



Verificación de Resistencia con Superficies de Interacción

Tutorial SectionPro: verificación por lotes de casos de carga con el dominio de resistencia 3D

BridgeKernel · 2026

Introducción

En el artículo anterior calculamos la superficie de interacción, el dominio de resistencia 3D de una sección de hormigón armado en el espacio (N, M_z, M_y) . El solucionador T-D (Article #2) puede verificar cargas individuales, pero el ingeniero debe examinar los resultados uno a uno, o limitarse al caso más desfavorable, sin una visión global de todas las combinaciones frente a la capacidad.

El módulo de distancias resuelve esto proyectando cada punto de carga sobre la superficie de interacción y mostrando los resultados en un diagrama 3D. Para cada carga devuelve un estado (interior, exterior o frontera) y un factor η que cuantifica el margen. El ingeniero ve todas las combinaciones a la vez: una ojeada revela cuáles son seguras, cuáles superan la capacidad y en qué medida.

Una ventaja adicional afecta a normativas con bloques rectangulares equivalentes (bloque Whitney ACI 318, CSA A23.3, AASHTO). El solucionador T-D debe usar la ley realista (parábola-rectángulo), pues un bloque no puede guiar un solver iterativo de deformaciones. La superficie, en cambio, se construye directamente con el bloque Whitney, siendo más fiel a la ley de diseño de estas normativas.

La contrapartida: el módulo de distancias no devuelve el estado de deformación ni la distribución de tensiones. Responde «pasa o falla, y en qué medida», no «cuál es la tensión en cada fibra».

Resultados calculados

SectionPro presenta tres categorías de resultados por análisis:

Estado y factor de seguridad

η : distancia normalizada
Estado: **Interno** **Externo**
Carga más desfavorable identificada
Una superficie por estado límite

Visualización 3D

Superficie de interacción (malla triangulada)
Puntos de carga en el diagrama
Codificados por color según estado
Controles de rotación, zoom y pan

Exportaciones

PDF: vistas 3D + tabla de resultados
XLS: cargas, distancias, estado
TXT: resultados tabulares (columnas)

Este enfoque frente al análisis tensión-deformación

La siguiente tabla resume las diferencias clave entre los dos métodos de verificación disponibles en SectionPro.

Criterio	Distancias (este artículo)	Solver T-D (Article #2)
Objetivo	Cribado pasa/falla	Estado detallado
Salida	η + estado	σ , ε , FS, fuerzas
Estado de deformación	No	Sí
Salida visual	Diagrama 3D	Diagramas σ/ε
Mejor para	Grandes envolventes	Casos de carga críticos
Bloque Whitney	Recomendado	Usar ley realista
Pocas cargas	Coste de superficie	Rápido (solución directa)
Muchas cargas	Rápido (una superficie, rayos baratos)	Lento (iterativo por carga)

Ambos enfoques son complementarios. El flujo habitual es: (1) usar distancias para cribar la envolvente e identificar las combinaciones críticas; luego (2) aplicar el solucionador T-D a esos casos para obtener la respuesta completa de la sección.

Cómo funcionan las distancias

Dado un punto de carga $P = (N, M_z, M_y)$ y la superficie \mathcal{S} , el módulo calcula el centroide O de la malla (garantizado interior al dominio) y traza un rayo desde O a través de P hasta intersectar \mathcal{S} en Q . El factor de seguridad se define como:

$$\eta = \frac{\|\overrightarrow{OP}\|}{\|\overrightarrow{OQ}\|}$$

La interpretación es directa:

- $\eta < 1$: el punto está **dentro** de la superficie; la sección tiene capacidad de reserva.
- $\eta = 1$: el punto está **en la frontera** la sección está en su límite exacto.
- $\eta > 1$: el punto está **fuera** de la superficie; se supera la capacidad.

En el diagrama 3D, los puntos se codifican por color: **verde** para cargas internas ($\eta < 1$) y **rojo** para externas ($\eta > 1$).

La superficie se calcula una vez por estado límite; cada punto de carga solo requiere una intersección rayo-superficie, de coste despreciable frente a la convergencia iterativa del solucionador T-D.

Sección octogonal (Eurocódigo 2)

Datos de entrada

La geometría, la armadura y las leyes de material son idénticas a las del Article #4 (Superficie de Interacción). Se definen 30 combinaciones de carga: 15 en ELU-F (Fundamental) y 15 en ELS-C (Característica), incluyendo axil puro, flexión biaxial pura, carga combinada, tracción y compresión.

Hormigón

- Sección transversal octogonal
- $b_1 = 2.00$ m, $b_2 = 0.50$ m
- $h_1 = 1.00$ m, $h_2 = 0.60$ m

Armadura

- 48 barras, separación uniforme 150 mm
- Diámetro $\varphi = 32$ mm, recubrimiento 50 mm

Leyes de material (EC2)

- Hormigón C30/37: $f_{ck} = 30$ MPa
- Acero B500B: $f_{yk} = 500$ MPa

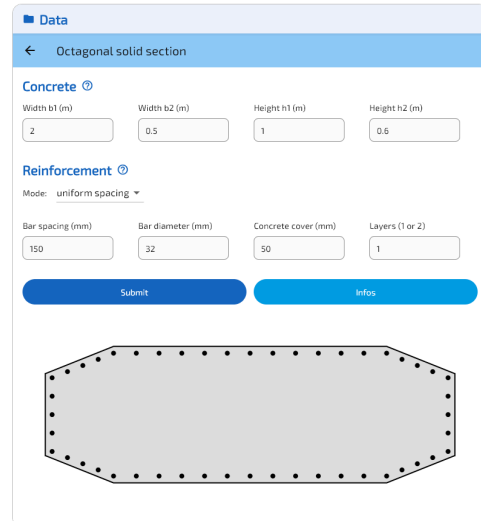


Figura 1: Sección octogonal: geometría y disposición de armadura.

ELU-F (Fundamental)

15 combinaciones de carga: 8 internas, 7 externas.

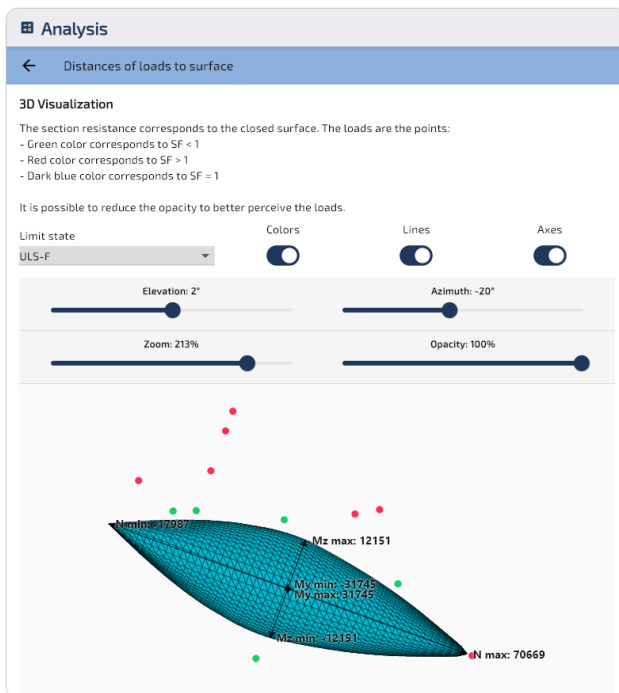


Figura 2: ELU-F: cargas dispersas sobre la superficie (vista 1).

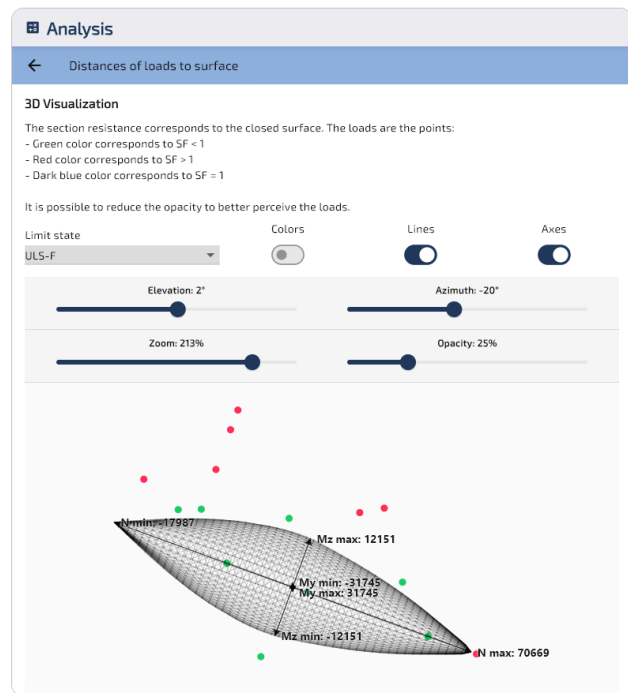


Figura 3: ELU-F: cargas dispersas sobre la superficie (vista 2).

Carga	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (-)	Estado
8	0	14 000	35 000	1.879	Externo
7	0	11 000	30 000	1.605	Externo
4	72 000	0	0	1.030	Externo
5	0	5 000	10 000	0.916	Interno
3	60 000	0	0	0.761	Interno
2	30 000	0	0	0.088	Interno

La carga #4 ($N = 72000$ kN, compresión pura) supera la superficie con $r_{\text{norm}} = 1.030$, confirmando que $N_{\text{max}} = 70669$ kN del Article #4 es correcta. La carga #2 ($N = 30000$ kN, compresión pura) está muy dentro del dominio ($r_{\text{norm}} = 0.088$), como se espera para una carga muy inferior a N_{max} .

Las cargas combinadas muestran la forma no cúbica de la superficie: la carga #8 ($M_z = 14000$, $M_y = 35000$) tiene momentos inferiores a los límites de la caja ($M_{z,\text{max}} = 12154$, $M_{y,\text{max}} = 32317$), pero su combinación sitúa el punto fuera ($r_{\text{norm}} = 1.879$).

ELS-C (Característica)

15 combinaciones de carga: 6 internas, 9 externas.

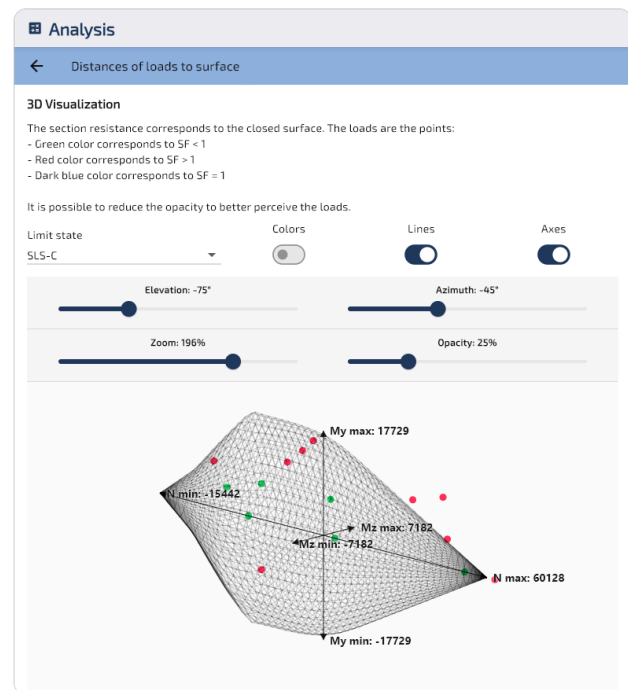
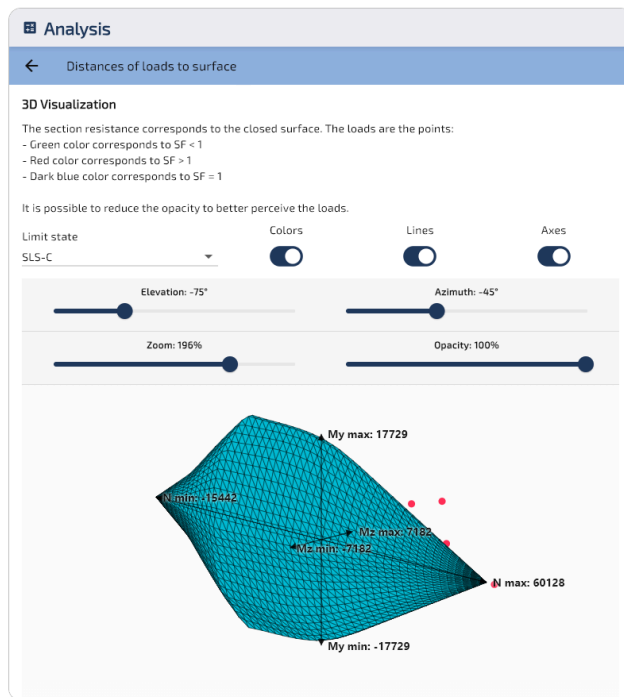


Figura 4: ELS-C: cargas dispersas sobre la superficie (vista 1).

Figura 5: ELS-C: cargas dispersas sobre la superficie (vista 2).

Carga	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (-)	Estado
23	0	8 000	20 000	1.910	Externo
26	35 000	6 000	15 000	1.795	Externo
19	62 000	0	0	1.050	Externo
27	-5 000	2 000	5 000	0.990	Interno
18	55 000	0	0	0.866	Interno
17	25 000	0	0	0.081	Interno

Nota: Para identificar mejor los puntos de carga internos ocultos detrás de la superficie, reduzca la opacidad o cambie al modo malla (ambas opciones disponibles en el visor 3D).

Sección elíptica (ACI 318)

Datos de entrada

La geometría, la armadura y las leyes de material son idénticas a las del Article #4. Se definen 30 combinaciones de carga: 15 en ELU y 15 en ELS.

Hormigón

- Sección transversal elíptica
- Ancho = 3.00 m, Alto = 2.00 m

Armadura

- 40 barras en el perímetro
- Diámetro $\varphi = 40$ mm, recubrimiento 50 mm

Leyes de material (ACI 318)

- Hormigón: $f'_c = 30$ MPa
- Acero: $f_y = 500$ MPa

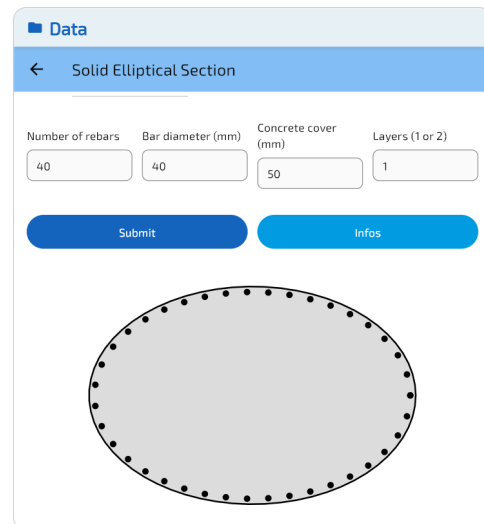


Figura 6: Sección elíptica: geometría y armadura.

ELU

15 combinaciones de carga: 8 internas, 7 externas.

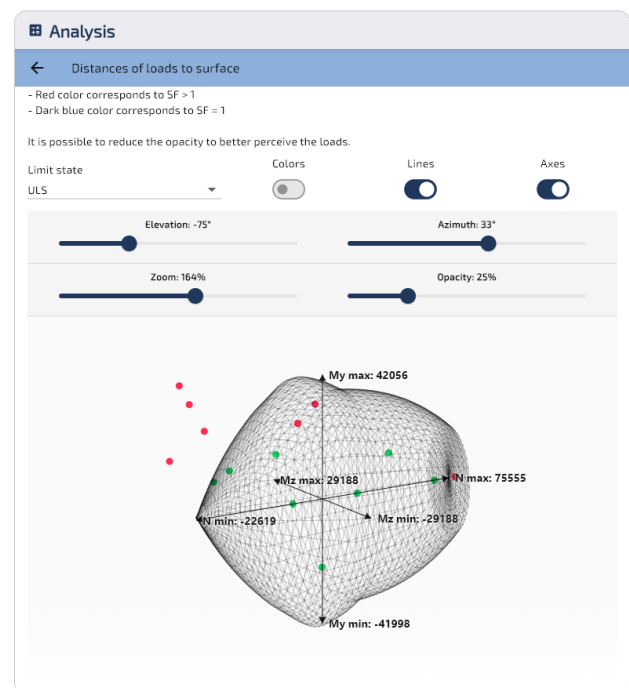
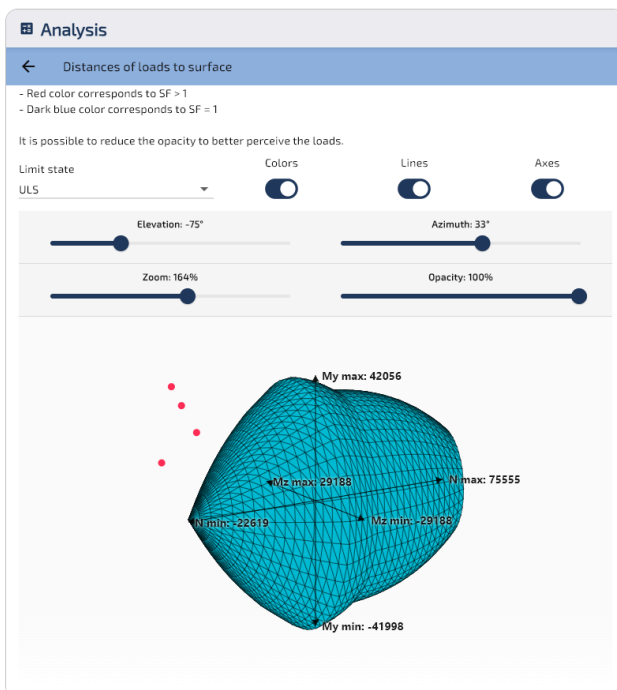


Figura 7: ELU: cargas dispersas sobre la superficie (vista 1).

Figura 8: ELU: cargas dispersas sobre la superficie (vista 2).

Carga	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (-)	Estado
8	0	32 000	45 000	1.646	Externo
7	0	27 000	39 000	1.475	Externo
4	78 000	0	0	1.067	Externo
15	10 000	-15 000	-25 000	0.967	Interno
3	70 000	0	0	0.847	Interno
2	40 000	0	0	0.022	Interno

Los factores φ de ACI ($\varphi = 0.65$ a 0.90) y el límite $\varphi_N = 0.80$ reducen la capacidad nominal, haciendo la superficie ELU más pequeña. Del Article #4, la caja delimitadora da $N_{\max} = 75555$ kN, $M_{z,\max} = 29188$ kN·m, $M_{y,\max} = 42056$ kN·m: superar cualquiera garantiza fallo, como en las cargas #4 y #8. La carga #7 ($M_z = 27000$, $M_y = 39000$ kN·m) se mantiene dentro de los tres límites y aun así cae fuera de la superficie ($\eta = 1.475$); la caja delimitadora no detecta este caso, la superficie 3D sí.

ELS

15 combinaciones de carga: 7 internas, 8 externas.

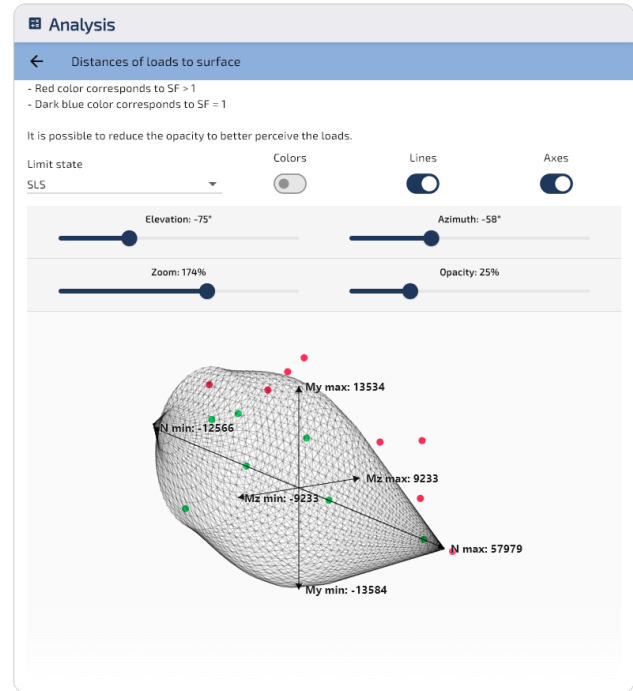
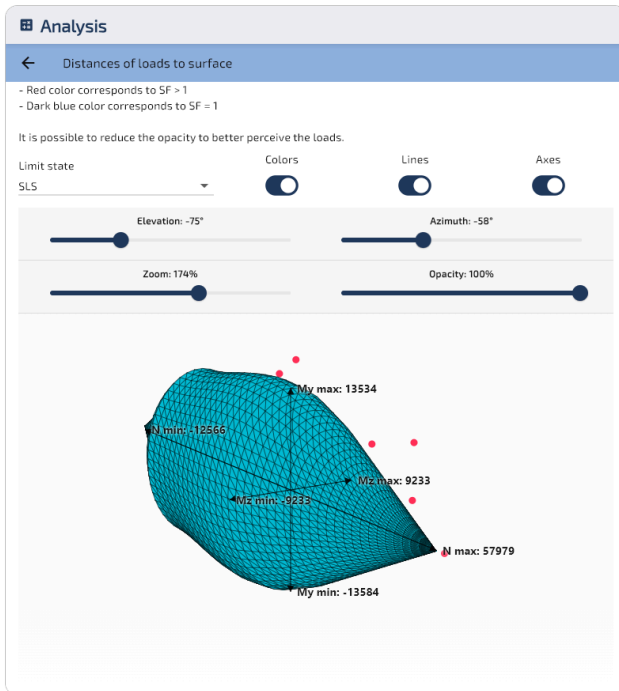


Figura 9: ELS: cargas dispersas sobre la superficie (vista 1).

Figura 10: ELS: cargas dispersas sobre la superficie (vista 2).

Carga	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (-)	Estado
23	0	10 000	15 000	1.688	Externo
26	35 000	7 500	11 000	1.487	Externo
19	60 000	0	0	1.068	Externo
27	-4 000	2 500	3 500	0.942	Interno
18	53 000	0	0	0.868	Interno
17	30 000	0	0	0.216	Interno

En ELS, el hormigón se limita a la tensión admisible ($\sigma_c = 11.5$ MPa), dando una superficie mucho más pequeña que en ELU. La carga #23 es la más desfavorable en ambos estados límite ($r_{\text{norm}} =$

1.688): la flexión biaxial ($M_z = 10000$, $M_y = 15000$ kN · m) supera la capacidad ELS, aunque cada componente individualmente estaría dentro de la caja delimitadora.

Validación cruzada con el solucionador T-D

El módulo de distancias proyecta puntos de carga sobre una malla preconstruida de la superficie. El solucionador T-D (Newton-Raphson, Article #2) itera para encontrar el estado de equilibrio de cada carga. Los dos métodos deben coincidir: una carga interior ($\eta < 1$) satisface todos los límites de deformación del material, mientras una exterior ($\eta > 1$) viola al menos uno.

Comparación de 15 cargas (sección octogonal, ELU-F)

Para cada carga, la tabla muestra el resultado de distancias (η y estado), seguido de la salida del solucionador T-D: deformación máxima del hormigón ε_c y del acero ε_s (en ‰, valores absolutos) y el resultado material correspondiente.

Carga	N (kN)	M_z (kN·m)	M_y (kN·m)	η (—)	Estado	ε_c (‰)	ε_s (‰)	Resultado
1	10 000	0	0	0.390	Interno	0.17	0.17	OK
2	30 000	0	0	0.072	Interno	0.54	0.54	OK
3	60 000	0	0	0.757	Interno	1.36	1.36	OK
4	72 000	0	0	1.031	Externo	2.17	2.17	KO
5	0	5 000	10 000	0.920	Interno	1.50	3.13	OK
6	0	8 000	20 000	1.224	Externo	18.0	73.6	KO
7	0	11 000	30 000	1.584	Externo	26.2	112	KO
8	0	14 000	35 000	1.864	Externo	33.3	140	KO
9	20 000	5 000	15 000	0.691	Interno	1.66	1.58	OK
10	35 000	8 000	22 000	1.108	Externo	4.65	4.43	KO
11	40 000	10 000	25 000	1.365	Externo	6.93	6.59	KO
12	−5 000	3 000	8 000	0.912	Interno	0.86	2.89	OK
13	−15 000	5 000	12 000	1.260	Externo	11.5	97.9	KO
14	50 000	4 000	10 000	0.847	Interno	2.22	2.15	OK
15	25 000	−6 000	−18 000	0.813	Interno	2.19	2.09	OK

Los dos métodos son completamente coherentes. Cada carga **Externa** queda confirmada en fallo por al menos un material (hormigón, acero o ambos), y cada carga **Interna** satisface todos los límites. El factor η es indicador fiable del margen: cargas muy interiores muestran deformaciones muy por debajo de sus límites; cargas próximas a la frontera se acercan; cargas exteriores los superan. Cargas 10-11: aplastamiento del hormigón, acero dentro del límite. Cargas 6-8 y 13: ambos límites superados.

Nota: Como se explica en el Article #2, el solver Newton-Raphson extrapola las leyes del material más allá de su dominio físico cuando no puede alcanzar el equilibrio en el rango válido. Las deformaciones indicadas para cargas Externas son artefactos numéricos sin significado físico: simplemente confirman que no existe estado de equilibrio válido dentro de los límites del material.

Prueba de 100 000 cargas

Para cuantificar el acuerdo a escala, ambos métodos se aplican a 100 000 combinaciones ($N \in [-20\ 000, 80\ 000]$ kN, $M_z, M_y \in [-50\ 000, 50\ 000]$ kN · m, ELU-F). La superficie se construye una vez (31 ms) y se reutiliza para todas las consultas.

Método	Cargas	T. consulta	Tasa	Interno	Externo
Distancias (solo consultas)	100 000	13 ms	7.5 M/s	5.1%	94.9%
Solver T-D NR	100 000	207 ms	0.48 M/s	5.1%	94.9%

Acuerdo: **99.97%** (99 974 de 100 000 cargas clasificadas idénticamente). Los 26 desacuerdos tienen todos $|\eta - 1| < 0.002$: estos puntos están a menos del 0.2% de la frontera, efectivamente **en el límite** por cualquier criterio.

Este comportamiento es esperado. El módulo de distancias no aplica un test de igualdad estricto $\eta = 1$: cargas con η próximo a 1 se tratan como caso frontera. En esta estrecha región ambos métodos pueden discrepar; el resultado de distancias depende de la resolución de la malla (los triángulos introducen una aproximación geométrica), mientras el solver NR itera hasta el equilibrio exacto. En tales casos el solver NR es el árbitro final.

Desde el punto de vista del ingeniero, cuando $\eta \approx 1$, no debe confiarse únicamente en la clasificación automática. Lo adecuado es ejecutar un cálculo NR completo o, mejor, modificar la geometría o la armadura para lograr un margen claro (η cómodamente por debajo de 1).

El módulo de distancias es **15 veces más rápido** que el solver NR para este lote (fase de consulta). En la práctica ambos son instantáneos para la mayoría de usos de ingeniería. La ventaja en velocidad cobra importancia en aplicaciones avanzadas (bucles de optimización, estudios paramétricos, verificación automática sobre grandes envolventes) donde se evalúan millones de combinaciones.

Conclusión

El módulo de distancias ofrece un método rápido y fiable para cribar cualquier número de combinaciones frente a la superficie de interacción. Para cada carga devuelve un factor η y un estado Interno/Externo, dando al ingeniero una imagen inmediata de las combinaciones más críticas en todos los estados límite.

La validación con 100 000 cargas confirma un acuerdo del 99.97% con el solver Newton-Raphson T-D. Los 26 desacuerdos están todos dentro del 0.2% de la frontera, donde la discretización de la malla hace incierta la clasificación; en estos casos el solver NR es el árbitro final. Para cargas claramente interiores o exteriores, los dos métodos son coherentes.

Ambos métodos son instantáneos para trabajo de ingeniería habitual. El enfoque de distancias es especialmente valioso al evaluar millones de combinaciones (optimización, estudios paramétricos, verificación automática), donde la reutilización de la superficie elimina el cálculo redundante.

Más allá de los resultados numéricos, la ventaja clave es el diagrama 3D: todas las combinaciones, todos los estados límite y el dominio de resistencia son visibles en una sola figura. De un vistazo, el ingeniero ve qué cargas son seguras, cuáles superan la capacidad y en qué medida, un gráfico que se integra directamente en el informe de cálculo.

Exportación

SectionPro exporta los resultados en tres formatos. El PDF incluye vistas 3D de la superficie con los puntos dispersos; para cada estado límite se identifica la carga más crítica, seguida de una tabla

ordenada por η descendente. Las exportaciones Excel y texto proporcionan los mismos datos para postprocesado externo.

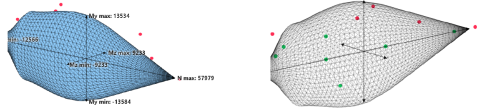
Resistance check based on distance of loads to the N-Mz-My surface

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE ON : 2026-03-19 06:40

Rays are launched towards the loads from (N,0,0). SF represents the distance of the point relative to the boundary delimited by the surface. SF>1 indicates non-verification of the section

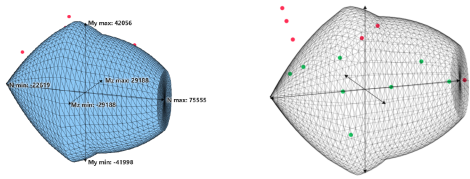
SLS : Serviceability limit state

7 loads are internal to the N-Mz-My surface. Scattered in green
8 loads are external to the N-Mz-My surface. Scattered in red
0 loads are on the boundary of the N-Mz-My surface. Scattered in blue



ULS : Ultimate limit state

8 loads are internal to the N-Mz-My surface. Scattered in green
7 loads are external to the N-Mz-My surface. Scattered in red
0 loads are on the boundary of the N-Mz-My surface. Scattered in blue



Distances of loads to surface

Load case 23 is the most unfavorable (Fs = 1.68817, External)

Load	Limit state	N (kN)	Mz (kN-m)	My (kN-m)	SF	Status
23	SLS	0.0	10000.0	15000.0	1.688	External
8	ULS	0.0	32000.0	45000.0	1.646	External
26	SLS	35000.0	7500.0	11000.0	1.487	External

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

7	ULS	0.0	27000.0	39000.0	1.475	External
22	SLS	0.0	8500.0	12500.0	1.469	External
11	ULS	45000.0	22000.0	33000.0	1.350	External
13	ULS	-20000.0	15000.0	20000.0	1.331	External
28	SLS	-11000.0	5000.0	7500.0	1.310	External
6	ULS	0.0	20000.0	30000.0	1.229	External
21	SLS	0.0	6500.0	9500.0	1.184	External
29	SLS	45000.0	3000.0	4500.0	1.095	External
10	ULS	35000.0	18000.0	28000.0	1.081	External
25	SLS	28000.0	6000.0	9000.0	1.079	External
19	SLS	60000.0	0.0	0.0	1.068	External
4	ULS	78000.0	0.0	0.0	1.067	External
15	ULS	10000.0	-15000.0	-25000.0	0.967	Internal
12	ULS	-8000.0	8000.0	12000.0	0.964	Internal
27	SLS	-4000.0	2500.0	3500.0	0.942	Internal
30	SLS	8000.0	-5000.0	-8000.0	0.920	Internal
20	SLS	0.0	4000.0	5000.0	0.899	Internal
5	ULS	0.0	10000.0	15000.0	0.898	Internal
18	SLS	53000.0	0.0	0.0	0.868	Internal
3	ULS	70000.0	0.0	0.0	0.847	Internal
14	ULS	60000.0	8000.0	12000.0	0.710	Internal
9	ULS	20000.0	12000.0	18000.0	0.682	Internal
24	SLS	15000.0	4000.0	6000.0	0.652	Internal
1	ULS	15000.0	0.0	0.0	0.397	Internal
16	SLS	10000.0	0.0	0.0	0.369	Internal
17	SLS	30000.0	0.0	0.0	0.216	Internal
2	ULS	40000.0	0.0	0.0	0.022	Internal

GENERATED BY THE SECTIONPRO SOFTWARE

Figura 11: Exportación PDF, página 1: vistas 3D y dispersión de cargas.

Figura 12: Exportación PDF, página 2: tabla de resultados.