	Externe
4	72 000	0	0	1.030	Externe
5	0	5 000	10 000	0.916	Interne
3	60 000	0	0	0.761	Interne
2	30 000	0	0	0.088	Interne

La charge #4 ($N = 72000$ kN, compression pure) dépasse légèrement la surface avec $r_{\text{norm}} = 1.030$, confirmant que $N_{\text{max}} = 70669$ kN de l'Article #4 est correct. La charge #2 ($N = 30000$ kN) est loin à l'intérieur ($r_{\text{norm}} = 0.088$), comme attendu pour une charge bien sous N_{max} .

Les charges combinées révèlent la forme non cubique de la surface : la charge #8 ($M_z = 14000$, $M_y = 35000$) a des composantes inférieures aux limites de la boîte ($M_{z,\text{max}} = 12154$, $M_{y,\text{max}} = 32317$) mais leur combinaison place le point à l'extérieur ($r_{\text{norm}} = 1.879$).

ELS-C (Caractéristique)

15 combinaisons de charges : 6 internes, 9 externes.

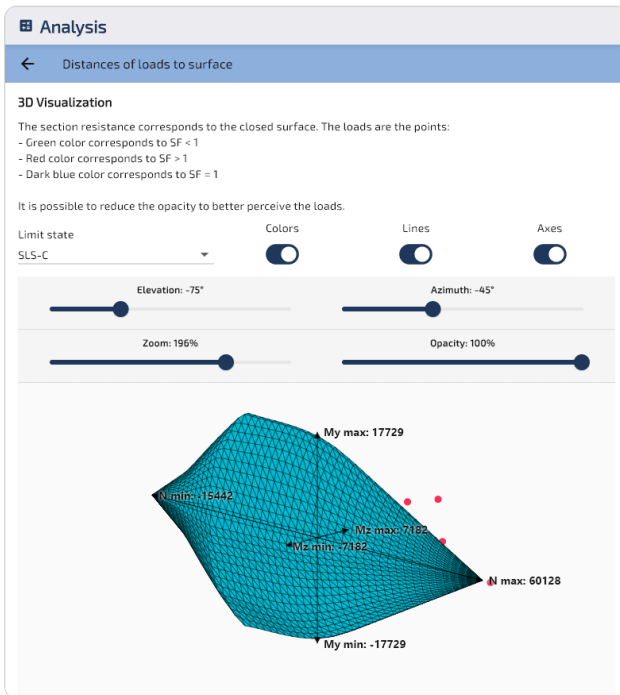


Fig. 4. – ELS-C : nuage de charges sur la surface (vue 1).

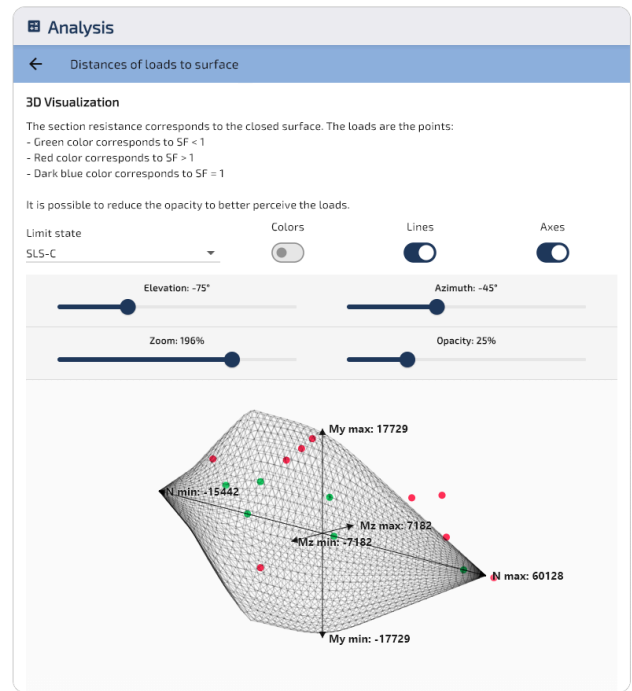


Fig. 5. – ELS-C : nuage de charges sur la surface (vue 2).

Charge	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (—)	Statut
23	0	8 000	20 000	1.910	Externe
26	35 000	6 000	15 000	1.795	Externe
19	62 000	0	0	1.050	Externe
27	-5 000	2 000	5 000	0.990	Interne
18	55 000	0	0	0.866	Interne
17	25 000	0	0	0.081	Interne

N.B. : Pour mieux identifier les points de charge internes cachés derrière la surface, réduire l'opacité de la surface ou passer en mode filaire (les deux options sont disponibles dans le visualiseur 3D).

Section elliptique (ACI 318)

Données d'entrée

La géométrie, le ferrailage et les lois matériaux sont identiques à ceux de l'Article #4. 30 combinaisons sont définies : 15 à l'ELU et 15 à l'ELS.

Béton

- Section transversale elliptique
- Largeur = 3.00 m, Hauteur = 2.00 m

Armatures

- 40 barres le long du périmètre
- Diamètre $\varphi = 40$ mm, enrobage 50 mm

Lois matériaux (ACI 318)

- Béton : $f'_c = 30$ MPa
- Acier : $f_y = 500$ MPa

Fig. 6. – Section elliptique : géométrie et armatures.

ELU

15 combinaisons de charges : 8 internes, 7 externes.

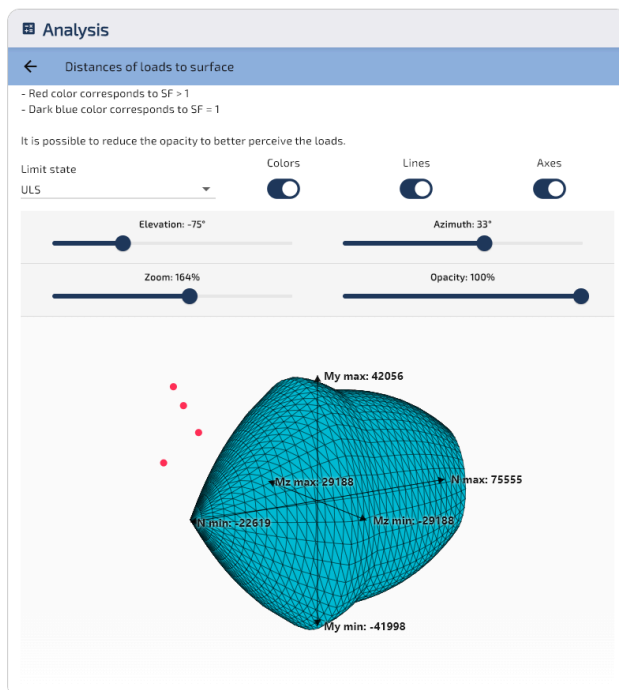


Fig. 7. – ELU : nuage de charges sur la surface (vue 1).

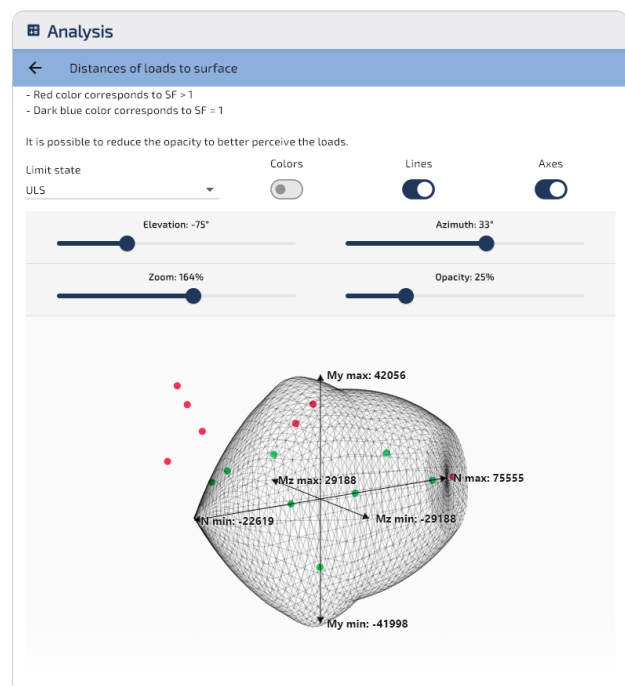


Fig. 8. – ELU : nuage de charges sur la surface (vue 2).

Charge	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (—)	Statut
8	0	32 000	45 000	1.646	Externe
7	0	27 000	39 000	1.475	Externe
4	78 000	0	0	1.067	Externe
15	10 000	−15 000	−25 000	0.967	Interne
3	70 000	0	0	0.847	Interne
2	40 000	0	0	0.022	Interne

Les facteurs φ ACI ($\varphi = 0.65$ à 0.90) et le plafond $\varphi_N = 0.80$ réduisent la capacité nominale, rendant la surface ELU plus petite. D'après l'Article #4, la boîte englobante donne $N_{\max} = 75555$ kN, $M_{z, \max} = 29188$ kN · m, $M_{y, \max} = 42056$ kN · m : dépasser l'une de ces limites garantit l'échec, comme pour les charges #4 et #8. La charge #7 ($M_z = 27000$, $M_y = 39000$ kN · m), cependant, reste dans les trois limites mais sort quand même de la surface ($\eta = 1.475$) ; la boîte englobante ne peut pas détecter ce cas, la surface 3D si.

ELS

15 combinaisons de charges : 7 internes, 8 externes.

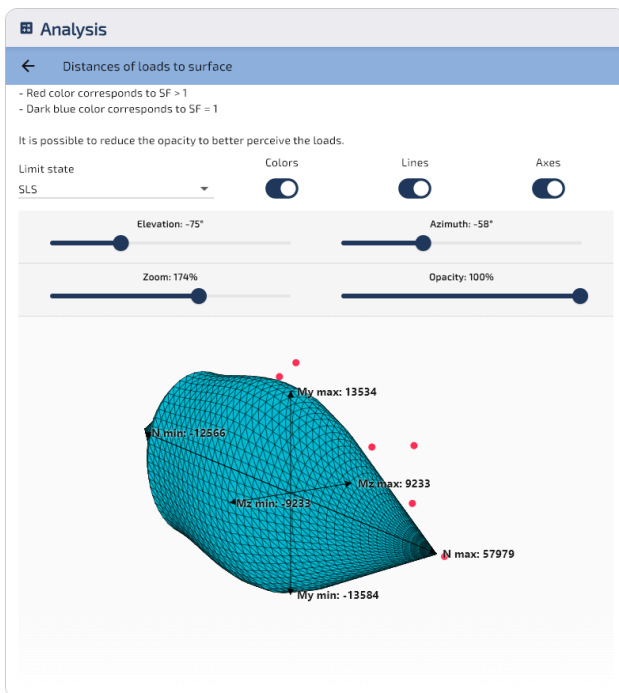


Fig. 9. – ELS : nuage de charges sur la surface (vue 1).

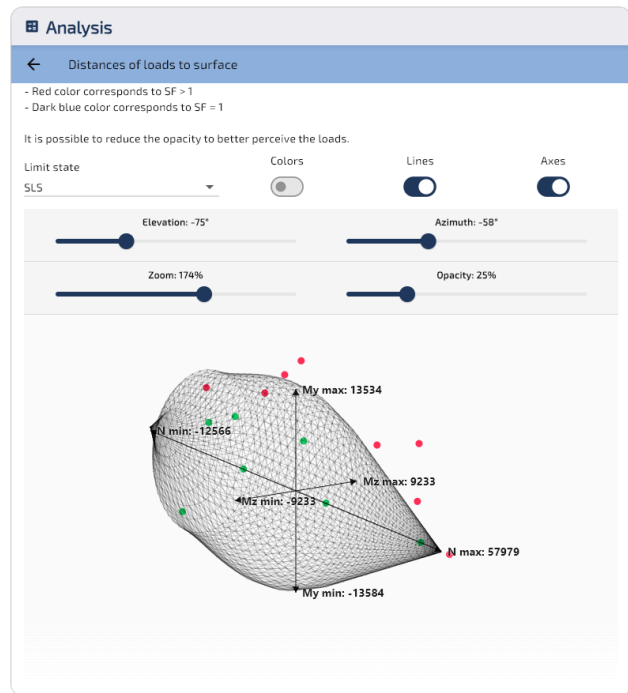


Fig. 10. – ELS : nuage de charges sur la surface (vue 2).

Charge	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (—)	Statut
23	0	10 000	15 000	1.688	Externe
26	35 000	7 500	11 000	1.487	Externe
19	60 000	0	0	1.068	Externe
27	−4 000	2 500	3 500	0.942	Interne
18	53 000	0	0	0.868	Interne
17	30 000	0	0	0.216	Interne

À l'ELS, le béton est limité à la contrainte admissible ($\sigma_c = 11.5$ MPa), donnant une surface bien plus petite qu'à l'ELU. La charge #23 est la plus défavorable sur les deux états limites ($r_{\text{norm}} = 1.688$) : la flexion biaxiale ($M_z = 10000$, $M_y = 15000$ kN·m) dépasse largement la capacité ELS, même si chaque composante prise seule resterait dans la boîte englobante.

Validation croisée avec le solveur contraintes-déformations

Le module distances projette les points de charge sur un maillage pré-construit de la surface d'interaction. Le solveur contraintes-déf. (Newton-Raphson, Article #2) itère pour trouver l'état d'équilibre de chaque charge. Les deux méthodes doivent s'accorder : une charge interne ($\eta < 1$) satisfait toutes les limites de déformation, une externe ($\eta > 1$) en viole au moins une.

Comparaison sur 15 charges (section octogonale, ELU-F)

Pour chaque charge, le tableau donne le résultat distances (η et statut Interne/Externe), puis la sortie du solveur contraintes-déf. : déformation béton maximale ε_c et déformation acier ε_s (en ‰, valeurs absolues), et le verdict matériau.

Charge	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (—)	Statut	ε_c (‰)	ε_s (‰)	Verdict
1	10 000	0	0	0.390	Interne	0.17	0.17	OK
2	30 000	0	0	0.072	Interne	0.54	0.54	OK
3	60 000	0	0	0.757	Interne	1.36	1.36	OK
4	72 000	0	0	1.031	Externe	2.17	2.17	KO
5	0	5 000	10 000	0.920	Interne	1.50	3.13	OK
6	0	8 000	20 000	1.224	Externe	18.0	73.6	KO
7	0	11 000	30 000	1.584	Externe	26.2	112	KO
8	0	14 000	35 000	1.864	Externe	33.3	140	KO
9	20 000	5 000	15 000	0.691	Interne	1.66	1.58	OK
10	35 000	8 000	22 000	1.108	Externe	4.65	4.43	KO
11	40 000	10 000	25 000	1.365	Externe	6.93	6.59	KO
12	−5 000	3 000	8 000	0.912	Interne	0.86	2.89	OK
13	−15 000	5 000	12 000	1.260	Externe	11.5	97.9	KO
14	50 000	4 000	10 000	0.847	Interne	2.22	2.15	OK
15	25 000	−6 000	−18 000	0.813	Interne	2.19	2.09	OK

Les deux méthodes sont pleinement cohérentes. Chaque charge **Externe** est confirmée en échec par au moins un matériau (béton, acier ou les deux), chaque charge **Interne** satisfait toutes les limites. Le facteur η est un indicateur fiable de la marge : les charges loin à l'intérieur ont des déformations bien sous leurs limites, celles proches de la frontière les approchent, celles à l'extérieur les dépassent largement. Charges 10-11 : écrasement béton seul. Charges 6-8 et 13 : les deux limites dépassées.

Note : Comme expliqué dans l'Article #2, le solveur Newton-Raphson extrapole les lois matériaux au-delà de leur domaine de validité lorsque l'équilibre ne peut être atteint dans la plage valide. Les déformations pour les charges Externes sont donc des artefacts numériques sans signification physique : ils confirment qu'aucun état d'équilibre valide n'existe dans les limites des matériaux.

Benchmark sur 100 000 charges

Pour quantifier l'accord, les deux méthodes sont appliquées à 100 000 combinaisons ($N \in [-20\,000, 80\,000]$ kN, $M_z, M_y \in [-50\,000, 50\,000]$ kN · m, ELU-F). La surface est construite une fois (31 ms) et réutilisée pour toutes les requêtes.

Méthode	Charges	Temps de calcul	Débit	Internes	Externes
Distances (requêtes seules)	100 000	13 ms	7.5 M/s	5.1%	94.9%
Contraintes-déformations NR	100 000	207 ms	0.48 M/s	5.1%	94.9%

Accord : **99,97 %** (99 974 sur 100 000 classées identiquement). Les 26 désaccords ont tous $|\eta - 1| < 0.002$: ces points se situent à moins de 0,2 % de la frontière et sont effectivement **à la limite** par tout critère.

Ce comportement est attendu. Le module distances ne teste pas l'égalité stricte $\eta = 1$: toute charge suffisamment proche de 1 est traitée comme un cas frontière. Dans cette étroite région, les deux méthodes peuvent légitimement diverger ; le résultat des distances dépend de la résolution du maillage, tandis que le solveur NR itère jusqu'à l'équilibre exact. Le solveur NR est l'arbitre final : son verdict prime sur la classification par distances.

Dès que $\eta \approx 1$, l'ingénieur ne doit pas se fier uniquement à la classification automatique. La réponse appropriée est soit d'effectuer un calcul NR complet, soit, mieux, de modifier la section pour obtenir une marge claire (η confortablement inférieur à 1).

Le module distances est **15 fois plus rapide** que le solveur NR pour ce lot (phase de requête). En pratique, les deux méthodes sont instantanées pour l'ingénierie courante. L'avantage de vitesse devient significatif pour les applications avancées (boucles d'optimisation, études paramétriques, vérification automatisée sur grandes enveloppes) où des millions de combinaisons doivent être évaluées de façon répétée.

Conclusion

Le module distances offre une méthode rapide pour vérifier toutes les combinaisons de charges par rapport à la surface d'interaction d'une section en béton armé. Pour chaque charge, il retourne un facteur de sécurité η et un statut Interne/Externe, donnant une image immédiate des combinaisons les plus critiques sur tous les états limites.

La validation croisée confirme 99,97 % d'accord sur 100 000 charges. Les 26 désaccords (à moins de 0,2 % de la frontière) sont des cas limites où le solveur NR reste l'arbitre.

Les deux méthodes sont instantanées en ingénierie courante ; l'approche par distances devient précieuse pour les millions de combinaisons (optimisation, études paramétriques) grâce à la réutilisation de surface.

L'avantage clé du module distances est le nuage de points 3D : toutes les combinaisons, tous les états limites et le domaine de résistance sont visibles en une seule figure, un graphique autonome qui s'intègre directement dans une note de calcul.

Export

SectionPro exporte les résultats en trois formats. Le rapport PDF inclut les vues 3D avec le nuage de charges ; pour chaque état limite, la combinaison la plus critique est identifiée, suivie d'un tableau trié par η décroissant. Les exports Excel et texte fournissent les mêmes données tabulaires.

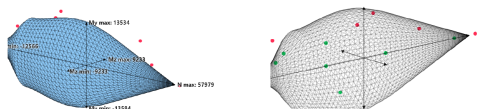
Resistance check based on distance of loads to the N-Mz-My surface

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-19 06:40

Rays are launched towards the loads from (N,0,0). SF represents the distance of the point relative to the boundary delimited by the surface. SF>1 indicates non-verification of the section

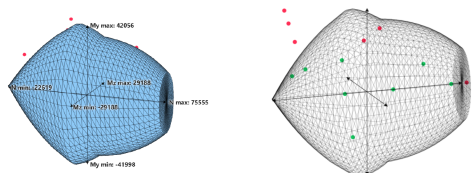
SLS : Serviceability limit state

7 loads are internal to the N-Mz-My surface. Scattered in green
8 loads are external to the N-Mz-My surface. Scattered in red
0 loads are on the boundary of the N-Mz-My surface. Scattered in blue



ULS : Ultimate limit state

8 loads are internal to the N-Mz-My surface. Scattered in green
7 loads are external to the N-Mz-My surface. Scattered in red
0 loads are on the boundary of the N-Mz-My surface. Scattered in blue



Distances of loads to surface

Load case 23 is the most unfavorable (Fs = 1.68817, External)

Load	Limit state	N (kN)	Mz (kN-m)	My (kN-m)	SF	Status
23	SLS	0.0	10000.0	15000.0	1.688	External
8	ULS	0.0	32000.0	45000.0	1.646	External
26	SLS	35000.0	7500.0	11000.0	1.487	External

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

7	ULS	0.0	27000.0	39000.0	1.475	External
22	SLS	0.0	8500.0	12500.0	1.469	External
11	ULS	45000.0	22000.0	33000.0	1.350	External
13	ULS	-20000.0	15000.0	20000.0	1.331	External
28	SLS	-11000.0	5000.0	7500.0	1.310	External
6	ULS	0.0	20000.0	30000.0	1.229	External
21	SLS	0.0	6500.0	9500.0	1.184	External
29	SLS	45000.0	3000.0	4500.0	1.095	External
10	ULS	35000.0	18000.0	28000.0	1.081	External
25	SLS	28000.0	6000.0	9000.0	1.079	External
19	SLS	60000.0	0.0	0.0	1.068	External
4	ULS	78000.0	0.0	0.0	1.067	External
15	ULS	10000.0	-15000.0	-25000.0	0.967	Internal
12	ULS	-8000.0	8000.0	12000.0	0.964	Internal
27	SLS	-4000.0	2500.0	3500.0	0.942	Internal
30	SLS	8000.0	-5000.0	-8000.0	0.920	Internal
20	SLS	0.0	4000.0	5000.0	0.899	Internal
5	ULS	0.0	10000.0	15000.0	0.898	Internal
18	SLS	53000.0	0.0	0.0	0.868	Internal
3	ULS	70000.0	0.0	0.0	0.847	Internal
14	ULS	60000.0	8000.0	12000.0	0.710	Internal
9	ULS	20000.0	12000.0	18000.0	0.682	Internal
24	SLS	15000.0	4000.0	6000.0	0.652	Internal
1	ULS	15000.0	0.0	0.0	0.397	Internal
16	SLS	10000.0	0.0	0.0	0.369	Internal
17	SLS	30000.0	0.0	0.0	0.216	Internal
2	ULS	40000.0	0.0	0.0	0.022	Internal

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

Fig. 11. – Export PDF, page 1 : vues 3D et nuage de charges.

Fig. 12. – Export PDF, page 2 : tableau de résultats.